

УДК 621.039

Е. А. ИГУМЕНЦЕВ, Е. А. ПРОКОПЕНКО

*Украинская инженерно-педагогическая академия, Украина***МАГНИТНАЯ И ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ ЗАРЯЖЕННОГО ГИРОСКОПА**

Проведено моделирование магнитной индукции гироскопа-шара с использованием двух законов распределения вероятности электрического заряда вдоль радиуса вращающегося сферического объекта. Показано, что для описания плотности распределения вероятности сферических слоев заряда гироскопа целесообразно применять χ^2 -распределение со степенью свободы четыре. Такое распределение позволяет вычислить электрическую энергию и массу шара, используя известную модель спина электрона. Модель позволяет определить дисперсию распределения электрического заряда вдоль радиуса и максимальный радиус с доверительной вероятностью 0,999. Для гироскопа в форме неидеального шара определена частота Лармора и магнитная индукция при его вращении с этой частотой.

Ключевые слова: гироскоп, магнитная индукция, напряженно-деформированное состояние, электромагнитная диагностика, электрический заряд, сферический вращающийся объект.

Введение

Представляет практический интерес изучение объективных процессов перераспределения собственной энергии материала электрически заряженного технического объекта и установление закономерностей, описывающих объективно существующие связи макрохарактеристик материала с параметрами внешнего воздействия и реакцией на воздействие - диагностирование его напряженно-деформированного состояния.

Актуальность задачи подтверждается большим количеством публикаций, посвященных совершенствованию методик электромагнитной диагностики оборудования [1-3].

В работе [1] рассмотрена детерминированная постановка задачи исследования напряженно-деформированного состояния заряженных объектов. Работа [2] посвящена более широкому решению этой же задачи за счет применения распределения вероятности Максвелла. Получены выражения для определения магнитной индукции, использующие два закона распределения вероятности электрического заряда вдоль радиуса исследуемого сферического объекта: « χ^2 » – распределение и « χ^2 квадрат» – распределение.

Эти распределения удалось получить, используя в качестве модели гироскопа-шара элементарную частицу электрон.

Результаты исследований

Известно [2], что суммарную магнитную индукцию исследуемого сферического объекта в на-

правлении оси ω можно представить в виде:

$$B_{\omega} = \frac{8 \cdot k_{\varepsilon} \cdot \pi \cdot \rho \cdot \omega}{3c^2} \int_0^R r dr. \quad (1)$$

Данные, полученные в опытах по рассеянию электронов высоких энергий [4], позволили получить радиальное распределение заряда (рис. 1) внутри протона и нейтрона, считая от центра частицы. Вычтем из распределения заряда внутри нейтрона распределение заряда внутри протона. В результате получим, как нам кажется, распределение электрона. Здесь приведено нормированное значение с коэффициентом нормировки e^{-1} (см. рис. 1).

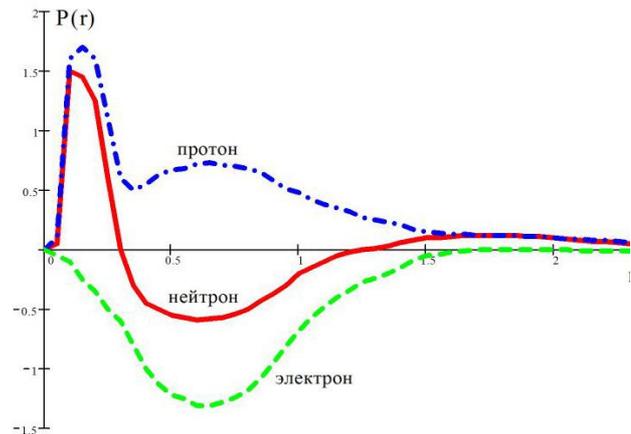


Рис. 1. Кривые радиального распределения заряда

На рис. 1. ординаты пропорциональны заряду тонкой сферической оболочки радиусом r . Площадь под всей кривой распределения до нормирования для протона равна заряду протона. Площадь, соот-

ветствующая всей кривой распределения до нормирования для нейтрона, равна нулю.

