

УДК 629.7.002: 621.375.826

С. Є. АГЕЄВ

Національний авіаційний університет, Київ

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕЧІЇ ПРИМЕЖОВОГО ШАРУ ПРИ РУСІ ТОНКОГО ПРОШАРКУ РІДИНИ

Наведено результати математичного моделювання спільного руху водяної плівки у спутному повітряному потоці. В роботі пропонується метод та модель розрахунку протікання водяної плівки в спутному повітряному потоці, який базується на ідеї зрощення рішень граничних прошарків повітряної та рідкої фаз. Результати розрахунків градієнтних течій, які реалізуються на верхній поверхні профілю крила, свідчать про зміну характеру протікання водної плівки, а також дозволяють зробити висновок про посилення дії градієнта тиску при наявності тонкого водяного шару на поверхні тіла, яке обтікається, що при певних умовах може призвести до передчасного відриву повітряного потоку та погіршенню в цілому аеродинамічних характеристик літака.

Ключові слова: математичне моделювання, рух рідини у потоці повітря, градієнт тиску, турбулентність.

Багато важливих для практики задач обтікання тіл двофазним потоком, компонентами якого є повітря (газ) та вода (рідина), так як і у випадку однорідного середовища, можуть бути вирішені в наближенні до примежового шару, котрий при цьому зберігає основні структурні признаки однофазного шару. Однак, в залежності від масового співвідношення фаз (від ступеня водності) в ньому проявляються важливі особливості, суть яких полягає у створенні та русі тонкого прошарку рідини по поверхні, яку вона обтікає.

Велика кількість праць присвячена вивченню розшарованих течій з метою моделювання гідродинамічних процесів, які впроваджуються в різних галузях техніки [1 – 17]. Варто зазначити, що дослідники, в основному, найбільшу увагу приділяють розгляду двофазних течій з ламінарним потоком газу [2, 3], і лише невелика кількість праць присвячена двофазним течіям з турбулентним граничним шаром, не враховується неоднорідна структура межі розділу фаз [4, 5].

В [6, 7] показано, що протікання рідкої плівки під дією повітряного потоку в досить широкому діапазоні значень швидкості повітря та витрат води в плівці носить двопараметричний характер та залежить від чисел Рейнольдса повітря $Re_{x,2}$ та водяної плівки Re_1 . Експериментально встановлено, що у всіх випадках поверхня розділу фаз повітря – вода вкрита складною системою хвиль, параметри яких мають випадковий характер [6]. При цьому очевидно, що параметри повітряного потоку впливають на рух плівки, в той час як характер протікання рідини викликає зміни в структурі повітряного середовища.

Математичний опис вказаних явищ зв'язаний з низкою труднощів, які полягають у складності обліку всіх процесів, які протікають в плівці та повітряному потоці, що в свою чергу призводить до необхідності введення окремих припущень при проведенні теоретичних розрахунків.

Під час розгляду низки фізичних процесів, достатньою виявляється модель протікання в наближенні нестисливого газового потоку при відсутності тепломасопереносу. Такі завдання зустрічаються, наприклад, в авіаційній техніці під час визначення аеродинамічних характеристик обтікаючих конструкцій при наявності тонких рідких плівок.

В даній праці пропонується метод та модель розрахунку спільного протікання водяної плівки з попутним повітряним потоком, що ґрунтується на ідеї зрощення рішень рівнянь граничних прошарків повітряної та рідкої фаз. Концепція моделі будується на наближенні щодо ламінарного режиму руху в плівці та турбулентного в потоці повітря. На межі розділу двох фаз ставиться умова неперервності напружень тертя та швидкості, а її структура передбачається нерівномірною. Протікання в загальному випадку вважається градієнтним та плоским.

Розрахунок характеристик повітряного потоку проводиться шляхом числового інтегрування системи диференціальних рівнянь.

$$\bar{u}_2 \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x} + \bar{v}_2 \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial y} = \frac{1}{u_H} \frac{du_H}{dx} + \frac{d\bar{\tau}_2}{dy} - \bar{u}_2^2 \frac{1}{u_H} \frac{du_H}{dx}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}_2}{\partial y} + \bar{u}_2 \frac{1}{u_H} \frac{du_H}{dx} = 0, \quad (2)$$

де $\bar{u} = u/u_H$, $\bar{v} = v/u_H$; u_H – швидкість на зовнішній межі рухомого прошарку;

u , v – повздовжня та поперечна складові середньої швидкості в граничному прошарку;

τ – дотикове напруження;

x , y – повздовжня та поперечна координати.

