

УДК 531.383

М. В. НЕКРАСОВА, В. Б. УСПЕНСКИЙ*НТУ «ХПИ», Украина***ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТРЕБОВАНИЙ К ТОЧНОСТИ КАЛИБРОВКИ БЛОКА ИЗМЕРИТЕЛЕЙ В СОСТАВЕ АКСЕЛЕРОМЕТРИЧЕСКОЙ БИНС**

В статье рассматривается способ построения модели ошибок акселерометрической бесплатформенной инерциальной навигационной системы с целью определения границ ее эффективного применения. Сформулированы требования к точности калибровки системы акселерометров. Построена область эффективного применения акселерометрических измерений угловой скорости. Рассмотрено влияние ошибок установки чувствительных элементов в блоке на точность измерений. Получены требования к допустимому уровню погрешности измерений акселерометров в зависимости от допустимой погрешности получаемой оценки угловой скорости.

Ключевые слова: акселерометрическая БИНС, микроакселерометр, калибровка, угловая скорость, угловое ускорение, погрешность.

Актуальность

В настоящее время бурными темпами развиваются направления микромеханики, связанные с измерением динамических характеристик движения – угловой скорости и линейного ускорения. Не далек тот день, когда такие датчики во многих областях применения составят конкуренцию существующим высокоточным, но дорогостоящим измерителям – оптическим гироскопам и кварцевым акселерометрам (АК).

Примечательно, что и микрогироскопы, и микроакселерометры в своей основе имеют механический чувствительный элемент и используют один и тот же физический принцип – отклонение массы под действием инерционной силы. В связи с этим, по большому счету, оба измерителя представляют собой модификации акселерометра. С учетом сказанного целесообразно рассмотреть проблему проектирования и использования избыточной системы микроакселерометров. Таким образом, целью данной работы является проверка концепции использования такой системы, а также границ ее эффективного применения.

Некоторые вопросы алгоритмического обеспечения измерительных систем, построенных на основе акселерометров, рассмотрены в [1]. В [2] показана принципиальная возможность калибровки таких систем с учетом специфического состава калибруемых параметров. Данная работа является продолжением исследований, начатых в упомянутых работах, и посвящена анализу требований к точности калибровки акселерометрических систем с позиции требований к измерительной системе в целом и опреде-

лению границ эффективного применения таких систем.

Постановка задачи

Пусть XYZ – прямоугольная система координат, связанная с измерительным акселерометрическим блоком и имеющая начало в произвольно заданной точке O. Рассмотрим блок из n акселерометров (рис. 1), расположение которых в связанной системе координат (ССК) задается радиус-векторами $\bar{\rho}_i, i = \overline{1, 6}$, а направления осей чувствительности единичными векторами

$$\bar{e}_i = \text{col}(\sin \lambda_i \cdot \cos \mu_i; \cos \lambda_i; \sin \lambda_i \cdot \sin \mu_i).$$

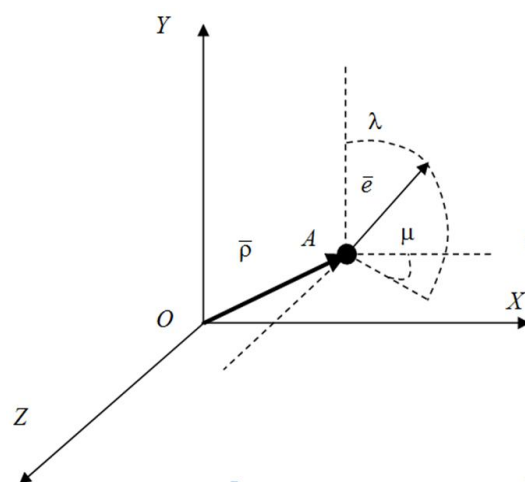


Рис. 1. Расположение АК в ССК

Известно [2], что в общем случае показания i-го акселерометра в виде проекции вектора кажуще-

гося ускорения точки расположения АК на ось чувствительности связаны с динамическими характеристиками движения выражением:

$$A_i = (\bar{w}_O, \bar{e}_i) + \left([\dot{\bar{w}} \times \bar{\rho}_i], \bar{e}_i \right) + (\bar{w}, \bar{e}_i) \cdot (\bar{w}, \bar{\rho}_i) - (\bar{\rho}_i, \bar{e}_i) \cdot \omega^2 + \Delta A_i, \quad (1)$$

где $\bar{w}_O$ - кажущееся ускорение точки O, представляющее собой векторную разность абсолютного и гравитационного ускорения; $\bar{w}, \dot{\bar{w}}$ - значения векторов абсолютной угловой скорости и углового ускорения. Все используемые здесь векторные величины задаются в проекциях на оси ССК. И пусть измерения содержат ограниченную ошибку $|\Delta A_i| \leq \Delta A_i^{\max}$.