Площадь под кривой плотности заряда электрона (см. рис. 1) в функции радиуса равна заряду электрона. Поэтому радиальная плотность заряда $e(r)$ может быть представлена произведением заряда электрона (e) на некоторую плотность вероятности $P(r)$. Эта плотность вероятности и приведена на рис. 1, т.е. проведено нормирование

$$e(r) = e \cdot P(r).$$

Нормирование проведено таким образом, чтобы выполнялось условие

$$\int_0^R e(r) dr = \int_0^R e \cdot P(r) dr = e.$$

Радиальная вероятность $P(r)dr$ есть вероятность обнаружения величины заряда в пространстве между двумя концентрическими сферами с радиусами r и $r+dr$ [1]. Если плотность вероятности величины заряда вдоль радиуса обозначить $p(V)$, а элемент объема, зависящий только от радиуса, представляет собой сферическую оболочку, ограниченную двумя концентрическими сферическими поверхностями радиусами r и $r+dr$ с объемом $dV_r = 4\pi r^2 dr$, то радиальная вероятность заряда в объеме dV_r получается равной:

$$P(V) dr = p(V) dV_r = p(V) \cdot 4\pi r^2 dr; \quad (2)$$

$$\rho = e \cdot P(V); \quad P(V) = P(r) / 4\pi r^2.$$

Подставим последнее равенство (2) в соотношение (1) и получим выражение магнитной индукции электрона-шара

$$B_{\omega} = \frac{2k_e e \omega}{3c^2} \int_0^R P(r) r^{-1} dr. \quad (3)$$

Рассмотрим распределение молекул идеального газа по скоростям. По молекулярно-кинетической теории, как бы ни изменялись скорости молекул при столкновениях, средняя квадратичная скорость молекул газа, находящегося в состоянии равновесия, остается постоянной [4]. Это обусловлено тем, что в газе, находящемся в состоянии равновесия, устанавливается некоторое стационарное, не меняющееся со временем, распределение молекул по скоростям, которое подчиняется статистическому закону, выведенному Максвеллом.

Однако выражение для определения заряда [3] в функции локальной энергии и радиуса отличается от распределения Максвелла. Плотность распределения вероятности нахождения локальной энергии является хи-распределением с k степенями свободы. Умножая эту плотность вероятности на r/c , получим усеченное хи-распределение со степенью свободы $k + 1$. В результате нормировки получим рас-

пределение плотности электрического заряда в виде хи-распределения со степенью свободы $k + 1$. Для электрона $k = 4$, для нейтрона $k = 7$, для протона $k = 10$.

$$P_k(r) = \frac{r^{k-1} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right)}{2^{\frac{k-2}{2}} \Gamma\left(\frac{k}{2}\right) \sigma^k}. \quad (4)$$

Подставим хи-распределение (4) в (3) и получим выражение магнитной индукции сферического слоя при $k = 4$ электрона и $k = 10$ протона. Выражением суммарной магнитной индукции есть интегралы:

$$B_{\omega,e} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{k_e e \omega}{3c^2 \sigma} \int_0^R \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{r^2 \exp(-r^2 / 2\sigma^2) dr}{\sigma^3};$$

$$B_{\omega,p} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{35k_e e \omega}{2^7 c^2 \sigma} \int_0^R \frac{r^8 \exp(-r^2 / 2\sigma^2) dr}{2^{\frac{9-2}{2}} \Gamma(9/2) \sigma}.$$

Интегралы в представленном соотношении равны единице, т.к. подынтегральным выражением есть хи-распределение. Принимая это во внимание, получим окончательное выражение для суммарной магнитной индукции электрона и протона:

$$B_{\omega,e} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{k_e e \omega}{3c^2 \sigma}; \quad B_{\omega,p} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{35k_e e \omega}{2^7 c^2 \sigma}. \quad (5)$$

Вектор индукции магнитного поля B_{ω} электрона направлен вдоль оси ω и является суммой отдельных проекций распределенных по поверхности электрона. Здесь направление элементарных векторов магнитной индукции охватывает всю поверхность электрона, а максимальное значение сонаправлено с осью вращения ω . Проекция на ось, ортогональную ω , равны нулю. Таким образом, сумма проекций на ось ω и является суммарным мгновенным вектором магнитной индукции.

Используем полученные распределения для определения частоты вращения гироскопа-шара. В магнитном поле вектор момента импульса прецессирует вокруг вектора магнитной индукции B_{ω} . Прецессия вектора момента импульса в магнитном поле представляет собой задачу, хорошо известную в атомной физике [11]. Решение её основано на предположении, что магнитный момент μ элементарной частицы пропорционален моменту импульса. Магнитный момент в магнитном поле создает крутящий момент равный $M = \mu \times B_{\omega}$.