Далі по тексту в формулах індексом 1 позначено параметри водяної плівки, 2 – повітряного потоку, аббревіатурою «гр» - параметри на межі розділу фаз (граничні).

Граничні умови наступні:

$$u_2 = u_{гр}, \quad v_2 = v_{гр}, \quad \tau_2 = \tau_{гр} \quad \text{при } y = \delta_1;$$

$$u_2 \rightarrow u_H, \quad \tau_2 \rightarrow 0 \quad \text{при } y = \delta_2.$$

В даному разі δ_1 - середня товщина водяної плівки. Оскільки друга гранична умова асимптотична, в якості товщини δ_2 , що обмежує розрахункову область, приймається таке значення координати y , при якому $u_2 = 0,995u_H$.

Замикання системи здійснюється за допомогою формули Буссінеска:

$$\tau_2 = \mu_e \partial u_2 / \partial y, \quad \mu_e = \mu_2 + \mu_{2T},$$

де μ_2 , μ_{2T} – динамічні коефіцієнти молекулярної та турбулентної густини.

Для знаходження μ_{2T} використовується алгебраїчна модель [8], яка добре себе зарекомендувала в розрахунках різного класу градієнтних течій, як на гладкій так і на шорсткій поверхнях:

$$\mu_{2T} = \rho_2 \chi \Delta v_* \gamma(\eta) \text{th} \left(l \sqrt{\tau_*} / \chi \Delta \right),$$

де χ - емпірична постійна, l - довжина шляху зміщення; $\gamma(\eta)$ – функція, яка враховує вплив змінюваності потоку; $\eta = y_1 \delta_2$ - безрозмірна поперечна координата;

$$\Delta = \int_0^{\delta_2} (u_H^+ - u_2^+) dy \quad \text{– параметр довжини Роттера}$$

Клаузера;

$u_2^+ = u_2 / v_*$ - приведена до масштабу закону стінки повздовжня складова середньої швидкості;

$$v_* = \sqrt{\tau_2 / \rho_2} \quad \text{– динамічна швидкість;}$$

ρ_2 – густина;

$\tau_* = 1 + \Phi \eta$, при $\Phi \geq 0$ та $\tau_* = 1 / (1 - \Phi \eta)$ при $\Phi < 0$; $\Phi = (\delta_2 / \tau_{гр})(dp/dx)$ - параметр градієнта тиску.

При цьому:

$$l = K(y + \Delta y) \cdot$$

$$\cdot \text{th} \frac{\text{sh}^2 \left(x_1 (y^+ + \Delta y^+) \right) \text{th} \left(\text{sh}^2 \left(x_2 (y^+ + \Delta y^+) \right) \right)}{K(y^+ + \Delta y^+) \sqrt{\tau_*}},$$

де K , x_1 , x_2 - емпіричні коефіцієнти,

$\Delta y^+ = \Delta y v_* / v_2$, Δy - функція, яка враховує вплив шорсткості. У відповідності з [9]

$$\Delta y^+ = \begin{cases} \frac{1}{x_1} \text{arth} \left[x_1 (\Delta u^+ + u_{гр}^+) \right], & \text{при } h^+ \leq h^*; \\ h^+ \exp \left(K(B - u_{гр}^+) \right), & \text{при } h^+ > h^*; \end{cases}$$

$$h^* = y^* \exp \left(K(B - u_{гр}^+) \right),$$

$$\Delta u^+ = \left(\frac{1}{K} \right) \ln h^+ - B + C_{гр}.$$

У цьому рівнянні Δu^+ - функція зміщення логарифмічної ділянки профілю швидкості за рахунок впливу шорсткості; B - постійна логарифмічного закону $u_2 = (1/K) \ln(y^+ / h^+) + B$, визначається у відповідності до результатів експериментальних досліджень [7] як $B = 75,4R e_{x,2}^{-0,204}$; $h^+ = h v_* / v_2$; h - висота хвильової шорсткості, для розрахунку якої використовується апроксимаційний вираз з [7]; $C_{гр}$ - постійна логарифмічного закону для гладкої поверхні.

Система рівнянь (1), (2) вирішується методом прямих. Значення вищезгаданих коефіцієнтів K та x відрізняються від загальноприйнятих, чим враховується в моделі турбулентної густини потоку гетерогенна структура потоку. Величина $K = 0,64$ отримана в експериментах [7], при яких закон логарифмічного розподілу швидкості вважається справедливим по всій товщині зовнішнього потоку. Оскільки, в моделі що використовується в даному випадку μ_{2T} визначаюча у зовнішній області – постійна Клаузера x , її величина для гетерогенного потоку $x_{гр}$ обчислюється перерахунком загальноприйнятого для гомогенного потоку значення $x_{гр} = 0,0168$ та складає $x_{гр} = 0,0268$.