Проанализируем возможность использования алгоритма инерциального счисления традиционной бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) [3], построенной на акселерометрах и гироскопах в рассматриваемых условиях, когда избыточное количество АК позволяет оценить не только кажущееся ускорение, но и угловую скорость ССК.

Численный алгоритм определения углового ускорения и угловой скорости по измерениям избыточной системы АК ($n=9$), учитывающий с помощью прогнозной модели связь указанных переменных, изложен в [1]. Поскольку в данной статье решается принципиальная задача определения потенциальной возможности использования АК для определения угловой скорости, считаем целесообразным упростить условия до аналитически точного случая, полагая, что полученные, таким образом, оценки будут составлять одну из границ области эффективного применения.

Рассмотрим шесть АК, расположенных, как на рис.2. Для выбранной конфигурации $\bar{e}_1 = (1, 0, 0)$, $\bar{e}_2 = (0, 1, 0)$, $\bar{e}_3 = (0, 0, 1)$, $\bar{e}_4 = (-1, 0, 0)$, $\bar{e}_5 = (0, -1, 0)$, $\bar{e}_6 = (0, 0, -1)$, а радиус-векторы расположения АК связаны с осями чувствительности соотношением $\bar{\rho}_i = v \cdot \bar{e}_i$, где v - расстояние от точки дислокации АК до начала ССК, полагаемое одинаковым для всех датчиков. Такой выбор, в частности, делает инвариантным измерения АК к угловому ускорению и позволяет найти аналитическое решение задачи.

На основании [1] в этом случае нетрудно получить, что точное решение системы уравнений (1) относительно неизвестных $\bar{w}_O = (w_{Ox}, w_{Oy}, w_{Oz})$, $\bar{w} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ имеет вид

$$\begin{cases} w_{Ox} = \frac{A_1 - A_4}{2}, \\ w_{Oy} = \frac{A_2 - A_5}{2}, \\ w_{Oz} = \frac{A_3 - A_6}{2}, \\ \omega_x^2 = a_{14} - a_{25} - a_{36}, \\ \omega_y^2 = -a_{14} + a_{25} - a_{36}, \\ \omega_z^2 = -a_{14} - a_{25} + a_{36}, \end{cases}$$

$$\text{где } a_{14} = \frac{A_1 + A_4}{2 \cdot v}, a_{25} = \frac{A_2 + A_5}{2 \cdot v}, a_{36} = \frac{A_3 + A_6}{2 \cdot v}. \quad (2)$$

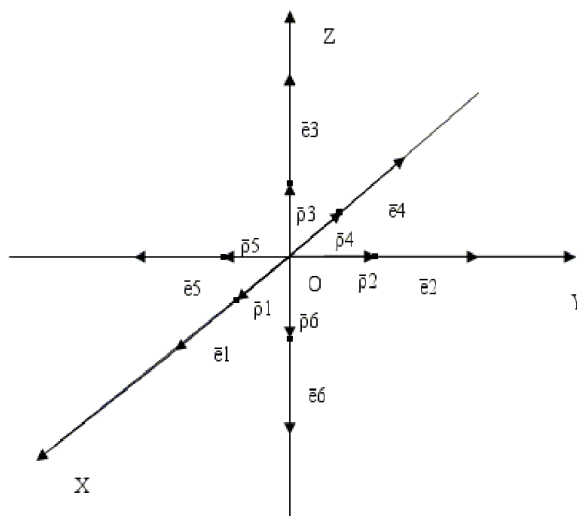


Рис. 2. Расположение акселерометров в блоке

Отсюда следует, что компоненты вектора угловой скорости $\bar{w} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ могут быть определены по измерениям АК, организованным в данную структуру, с точностью до знака. Подчеркнем, что алгоритм (2) является точным только с учетом принятых допущений, в частности, для коллинеарных векторов $\bar{e}_i$ и $\bar{\rho}_i$.