В инерциальной системе отсчета, исходя из соотношения $dL / dt = M$, в [12] получено уравнение движения электрона. Это уравнение аналогично уравнению движения свободного симметричного волчка-гироскопа. Частота свободной прецессии Ω_B в магнитном поле (например, в магнитном поле

атома) называется частотой Лармора. Гиромагнитное отношение спина γ_s , как отмечалось в [12], примерно в два раза больше, чем определенное по формуле (2.3) и приблизительно равно

$$\gamma_s = \frac{\mu}{L} = 2\gamma_1.$$

Частоту Лармора спина электрона Ω_B представим аналогично (2.3) в следующем виде:

$$\Omega_B = \gamma_s B_\omega. \quad (6)$$

Подставим значение магнитной индукции (3.5) в выражение для частоты Лармора и получим выражение для частоты прецессии магнитного момента в другом виде:

$$\Omega_B = -\gamma_s \frac{k_\epsilon e^2 \omega}{c^2 R}.$$

Воспользуемся уже знакомым равенством $\Omega_B/\omega = I/I_0 = 1/(1+\bar{k})$. Подставим его в представленное выражение частоты Лармора и получим для отношения частоты $\Omega_B/\omega \approx 1$ следующее равенство:

$$\frac{k_\epsilon e^2}{mc^2 R} = \frac{1}{(1+\bar{k})}. \quad (7)$$

Соотношение (7) позволяет определить радиус электрона, при малом \bar{k} он равен $R = 2,81 \cdot 10^{-15}$ м. Это хорошо известная в физике величина [11] и для модели электрона с постоянной плотностью электрического заряда и $\epsilon \approx 0$ действительно является радиусом электрона.

Как уже известно, из предыдущих разделов, распределение плотности вероятности электрического заряда элементарных частиц: электрона, протона и нейтрона есть хи-распределение (см. (4)). Для электрона-волчка в форме неидеального шара-гироскопа справедливо также приближенное равенство [4] $\Omega \approx \omega$. Подставим значение магнитной индукции (5) в выражение частоты Лармора и получим для отношения частот $\Omega/\omega \approx 1$ равенство:

$$\frac{1}{3} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{k_\epsilon e^2}{mc^2 \sigma} \approx \frac{1}{(1+\bar{k})}. \quad (8)$$

Уравнение (8) позволяет определить приближенное значение стандартного отклонения электрического заряда вдоль радиуса. Максимальное значение распределения плотности вероятности электрического сигнала наступает для радиуса $R = \sqrt{3}\sigma$. А максимальный радиус электрона равен $R_{\max} = \sqrt{X_4}\sigma$, где X_4 - квантиль хи-распределения со степенью свободы $k = 4$.

Стандартное отклонение положения электрического заряда от центра электрона, вычисленное по (8), составляет $\sigma = 1,17 \cdot 10^{-15}$ м, а эффективный радиус имеет значение $R_\Sigma = 2,02 \cdot 10^{-15}$ м. Макси-

мальный радиус (с доверительной вероятностью $P = 0,999$) равен $R_{\max} = 5,03 \cdot 10^{-15}$ м.

Условия (7) и (8) определяются в основном соотношением электрического заряда и массы. Если с помощью электромагнитной энергии по формуле Эйнштейна или Репченко [9] определить электромагнитную массу, то упомянутые условия будут представлены в виде отношения электромагнитной и гравитационной масс электрона. Это отношение обеспечивает приближенное равенство частот вращения и частоты Лармора при $\epsilon \approx 0$. Если отношение электромагнитной и гравитационной масс будет другим, то подобрать значение момента импульса, соответствующее известному, будет достаточно сложно.

Вычисленная частота вращения гироскопа и использование полученного хи-распределения позволяют определить энергию гироскопа-шара. Образует гироскоп-шар таким образом: сначала рассмотрим энергию взаимодействия шарового ядра с радиусом r и окружающего его шарового слоя, толщиной dr . Если ρ — постоянная плотность электрического заряда, то заряд центрального шара равен $(4/3)\pi r^3 \rho$, а заряд слоя равен $(4\pi r^2)(dr)\rho$. В работе [11] представлена формула для определения потенциальной энергии W_T сил тяготения между пробной массой, расположенной в центре, и массой слоя

$$W_T = -\frac{GM_{\text{ш}}M_{\text{сл}}}{r},$$

где $M_{\text{ш}}$, $M_{\text{сл}}$ — масса пробной массы и шарового слоя;

G — гравитационная постоянная;

r — расстояние между пробной массой и центром шарового слоя.