Висновок основних співвідношень для знаходження параметрів ламінарної рідкої плівки пред-

ставлено в [10], де приведено кінцеві рівняння, що ввійшли в загальну модель розрахунку, в якій враховуються наступні граничні умови:

$$u_1 = 0, \quad v_1 = 0, \quad \text{при } y = 0;$$

$$u_1 = u_2 = u_{гр}, \quad \tau_1 = \tau_2 = \tau_{гр}, \quad \text{при } y = \delta_1.$$

Характер розподілення швидкості в рідкій плівці що рухається під дією повітряного потоку можна оцінити із виразу

$$u_2 = \frac{\tau_{гр}}{\mu_1} \left[y - \rho_2 u_H \frac{du_H}{dx} \frac{y}{\tau_{гр}} \left(\frac{y}{2} - \delta_1 \right) \right], \quad (3)$$

де y – поперечна координата, яка дозволяє при підстановці значення товщини плівки δ_1 отримати величину швидкості на поверхні розділу повітря –

$$\text{вода } u_{гр} = \frac{\tau_{гр}}{\mu_1} \delta_1 + \frac{1}{2} \rho_2 u_H \frac{du_H}{dx} \frac{\delta_1^2}{\mu_1}.$$

Середня товщина водяної плівки

$$\delta_1 = \left[2G_1 v_1 \left(\frac{1}{\tau_{гр} + \frac{2}{3} \rho_2 u_H \frac{du_H}{dx} \delta_1} \right) \right]^{-0,5}, \quad (4)$$

де v_1 – кінематична густина, G_1 – масова витрата рідини в плівці.

Розрахунок потоку починається з задавання початкового профілю швидкості. З цією метою виконується інтегрування звичайного диференціального рівняння, отриманого з (1), (2) шляхом перетворення Блазиуса ($\eta = u_H y / \sqrt{v_2 x}$, $u_2 = \partial\phi / \partial\eta$):

$$\phi'' + \frac{m+1}{2} \phi\phi'' + m \left[1 - (\phi')^2 \right] + \phi'' \frac{1}{\mu_2} \frac{\partial\mu_2}{\partial\eta} = 0, \quad (5)$$

де ϕ – функція струму,

$m = (x_0 / u_H)(\partial u_H / \partial x)$ – параметр градієнта / тиску,

x_0 – координата початкових значень.

Результати розрахунків, а також дані [11] дають змогу зробити висновок про досить швидко локалізацію помилок, пов'язаних з неточністю задання початкових умов на основі (5).

Граничні умови встановлюються наступні:

$$\phi = 0, \quad \phi' = u_{гр}, \quad \text{при } y = \delta_1;$$

$$\phi' = 1, \quad \phi'' = 0, \quad \text{при } y = \delta_2.$$

Рівняння (5), попередньо приведені до системи трьох звичайних диференціальних рівнянь першого порядку, інтегрується методом Рунге – Кутта четвертого порядку. Невідоме значення ϕ_0'' при $y = 0$ визначається методом стрільб шляхом перевірки виконання граничних умов на верхній границі. При цьому кожне наближення u_* використовується для визначення коефіцієнта опору c_f , по якому згідно з (3), (4) розраховуються значення товщини плівки та швидкості на межі розділу фаз, необхідні для задання граничної умови на нижній межі. Аналогічна процедура зрощення рішень виконується на кожному наступному кроці по координаті x .

В результаті програмної реалізації викладених вище міркувань були проведені систематичні розрахунки двофазних течій з поверхнею розділу фаз. В якості параметра, згідно якого здійснювалось співставлення розрахунків з результатами експериментальних досліджень, взята δ_1 . Для ілюстрації можливостей запропонованих метода та моделі розрахунку чисельно моделювались умови експериментів низки авторів [6, 12] з подальшим співставленням розрахункових та експериментальних даних.

На рис. 1 показано зміну товщини плівки δ_1 по довжині плоскої пластини, з якого можна судити про характер течії тонкого шару води під дією повітряного потоку (точками показані експериментальні значення [12], хрестиками - вирахувані; криві 1 – $dp/dx = 0$; 2 – $dp/dx \neq 0$; $u_2 = 20$ м/с; $Re_1 = 198$). Найбільш показові в плані оцінки достовірності проведених теоретичних досліджень при різних числах Рейнольдса повітря та рідкої плівки, порівняння розрахунків з експериментами [6], представлено на рис. 2 (криві 1 - 3 – $Re_1 = 400, 200, 100$).