Построение и анализ модели ошибок. Установим связь ошибки определения угловой скорости с измерительной ошибкой АК.

Предположим, что все три компоненты угловой скорости равноправны, т.е. могут принимать значения из одного и того же диапазона. В этом случае достаточно рассмотреть одну из компонент, например ω_x . Тогда для максимальной ошибки определения по алгоритму (2) ненулевой проекции угловой скорости $\Delta \omega^{\max}$ в линейном приближении имеем

$$\Delta_{\omega}^{\max} = \frac{1}{2 \cdot \omega_x} \cdot \max_{\substack{|\Delta A_i| \leq \Delta_A^{\max}, \\ i=1,6}} (\delta a_{14} - \delta a_{25} - \delta a_{36}) =$$

$$= \frac{3}{2 \cdot |\omega_x|} \cdot \frac{\Delta_A^{\max}}{v}, \quad (3)$$

где $\delta a_{14}, \delta a_{25}, \delta a_{36}$ - ошибки вычисления соответствующих параметров.

Из полученного соотношения легко установить область эффективного применения акселерометрических измерений угловой скорости.

Зафиксируем конструктивный параметр v и максимальное значение возможной погрешности акселерометра $\Delta_A^{\max}$. Тогда, задаваясь уровнем допустимой погрешности оценки угловой скорости Δ_{ω}^* , из условия $\Delta_{\omega}^{\max} \leq \Delta_{\omega}^*$ с учетом (3) находим

$$|\omega_x| \geq \frac{3}{2 \cdot v} \cdot \frac{\Delta_A^{\max}}{\Delta_{\omega}^*}. \quad (4)$$

С учетом практической целесообразности примем, что относительная погрешность оценки угловой скорости не должна превышать 50%, иначе оценка теряет смысл. Тогда нижнюю границу $\Omega_{\omega}^{\min}$ (рис.3) области эффективного применения алгоритма для заданного Δ_{ω}^* можно найти в виде функции

$$\Omega_{\omega}^{\min}(\Delta_{\omega}^*) = \max \left(\frac{3}{2 \cdot v} \cdot \frac{\Delta_A^{\max}}{\Delta_{\omega}^*}; 2 \cdot \Delta_{\omega}^* \right), \quad (5)$$

имеющей минимум в точке А при значении допустимой погрешности угловой скорости

$$\Delta_{\omega}^{**} = \sqrt{\frac{3 \cdot \Delta_A^{\max}}{4 \cdot v}}$$

и равный угловой скорости

$$\Omega_{\omega}^{\min \min} = \sqrt{\frac{3 \cdot \Delta_A^{\max}}{v}}. \quad (6)$$

Области эффективного применения на рисунке соответствует область серого цвета. Покажем, как можно пользоваться данным построением. Задаваясь максимальной допустимой погрешностью Δ_{ω}^* оценки угловой скорости, восстанавливаем перпендикуляр, который пересечёт нижнюю границу серой области в некоторой точке. Ордината этой точки - нижняя граница для угловой скорости, при которой

использование акселерометров для ее оценки достаточно эффективно в принятом смысле.

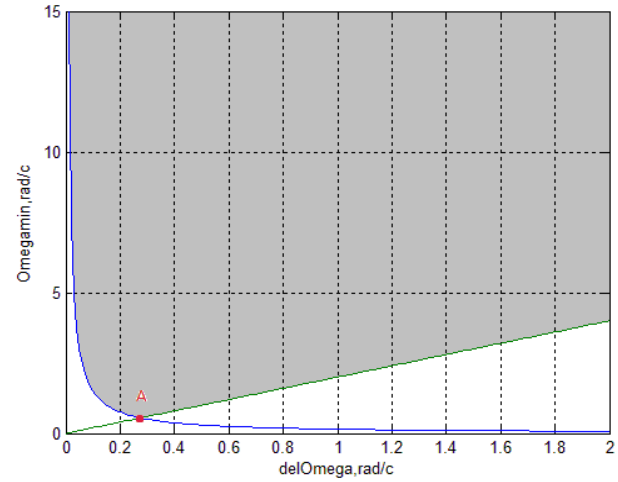


Рис. 3. Область эффективного применения алгоритма

Рассчитаем $\Omega_{\omega}^{\min \min}(\Delta_A^{\max})$, интерпретируя (6), как зависимость нижнего предела применимости алгоритма (2) (относительная погрешность оценки скорости 50% от абсолютного значения) от максимальной погрешности акселерометра $\Delta_A^{\max}$. Результаты расчета при $v = 0.1$ м приведены в табл.1 и на рис.4.

