

УДК 539.376

Ю. М. КОБЗАРЬ

*Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины***МОДЕЛЬ ХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ СЖАТИИ В УСЛОВИЯХ ДЛИТЕЛЬНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ**

Предложена модель разрушения, в основу которой положено уменьшение несущей массы вещества в процессе ползучести. Скорости деформаций ползучести моделируются с помощью наиболее распространенного варианта теории течения. Аналитическим путем получено уравнение связывающее коэффициент Пуассона, функцию времени и реологические параметры. Для двух последних предложен алгоритм их определения из экспериментов на ползучесть. Расчетные значения времен хрупкого разрушения жаропрочного сплава качественно и удовлетворительно количественно согласуются с данными экспериментов.

Ключевые слова: сжатие, модель разрушения, хрупкое разрушение, длительная прочность, критерий разрушения, время разрушения.

Введение

Результаты исследований по механике разрушения композитных материалов при мгновенном сжатии в точных постановках сосредоточены в основном, в монографии [1]. В ней, начальным механизмом разрушения является локальная потеря устойчивости в структуре материала в окрестностях трещин, при этом определяются, минимальные напряжения, при которых начинаются процессы продвижения трещин.

Мало изучены, но актуальны вопросы о длительной прочности материалов при сжатии. Ответы на них можно получить с помощью новых моделей, устанавливающих связь между такими базовыми характеристиками материалов и конструкций, которые наиболее полно отражают особенности процесса разрушения, но при этом, модели должны оставаться простыми, допускающими удобные, для приложений, решения. При длительном нагружении ключевым является определение времени, по истечении которого произойдет дефрагментация образца с потерей его несущей способности как целого. С таких позиций задача вязкого разрушения в случае растяжения решена Хофом. Подтверждение эффективности его модели и ее дальнейшее развитие имеется в цикле работ [2].

В настоящей статье использованы и развиты идеи, заложенные в модели длительного разрушения при растяжении [5]. В предлагаемой модели образец находится в условиях длительной прочности при сжатии, с начальными напряжениями меньшими предела пропорциональности. Определяется время разрушения, исходя из предположения о сохранении плотности при изменяющемся объеме.

Скорости деформаций ползучести моделируются с помощью наиболее распространенного варианта теории течения. Незвестные реологические параметры находятся с использованием регрессионного анализа и статистической обработки кривых ползучести при сжатии.

1. Постановка задачи

Пусть на стержень длительное время действует сжимающая нагрузка $P(t)$ меньшая критической нагрузки $P_{кр}(t)$, приложенная на торцах образца при неизменной температуре Θ_1 . В каждый фиксированный момент времени t сжимающая нагрузка $P(t)$ поддерживается постоянной и определяется соотношением

$$P(t) = Ph(t), \quad (1.1)$$

где $h(t)$ - функция Хэвисайда ($h = 0$ при $t < 0$ и $h = 1$ при $t \geq 0$), P - постоянная величина.

В этих условиях упруго деформированный изотропный стержень объемом V находится в состоянии ползучести. В процессе происходит приращение объема микротрещин за счет увеличения межзеренного пространства как результата образования новых объемов при разрыве зерен и кристаллов, в составе зерен, на части. Поэтому, суммарный объем ΔV (вначале, $t = 0$, объем принят равным нулю) микротрещин внутри стержня растет и вызывает рост малых деформаций ползучести.

Кроме того, имеет место уменьшение общей несущей массы стержня, которая является суммой

непересекающихся локальных несущих масс. Под локальной несущей массой подразумевается максимальная часть всей несущей массы образца в любого вида сечении толщиной Δh , отсутствие которой в данный момент времени в этом сечении, приведет к дефрагментации образца под действием приложенной нагрузки, т.е. к его разрушению как целого. Такое уменьшение несущей массы происходит внутри за счет фрагментации стержня на части, потерявшие с ним непрерывный контакт. Эти части образуются путем выкалывания, крошения, несогласованности проскальзывания, проворачивания (вследствие потери устойчивости) зерен и остаются в растущем в этой связи пространстве трещин, которое произрастает между стыками зерен, внутри зерен и в разделенных кристаллах. Общая несущая масса уменьшается как внутри, так и на внешнюю часть, которая отделяется по внешней границе тела. Будем предполагать, что при малых деформациях стержня зависимость скорости ползучести от напряжений при одноосном сжатии описывается уравнением течения [3, 4]

$$\frac{d\varepsilon_x^c}{dt} = B(t)(\sigma(t))^n, \quad (1.2)$$

где $B(t)$ – функция времени;
 n – характеристический параметр.

2. Модель разрушения

Объемная деформация ползучести θ^c , связана с продольной линейной деформацией ползучести ε_x^c при сжатии соотношением

$$\theta^c = (1 - 2\mu)\varepsilon_x^c, \quad (2.1)$$

где μ – коэффициент Пуассона.