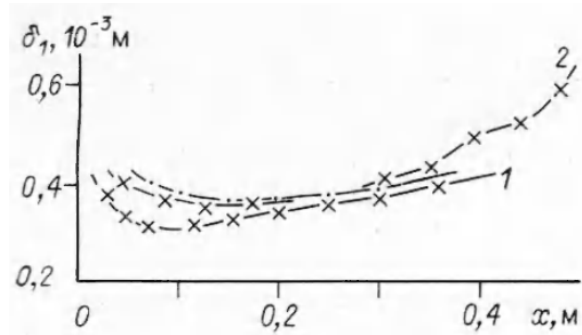


Рис. 1. Зміна товщини плівки по довжині плоскої пластини

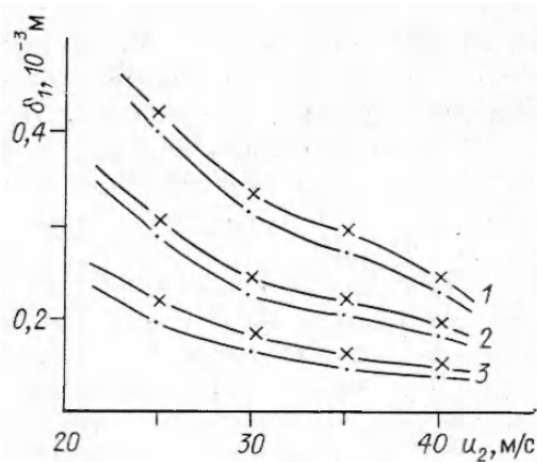


Рис. 2. Зміна товщини півки в залежності від параметрів потоку повітря

Результати розрахунків градієнтних течій, які реалізуються на верхній поверхні профілю крила НАСА-2211 при нульовому куті атаки (див. рис. 1, крива 2), свідчать про зміну характеру протікання півки, а також дозволяють зробити висновок про посилення дії градієнта тиску при наявності тонкого водяного шару на поверхні тіла яке обтікається, що при певних умовах може призвести до передчасного відриву повітряного потоку.

Однак приведені розрахунки δ_1 при значенні dp/dx , відмінному від нуля, потребують додаткової експериментальної перевірки та уточнення параметрів, які визначають хвилюву шорсткість поверхні рідкої півки.

Проаналізувавши рис. 1 та 2, не дивлячись на отриману якісну відповідність, у всіх випадках має місце систематичне відхилення розрахункової товщини півки у порівнянні з вимірною. Подібна кількісна розбіжність може бути пояснена низкою прийнятих раніше припущень, зокрема, неврахування турбулізуючої дії зовнішніх факторів на характер протікання водяної півки.

Разом з тим, отримані результати свідчать про можливість застосування даного підходу до моделювання та розрахунку такого типу гетерогенних течій.

Література

1. Бояджиєв, Х. Массоперенос в движущихся пленках жидкости [Текст] / Х. Бояджиєв, В. Бешков. – М. : Мир, 1988. – 138 с.
2. Аладьев, С. И. К расчету волновых пленок [Текст] / С. И. Аладьев // Сб. тр. / Энерг. ин-т им. Г. М. Кржижановского. – 1977. – Вып. 25. – С. 194-198.

3. Расчет параметров ламинированной термодинамической структуры пограничного слоя, образующегося на профиле крыла при полете летательного аппарата в капеланом облаке с включенной системой противообледенительной защиты [Текст] / В. С. Максимов, В. А. Касьянов, Р. А. Михайлова, Ю. Г. Коваль // Аэродинамика : Межвуз. сб. науч. тр. – 1973. – Вып. 8. – С. 21-28.

4. Рыжов, С. В. О движении ламинарной безволновой пленки жидкости на короткой горизонтальной пластине, обтекаемой газовым потоком [Текст] / С. В. Рыжов // Судостроение и морские сооружения : Сб. ХГУ. – 1969. – Вып. 11. – С. 11-16.

5. Фадеев, И. П. Эрозия влажнопаровых турбин [Текст] / И. П. Фадеев. – Л. : Машиностроение, 1974. – 204 с.

6. Поваров, О. А. Экспериментальное исследование волновых режимов течения жидких пленок в спутном газомом потоке [Текст] / О. А. Поваров, Г. А. Филиппов, Е. Г. Васильченко // Теплоэнергетика. – 1978. – № 5. – С. 31-34.

7. Дейч, М. Е. Исследование двухфазного пограничного слоя [Текст] / М. Е. Дейч, И. П. Тетера // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1980. – № 4. – С. 117-125.