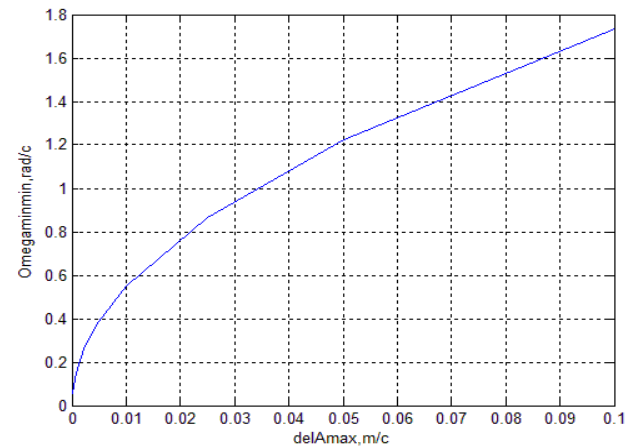


Рис. 4. Зависимость нижнего предела применимости алгоритма $\Omega_{\omega}^{\min \min}(\Delta_A^{\max})$

Таким образом, получены соотношения, определяющие область эффективного применения акселерометрических измерений для определения угловой скорости согласно алгоритму (2) при различных значениях максимально возможной ошибки акселерометра.

Зависимость (5) определяет минимальное значение угловой скорости, при котором измерения АК

способны обеспечить оценку этой скорости с погрешностью, не хуже заданной, при заданных параметрах v и $\Delta_A^{\max}$.

Таблица 1
Значения $\Omega_{\omega}^{\min \min}$ в зависимости от $\Delta_A^{\max}$

$\Delta_A^{\max}$, м/с ²	$\Omega_{\omega}^{\min \min}$, %/с
0,0001	3,14
0,00025	4,96
0,0005	7,02
0,001	9,93
0,0025	15,70
0,005	22,20
0,01	31,39
0,025	49,64
0,05	70,21
0,1	99,29

Соотношение (6) устанавливает в зависимости от $\Delta_A^{\max}$ нижнюю границу угловой скорости, при которой применение алгоритма (2) еще практически может быть целесообразным.

Характеризуя полученные результаты в целом, отметим, что при уменьшении абсолютного значения угловой скорости погрешность ее определения возрастает до бесконечности. Таким образом, применять рассматриваемую технологию возможно только для вращающихся объектов. Кроме того, на эффективность ее применения влияет фактор разнесения АК в пространстве (параметр v). Чем дальше расположены АК от начала ССК, тем точность оценки угловой скорости выше. Но воспользоваться этим фактором в рамках конструктивно локализованной информационной системы с учетом современной тенденции к миниатюризации вряд ли удастся. Другое дело, если рассматривать распределенную информационно-измерительную систему, компоненты которой разнесены по всему объекту. В этом случае фактор размещения АК может быть эффективно использован.

Требования к акселерометрам

Исходя из модели (3), можно сформулировать требования к акселерометрам с учетом области применения и требований к точности оценки угловой скорости.