Как известно [11], силы гравитации являются силами притяжения. А потенциальная энергия притягивающихся объектов всегда отрицательна. Если подставить в уравнение энергии W_T вместо $(-GM_{\text{ш}}M_{\text{сл}})$ выражение $(e_{\text{ш}}e_{\text{сл}})$, где $e_{\text{ш}}$, $e_{\text{сл}}$ — электрические отрицательные заряды центральной пробной массы и шарового слоя, то получим потенциальную энергию электрических сил отталкивания (разрыва)

$$W = \frac{k_\epsilon e_{\text{ш}}e_{\text{сл}}}{r}.$$

Здесь потенциальная энергия уже положительна, т.к. используются силы отталкивания. Преобразуем потенциальную энергию электрических сил отталкивания между слоем и ядром и представим в следующем виде:

$$dW = k_\epsilon \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \rho \cdot 4\pi r^2 dr \frac{\rho}{r}.$$

Собственная электрическая энергия W сплошного шара (электрона) радиусом R есть интеграл

$$W = \int_0^R \frac{k_\epsilon}{3} (4\pi r)^2 r^4 dr = \frac{k_\epsilon}{3} (4\pi r)^2 \frac{R^5}{5} = k_\epsilon \frac{3}{5} \frac{e^2}{R}. \quad (9)$$

Здесь использовано то, что заряд электрона равен $e = (4/3)\pi R^3$.

Выражение для электромагнитной энергии электрона (9) представим аналогично [11] в следующем виде

$$W = \int_0^R \mathfrak{Z}_1 k_\epsilon \frac{4\pi r^2 \rho}{r} dr;$$

$$\mathfrak{Z}_1 = \int_0^r 4\pi r^2 \rho dr.$$

Подставим в это соотношение равенство (4)

$$W = k_\epsilon \int_0^R \mathfrak{Z}_1 P_k(r) r^{-1} dr;$$

$$\mathfrak{Z}_1 = e \int_0^r P_k(r) dr.$$

Интеграл \mathfrak{Z}_1 является функцией распределения $F(r)$ случайной величины r . Выражение для \mathfrak{Z}_1 в точности соответствует полученному соотношению в уравнении (9). Подставим \mathfrak{Z}_1 в выражение для энергии и представим ее в следующем виде:

$$W = \frac{e^2 k_\epsilon}{2\sigma} \left[\int_0^R \frac{r^2 \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) dr}{\sigma^3} - \int_0^R \frac{r^2 \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma^2}\right) dr}{\sigma^3} - \int_0^R \frac{r^4 \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) dr}{2\sigma^5} \right].$$

Введем аналогично (9) замену переменных во втором и третьем интегралах $2\sigma_1^2 = \sigma^2$. Все интегралы оказываются табличными, а выражение энергии принимает вид:

$$W = \frac{e^2 \sqrt{\pi} k_\epsilon}{2\sigma \sqrt{2}} \left[1 - \frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{3}{4\sqrt{2}} \right] = \frac{0,14e^2 k_\epsilon}{\sigma}.$$

Электромагнитная масса m_e при постоянной плотности заряда и при хи-распределении заряда соответственно равны:

$$\left. \begin{aligned} m_e &= \frac{3k_\epsilon e^2}{5c^2 R}; \\ m_e &= \frac{0,14k_\epsilon e^2}{c^2 \sigma}. \end{aligned} \right\}$$

Подставив значение электромагнитной массы в (7) и (8), получим условие, обеспечивающее равенство частот $\Omega_B(1+\bar{k}) = \omega$ в виде отношения элек-

тромагнитной и гравитационной масс для постоянной и переменной плотности распределения заряда:

$$\left. \begin{aligned} \frac{m_e}{m} &= \frac{3}{5(1+\bar{k})} = \frac{3}{5}; \\ \frac{m_e}{m} &= \frac{3}{3(1+\bar{k})} = \frac{1}{3}. \end{aligned} \right\}$$

Выводы

Для описания плотности распределения вероятности заряда сферических слоев гироскопа целесообразно применять не распределение Максвелла, а хи-распределение со степенью свободы четыре.

Распределение плотности вероятности заряда сферических слоев вдоль радиуса элементарной частицы определяется видом распределения заряда, полученным экспериментально.

Применение результатов исследования на практике позволит повысить точность электромагнитной диагностики напряженно-деформированного состояния цилиндрических и шарообразных изделий.