В начальный момент времени $t = 0$, тело объемом V , плотности ρ_0 упруго деформировано под действием сжимающей нагрузки (1.1). В процессе ползучести прутка ($t > 0$) изменяются его общая несущая масса и объем, но сохраняется плотность

$$\rho_0 = \rho(t) = \text{const}. \quad (2.2)$$

Количественно процесс отражают равенства

$$\begin{aligned} \rho_0 &= \frac{m_0}{V_0} = \frac{m_0}{F_0 l_0} = \frac{m(t)}{V(t)} = \\ &= \frac{m(t)}{F(t)l(t)} = \frac{m(t)}{V_0 - \Delta V(t)}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

где m_0 , $m(t)$ – начальная и текущая общая несущая массы стержня. Зависимость между текущей несущей массой $m(t)$ и объемной деформацией $\theta^c(t)$ получается из равенств (2.3) и будет

$$\frac{m(t)}{m_0} = 1 - \theta^c(t). \quad (2.4)$$

Скорость линейной деформации и скорость изменения массы, учитывая (2.1) и (2.4), связаны соотношением

$$\frac{d\varepsilon_x^c}{dt} = -\frac{1}{m_0(1 - 2\mu)} \frac{dm(t)}{dt}. \quad (2.5)$$

Из тождества $P = P$ после его умножения на соответствующие части равенств (2.3) следует, что

$$\frac{\sigma_{x0} m_0}{l_0} = \frac{\sigma(t) m(t)}{l(t)}. \quad (2.6)$$

Здесь $\sigma_{x0} = \frac{P}{F_0}$, $\sigma(t) = \frac{P}{F(t)}$ – начальное и текущее значения нормальных напряжений в стержне. Предполагается, что $\sigma_{x0} \leq \sigma_{\text{пл}}$, где $\sigma_{\text{пл}}$ – предел пропорциональности.

Ввиду равенства $l(t)/l_0 = 1 + \varepsilon_x^c(t)$ зависимость между напряжениями (2.6), с другой стороны, приобретает вид

$$\sigma(t) = (1 + \varepsilon_x^c(t)) \frac{m_0}{m(t)} \sigma_{x0}. \quad (2.7)$$

Линейную деформацию ползучести ε_x^c и отношение масс $m(t)/m_0$ связывает равенство

$$1 + \varepsilon_x^c = -\left(\frac{m(t)}{m_0} - 2(1 - \mu)\right) / (1 - 2\mu), \quad (2.8)$$

полученное из (2.1) и (2.3).

Зависимость (2.7), где сомножитель $1 + \varepsilon_x^c$ заменен в соответствии с (2.8), представляется равенством

$$\sigma(t) = \left(2(1 - \mu) \frac{m_0}{m(t)} - 1\right) \frac{\sigma_{x0}}{1 - 2\mu}. \quad (2.9)$$

После замен скорости ползучести на скорость изменения массы (2.5) текущего напряжения на

начальное, как в зависимости (2.9), уравнение ползучести (1.2) примет вид

$$-\frac{1}{(1-2\mu)m_0} \frac{dm(t)}{dt} = B(t) \left(\left(2(1-\mu) \frac{m_0}{m(t)} - 1 \right) \frac{\sigma_{x0}}{1-2\mu} \right)^n. \quad (2.10)$$

Для удобства представим (2.10) в форме

$$-\frac{dq}{\left(\frac{1}{q} - a\right)^n} = (1-2\mu) \left(\frac{\sigma_{x0}}{a(1-2\mu)} \right)^n B(t) dt, \quad (2.11)$$

где $q = \frac{m(t)}{m_0}$, $a = 1/(2(1-\mu))$.

Критерием разрушения принято предельное состояние материала стержня, при котором его масса становится нулевой в каком-то условно сингулярном объеме. Величина q , пропорциональная отношению масс $m(t)/m_0$, изменяется от 1 в момент времени $t = 0$, когда $m(t) = m_0$ в упругом состоянии материала, до нуля, когда масса $m(t)$ становится нулевой в момент t_D разрушения стержня. Интегрируется уравнение (2.11), правая часть в выше указанных пределах изменения q и левая по времени $t = 0, t_D$, найдем

$$-\int_1^0 \frac{dq}{\left(\frac{1}{q} - a\right)^n} = \frac{\sigma_{x0}^n}{a^n (1-2\mu)^{n-1}} \int_0^{t_D} B(t) dt. \quad (2.12)$$

Пусть

$$B(t) dt = d\Omega, \quad (2.13)$$

тогда

$$\int_0^1 \frac{dq}{\left(\frac{1}{q} - a\right)^n} = \sigma_{x0}^n \frac{\Omega(t_D) - \Omega(0)}{a^n (1-2\mu)^{n-1}}, \quad (2.14)$$

причем $\Omega(0) = 0$, что будет видно из дальнейшего.