Рассмотрим объект, в процессе движения вращающийся с минимальной по модулю угловой скоростью $\omega^* \neq 0$, и пусть для него бортовыми средствами требуется оценить эту скорость с заданной погрешностью, не превышающей заданного

$\Delta_{\omega}^{\max \max} \leq \frac{\omega^*}{2}$. В этом случае на основании модели

(3) требуются акселерометры, максимальная погрешностью измерений которых $\Delta_A^{\max}$ будет не больше ω

$$\Delta_A^{\max \max} = \frac{2 \cdot \omega^* \cdot v}{3} \cdot \Delta_{\omega}^{\max \max}. \quad (7)$$

Зависимость $\Delta_A^{\max \max} (\Delta_{\omega}^{\max \max})$ для различных ω^* проиллюстрирована на рис.5

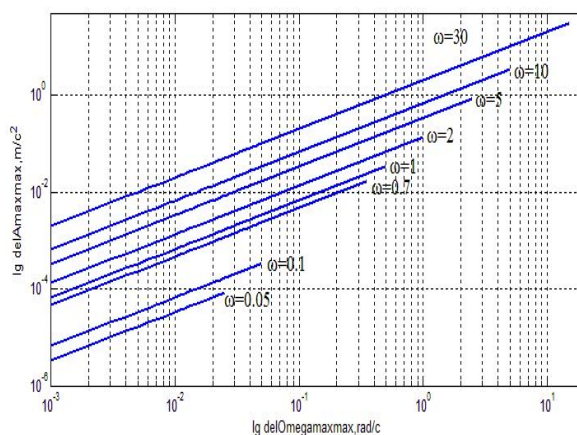


Рис. 5. Зависимость $\Delta_A^{\max \max} (\Delta_{\omega}^{\max \max})$ для различных ω^*

По оси ординат здесь отложена максимально допустимая погрешность оценки угловой скорости, по оси абсцисс - максимально допустимая погрешность акселерометра.

Таким образом, как видно из рис.5, к интегральной характеристике акселерометров - точности измерений, предъявляются довольно высокие требования.

В контексте предлагаемого использования акселерометрической информации проанализируем типы погрешностей измерений акселерометров и определим вклад некоторых из них в суммарную ошибку.

Анализ погрешностей измерений акселерометров

Известно, что стандартная модель погрешности инерциальных датчиков [4], в том числе и акселерометров, помимо шума включает в себя аддитивную составляющую (т.н. смещение нуля); мультипликативную составляющую, зависящую от величины проекции кажущегося ускорения на номинальную ось чувствительности АК (погрешность масштабного коэффициента), а также мультипликативную со-

ставляющую, зависящую от величины проекции кажущегося ускорения на плоскость, ортогональную номинальной оси чувствительности АК (погрешность от "перекоса" осей).

Здесь и далее понятие «номинальный» употребляется в том смысле, что соответствующее значение или положение считается заданным и используется в алгоритме обработки фактических измерений. Так, например, в (2) используется параметр v , как номинальная длина векторов $\bar{r}_i$. Следует отметить, что фактическая длина векторов $\bar{r}_i$, учитывая погрешность установки АК, наверняка будет отличаться от v неопределенным образом.

В рассматриваемой задаче, учитывая используемую алгоритмическую обработку измерений АК, дополнительным источником погрешности к перечисленным выше является неправильный учет в алгоритмах фактического размещения АК. Этот фактор дополнительной ошибки в традиционной БИНС не учитывается, т.к. в ней стараются расположить акселерометры, как можно ближе друг к другу. Поэтому построенная далее модель погрешности АК, включающая погрешность дислокации, является специфической.

Итак, примем, что фактическое расположение АК в ССК отличается от номинального на неизвестную малую величину $\delta\bar{r}$, $|\delta\bar{r}| \leq \eta$ и определяется радиус-вектором

$$\bar{r}^* = \bar{r} + \delta\bar{r}, \quad (8)$$

а фактическому направлению оси чувствительности соответствует вектор

$$\bar{e}^* = (\sin \lambda^* \cdot \cos \mu^*; \cos \lambda^*; \sin \lambda^* \cdot \sin \mu^*), \quad (9)$$

где $\lambda^* = \lambda + \delta\lambda$, $\mu^* = \mu + \delta\mu$ - значения сферических углов (см. рис.1), отличающиеся от номинальных значений λ, μ соответственно на малые углы $\delta\lambda, \delta\mu$ такие, что $|\delta\lambda| \leq \varepsilon$ и $|\delta\mu| \leq \varepsilon$.