8. Мовчан, В. Т. Приближенно-аналитическое исследование турбулентного градиентного пограничного слоя [Текст] / В. Т. Мовчан // ПМТФ. – 1982. – № 3. – С. 102-111.

9. Шквар, Е. А. К учету влияния шероховатости обтекаемой поверхности [Текст] / Е. А. Шквар // ПТМФ. – 1986. – № 6. – С. 57-63.

10. Агеев, С. Е. Расчет течения жидкой пленки [Текст] / С. Е. Агеев // Некоторые вопросы прикладной аэродинамики : Сб. науч. тр. КИИГА. – 1987. – С. 59-62.

11. Пасконов, В. М. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена [Текст] / В. М. Пасконов, В. И. Полежаев, Л. А. Чудов. – М. : Наука, 1984. – 285 с.

12. Рыжков, С. В. О характере течения пленки на короткой горизонтальной пластине, обтекаемой газовым потоком [Текст] / С. В. Рыжков, В. В. Ершов, В. И. Мирошниченко // Теплоэнергетика : Тр. НКИ. – 1970. – Вып. 33. – С. 53-58.

13. Козлова, Т. В. Математична модель гравітаційної течії в шару стоку дощових опадів на шорсткій похилій поверхні [Текст] / Т. В. Козлова // Вісник Академії митної служби України : сер. Технічні науки. – 2012. – № 1(47). – С. 111-122.

14. Шквар, Є. О. Математична модель шару стоку дощових опадів зі злітно-посадкової смуги за наявності бокового вітру [Текст] / Є. О. Шквар // Системи озброєння і військова техніка. – 2012. – № 1(29). – С. 143-151.

15. Чисхолм, Д. Двухфазные течения в трубопроводах и теплообменниках [Текст] : пер. с англ. / Д. Чисхолм. – 1-е изд. – М. : Недра, 1986. – 216 с.

16. Мелкозеров, М. Г. Течение двухфазного потока в стационарном поле инерционных сил [Текст]

/ М. Г. Мелкозеров, А. В. Делков, А. А. Ходенков // Решетневские чтения : материалы XIV Международной научной конференции, посвященной памяти генерального конструктора ракетно-космических систем акад. М. Ф. Решетнева (10-12 ноября 2010, г. Красноярск) : в 2 ч. / под общ. ред. Ю. Ю. Логино-

ва – Красноярск : Сиб. гос. аэрокосм. ун-т, 2010. – Ч. 1. – С. 121-122.

17. Одишария, Г. Э. Прикладная гидродинамика газожидкостных смесей [Текст] / Г. Э. Одишария, А. А. Точигин. – М.-Иваново : ВНИИПГ и ГТ, ИГЭУ, 1998. – 400 с.

Надійшла до редакції 15.09.2014, розглянута на редколегії 20.01.2015

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ПРИ ДВИЖЕНИИ ТОНКОГО СЛОЯ ЖИДКОСТИ

С. Е. Агеев

Приведены результаты математического моделирования совместного движения водной пленки в спутном воздушном потоке. В работе предлагаются метод и модель расчета течения водной пленки в спутном воздушном потоке, который основывается на идее сращивания решений пограничных слоев воздушной и жидкой фаз. Результаты расчетов градиентных течений, реализующиеся на верхней поверхности профиля крыла, свидетельствуют об изменении характера течения водной пленки, а также позволяют сделать заключения об усилении действия градиента давления, который в соответствующих условиях может привести к преждевременному отрыву воздушного потока и ухудшению в целом аэродинамических характеристик самолета.

Ключевые слова: математическое моделирование, движение жидкости в потоке воздуха, градиент давления, турбулентность.

MODELLING THE BOUNDARY LAYER IN A THIN LAYER OF FLUID MOTION

S. E. Agehev

The results of mathematical modeling of the joint motion of the water film in the wake airflow. In this paper had proposed method and model for calculating the flow of the water film in the wake air flow, which is based on the idea of matching solutions of boundary layers of air and liquid phases. The results of calculations of gradient flows is implemented on the upper surface of the wing profile indicate the change in the nature of flow of the water film, and also allow us to conclude about strengthening action of the pressure gradient, which in certain conditions can lead to early separation of air flow and a deterioration in the overall aerodynamic characteristics of the aircraft.

Keywords: mathematical modeling, fluid motion in the air flow, the pressure gradient, the turbulence.

Агеев Сергій Євгенович – канд. техн. наук, доцент каф. аеродинаміки і безпеки польотів літальних апаратів, Національний авіаційний університет, м Київ, e-mail: unserv@ukr.net.