Литература

1. Игуменцев, Е. А. Электромагнитная диагностика напряженно-деформированного состояния бесконтактным методом [Текст] / Е. А. Игуменцев, Е. А. Прокопенко // *Электротехнические и компьютерные системы*. – 2011. – № 3(79). – С. 429 – 432.
2. Игуменцев, Е. А. Устойчивость заряженного гироскопа [Текст] / Е. А. Игуменцев, Е. А. Прокопенко // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2012. – № 7 (94). – С. 171 -175.
3. Игуменцев, Е. А. Момент импульса заряженного гироскопа [Текст] / Е. А. Игуменцев, Е. А. Прокопенко // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2011. – № 8 (85). – С. 117-121.
4. Игуменцев, Е. А. Электромагнитные составляющие частоты вращения заряженного гироскопа [Текст] / Е. А. Игуменцев, Е. А. Прокопенко // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2013. – № 10(107). – С. 30 - 36.
5. Горкунов, Б. М. Вихретоковый контроль поверхностных и подповерхностных деформаций структуры цилиндрических валов [Текст] / Б. М. Горкунов, В. В. Скопенко, И. В. Тюпа // *Вестник НТУ «ХПИ»*. – X., 2010. – Вып. 28. – С. 538 – 539.
6. Игуменцев, Е. А. Диагностика напряженно-деформированного состояния [Текст] / Е. А. Игуменцев, Е. А. Прокопенко // *Електромеханічні і енергозберігаючі системи*. – Кременчук: КрНУ, 2012. – № 3 (19). – С. 566-568.

7. Булгаков, Б. В. *Прикладная теория гироскопов [Текст]* / Б. В. Булгаков. – М. : Госиздат, 1976. – 400 с.

8. Тарг С. М. *Краткий курс теоретической механики [Текст]* / С. М. Тарг. – М. : Наука, 1967. – 478 с.

9. Репченко, О. *Полевая физика [Текст]* / О. Репченко. – М. : Галерея, 2005. – 314 с.

10. Трофимова, Т. И. *Курс физики [Текст] : учеб. пособие для ВУЗов* / Т. И. Трофимова. – М. : Академия, 2008. – 560 с.

11. Киттель, Ч. *Механика. [Текст]* / Ч. Киттель, У. Найт, М. Рудерман. – М. : Наука, 1971. – Т. 1. – 479 с.

12. Игуменцев, Е. А. *Модель движения заряженного гироскопа [Текст]* / Е. А. Игуменцев, Е. А. Прокопенко // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2014. – № 8 (115). – С. 160-164.

Поступила в редакцию 8.06.2015, рассмотрена на редколлегии 23.06.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф., зав. отделом проблем управления магнитным полем Б. И. Кузнецов, НТЦ МТО НАНУ, Харьков.

МАГНІТНА ТА ЕЛЕКТРИЧНА ЕНЕРГІЯ ГІРОСКОПУ, ЩО МАЄ ЗАРЯД

Є. О. Ігуменцев, О. О. Прокопенко

Проведено моделювання магнітної індукції гіроскопа-кулі з використанням двох законів розподілу вірогідності електричного заряду уздовж радіусу сферичного об'єкту, що обертається. Показано, що для опису щільності розподілу вірогідності сферичних шарів заряду гіроскопа доцільно застосовувати χ^2 - розподіл із ступенем свободи чотири. Такий розподіл дозволяє вичислити електричну енергію і масу кулі, використовуючи відому модель спіна електрона. Модель дозволяє визначити дисперсію розподілу електричного заряду уздовж радіусу і максимальний радіус з довірчою вірогідністю 0,999. Для гіроскопа у формі неідеальної кулі визначено частоту Лармора і магнітну індукцію при його обертанні з цією частотою.

Ключові слова: гіроскоп, магнітна індукція, напружено-деформований стан, електромагнітна діагностика, електричний заряд, сферичний об'єкт, що обертається.

MAGNETIC ENERGY AND ELECTRIC POWER GYRO WITH CHARGE

I. O. Igumentsev, O. O. Prokopenko

The object of study is the gyro-ball with an imperfect form. An electron is used as the model. It was the simulation of magnetic induction of the gyro-ball. Two laws were used probability distribution of electric charge along the radius of a spherical object that spins. In the work it was shown that the use of χ^2 distribution with four degrees of freedom is appropriate to describe the probability density spherical layers charge gyro. This distribution allows you to calculate the electrical energy and mass of the globe using famous model of electron spin. The model allows to determine the variance of the distribution of electric charge along the radius and the maximum radius with confidence probability 0.999. The electron gyrofrequency and the magnetic induction has been defined when gyro is rotating with this frequency.

Keywords: gyro, magnetic induction, tensely-deformed state, electromagnetic diagnostics, electric charge, spherical revolved object.

Игуменцев Евгений Александрович – д-р техн. наук, проф., Харьков, Украина, e-mail: izumea@i.ua.

Прокопенко Елена Александровна – канд. техн. наук, доц., доц. каф. систем управления технологических систем и объектов, Украинская инженерно-педагогическая академия, Харьков, Украина, e-mail: Ileenaa@i.ua.