Погрешность измерений АК, понимаемая как отклонение фактически измеренной величины от ее значения, соответствующего номинальным величинам $\bar{r}$ и $\bar{e}$, в линейном приближении соответствует выражению

$$\begin{aligned} \delta A = & (\bar{w}_0, \delta\bar{e}) + (\bar{w}, \delta\bar{e}) \cdot (\bar{w}, \bar{r}) + (\bar{w}, \bar{e}) \cdot (\bar{w}, \delta\bar{r}) + \\ & + ([\dot{\bar{w}}, \bar{r}], \delta\bar{e}) + ([\dot{\bar{w}}, \delta\bar{r}], \bar{e}) - (\bar{r}, \delta\bar{e}) \cdot \omega^2 - \\ & - (\delta\bar{r}, \bar{e}) \cdot \omega^2 = \left(\left(\bar{w}_0 + (\bar{w}, \bar{r}) \cdot \bar{w} + [\dot{\bar{w}}, \bar{r}] - \omega^2 \cdot \bar{r} \right), \delta\bar{e} \right) + \\ & + \left(\left((\bar{w}, \bar{e}) \cdot \bar{w} - [\dot{\bar{w}}, \bar{e}] - \omega^2 \cdot \bar{e} \right), \delta\bar{r} \right), \end{aligned}$$

в котором

$$\begin{aligned} \delta\bar{e} = & (\cos \lambda \cdot \cos \mu \cdot \delta\lambda - \sin \lambda \cdot \sin \mu \cdot \delta\mu; \\ & - \sin \lambda \cdot \delta\lambda; \cos \lambda \cdot \sin \mu \cdot \delta\lambda + \sin \lambda \cdot \cos \mu \cdot \delta\mu). \end{aligned}$$

Здесь и далее номер АК (индекс i) опущен, т.к. рассуждения справедливы для каждого датчика.

Для получения гарантированной оценки, соответствующей "худшей реализации", и с учетом равенства $\bar{r} = v \cdot \bar{e}$, справедливого для номинальных значений параметров системы АК (рис. 2), воспользуемся неравенством

$$\begin{aligned} |\delta A| \leq & \left| \bar{w}_0 + (\bar{w}, \bar{r}) \cdot \bar{w} + [\dot{\bar{w}}, \bar{r}] - \omega^2 \cdot \bar{r} \right| \cdot \sqrt{2} \cdot \varepsilon + \\ & + \left| (\bar{w}, \bar{e}) \cdot \bar{w} - [\dot{\bar{w}}, \bar{e}] - \omega^2 \cdot \bar{e} \right| \cdot \eta \leq \\ \leq & \left(|\bar{w}_0| + 2 \cdot v \cdot \omega^2 + v \cdot |\dot{\bar{w}}| \right) \cdot \sqrt{2} \cdot \varepsilon + \\ & + \left(2 \cdot \omega^2 + |\dot{\bar{w}}| \right) \cdot \eta. \end{aligned} \quad (10)$$

Полученное неравенство отражает количественную связь между суммарной погрешностью измерения АК и максимальными значениями параметров, отвечающих за погрешность установки АК в ССК. Коэффициенты, стоящие перед ε и η , зависят от параметров самого движения и определяют степень влияния "перекоса" оси чувствительности АК (параметр ε) и погрешности дислокации (параметр η) на величину отклонения фактического измерения АК от номинального, использованного в алгоритме восстановления динамических характеристик (2).

Для определения допустимых значений параметров ε и η потребуем, чтобы $|\delta A| \leq \Delta_A^{\max \max}$, где $\Delta_A^{\max \max}$ - максимальная допустимая суммарная погрешность измерения АК из (7), при которой алгоритм (2) определения ускорения и угловой скорости (2) еще эффективен.

Очевидно, что однозначно разрешить (10) относительно ε и η невозможно, поэтому ограничимся примером.

Пусть центр масс объекта движется с ускорением, намного меньшим ускорения свободного падения, и с медленно меняющейся угловой скоростью, не превышающей пять оборотов в секунду. Тогда, принимая модуль кажущегося ускорения $|\bar{w}_0| = 9,81 \text{ м/с}^2$, модуль угловой скорости $\omega = 32 \text{ рад/с}$ и углового ускорения $\dot{\omega} = 0$, для $v = 0,01 \text{ м}$ получим

$$43 \cdot \varepsilon + 2048 \cdot \eta \leq \Delta_A^{\max \max}.$$

Таким образом, видно, что для рассматриваемого движения степень влияния погрешности расположения АК выше, чем влияние погрешности «перекоса».

Заключение

В статье рассмотрен аспект применения акселерометрических БИНС (АБИНС) для решения задач навигации традиционным для БИНС способом - через восстановление угловой скорости и дальнейшем ее использовании для вычисления ориентации. Установлено, что ошибка определения скорости по акселерометрическим измерениям обратно пропорциональна самой скорости, что делает возможным использование АБИНС только для вращающихся объектов. Определена область эффективного применения АБИНС в такой постановке. Получены требования к допустимому уровню погрешности измерений акселерометров в зависимости от допустимой погрешности получаемой оценки угловой скорости. Построена математическая модель ошибки измерения акселерометра, включающая, помимо традиционных, также погрешность его установки в ССК. Она, в частности, позволяет оценить степень влияния перекоса оси АК и погрешности его установки в ССК на точность определения угловой скорости. Полученные при этом соотношения могут

быть использованы в качестве требований к уровню соответствующих инструментальных погрешностей.

Литература

1. Успенский, В. Б. Измерение ускорения и угловой скорости твердого тела с помощью избыточной системы акселерометров [Текст] / В. Б. Успенский, М. В. Некрасова // Вестник НТУ «ХПИ». – 2011. – Вып. 63. – С. 138-145.
2. Успенский, В. Б. Метод калибровки акселерометрического измерительного модуля [Текст] / В. Б. Успенский, М. В. Некрасова // Вестник НТУ «ХПИ», серия «Приладобудування». – 2012. – Вып. 44. – С. 15-23.
3. Успенский, В. Б. Решение задачи инерциальной навигации в БИНС [Текст] / В. Б. Успенский, И. А. Багмут // Авиационно-космическая техника и технология. – 2009. – № 3 (60). – С. 39-44.
4. Inexpensive and Automatic Calibration for Acceleration Sensors [Electronic resource] / A. Krohn, M. Beigl, Ch. Decker, U. Kochendorfer, Ph. Robinson, T. Zimmer. – Universitat Karlsruhe, 2004. – Access mode: <http://www.teco.edu/~krohn/tabletop.pdf>. – 12.01.2015.

Поступила в редакцию 12.01.2015, рассмотрена на редколлегии 20.03.2015

ВИЗНАЧЕННЯ ВИМОГ ДО ТОЧНОСТІ КАЛІБРУВАННЯ БЛОКУ ВИМІРЮВАЧІВ У СКЛАДІ АКСЕЛЕРОМЕТРИЧНОЇ БІНС

М. В. Некрасова, В. Б. Успенський

У статті розглядається спосіб побудови моделі помилок акселерометричної безплатформеної ІНС з метою визначення меж її ефективного застосування. Сформульовано вимоги до точності калібрування системи акселерометрів. Побудовано область ефективного застосування акселерометричних вимірювань кутової швидкості. Розглянуто вплив помилок установки чутливих елементів в блоці на точність вимірювань. Отримано вимоги до припустимого рівня похибки вимірювань акселерометрів в залежності від допустимої похибки одержуваної оцінки кутової швидкості.

Ключові слова: акселерометрична БІНС, мікроакселерометр, калібрування, кутова швидкість, кутове прискорення, похибка.

CERTAIN REQUIREMENTS FOR THE ACCURACY OF THE CALIBRATION METER UNIT IN THE COMPOSITION OF ACCELEROMETER SINS

M. V. Nekrasova, V. B. Uspensky

The article discusses a method for constructing the model error accelerometer strapdown INS to determine the limits of its effective application. The requirements for precision calibration of accelerometers. Built area of effective use of accelerometer measurements of angular velocity. The influence of installation error sensing elements in the block on the measurement accuracy. Obtained the requirements for an acceptable level of measurement error of accelerometers depending on the margin of error estimator of the angular velocity.

Keywords: accelerometric SINS, microaccelerometer, calibration, the angular velocity, angular acceleration error.

Некрасова Мария Владимировна – доцент кафедры «Системы и процессы управления», НТУ «ХПИ», e-mail: slava2007@gmail.com.

Успенский Валерий Борисович – д-р техн. наук, доцент, профессор кафедры «Системы и процессы управления», НТУ «ХПИ», e-mail: v_usp@rambler.ru.