Из соотношения (2.14) для функции времени $\Omega(t_D)$ в момент длительного разрушения находим

$$\Omega(t_D) = (1-2\mu)^{n-1} \frac{a^n}{\sigma_{x0}^n} \int_0^1 \frac{dq}{\left(\frac{1}{q} - a\right)^n}. \quad (2.15)$$

Функция (2.15) является аналогом функции податливости, причем неизвестный параметр n и функция $\Omega(t_D)$ определяются из экспериментов на ползучесть.

Если выражение (2.13) подставить в уравнение (1.2), то получим уравнение кривой ползучести в виде

$$\varepsilon_x^c(t) = \Omega(t) \sigma_{x0}^n. \quad (2.16)$$

Здесь учтено, что при малых деформациях (меньше 5%) на участке кривой, где скорость ползучести убывает, изменение напряжения $\sigma(t)$ по сравнению с начальным напряжением σ_{x0} мало и его можно принять равным начальному.

Делением уравнений (2.16) соответствующих каждой $i+k$ -той кривой ползучести на уравнение i -той кривой ползучести получаются линейно независимые отношения

$$\frac{\varepsilon_{xi+k}^c(t_j)}{\varepsilon_{xi}^c(t_j)} = \left(\frac{\sigma_{x0i+k}}{\sigma_{x0i}} \right)^{n_i}. \quad (2.17)$$

В результате статистической обработки каждого соотношения (2.17) находят значения n_i . Общий показатель

$$n = \sum_{k=1}^K n_k \quad (2.18)$$

будет их средним значением.

Отношения, аналогичные функциям податливости i -той кривой ползучести

$$\frac{\varepsilon_{xi}^c(t)}{\sigma_{x0i}^n} = \Omega_i(t) \quad (2.19)$$

задают функции времени $\Omega_i(t)$. Их количество равно количеству кривых ползучести. Полученные функции $\Omega_i(t)$ методами регрессивного анализа можно аппроксимировать линейной или степенной зависимостью. При этом находятся параметры приближения B_1 и k . Отметим, что при $t = 0$ из уравнений (2.19) следует, что $\Omega(0) = 0$. В случае

принятия степенной зависимости

$$\Omega(t) = B_1 t^k \quad (2.20)$$

для времени разрушения t_D находим

$$t_D = \left((1-2\mu)^{n-1} \frac{a^n}{B_1 \sigma_{x0}^n} \int_0^1 \frac{dq}{\left(\frac{1}{q} - a\right)^n} \right)^{\frac{1}{k}}. \quad (2.21)$$

Если принять линейную зависимость

$$\Omega(t) = B_1 t, \quad (2.22)$$

то время разрушения вычисляется по формуле

$$t_D = (1-2\mu)^{n-1} \frac{a^n}{B_1 \sigma_{x0}^n} \int_0^1 \frac{dq}{\left(\frac{1}{q} - a\right)^n}. \quad (2.23)$$

3. Расчет времени разрушения

Апробация модели разрушения (2.15) при линейной зависимости (2.23) происходила на задачах расчета времени разрушения коротких стержней (при различных уровнях нагрузок (1.1) не превышающих предел пропорциональности $\sigma_{пл}$).

Результаты расчетов сопоставлялись с экспериментальными данными по длительному разрушению гладких цилиндрических прутков.

В уравнение модели (2.23) коэффициент Пуассона μ подлежит определению из стандартного испытания на упругость при одноосном сжатии цилиндрического образца.

Характеристические параметры ползучести B_1 , n уравнения (2.23) определялись из стандартных испытаний на ползучесть, при постоянной температуре Θ_i , под действием неизменной сжимающей нагрузки на той части эксперимента, где скорость ползучести убывает.

Значение материальных констант и рассчитанных реологических параметров приведены в табл. 1.

Были обработаны кривые ползучести с начальными напряжениями $\sigma_{x0} = 45$ кгс/мм² и $\sigma_{x0} = 50$ кгс/мм² при заданной температуре $\Theta = 750^\circ$. Показатель n получен путем осреднения по описанной методике, в основе которой положены соотношения (2.17). Используя значение показателя n , найдены функции времени (2.19) для заданной температуры. Характер поведения позволил аппроксимировать их прямой линией (2.22). При этом, была определена константа B_1 как среднее констант B_{1i} каждой функции времени $\Omega_i(t)$. Сравнение выполнено для образцов, изготовленных из жаропрочного сплава ЭИ437Б на хромоникелевой основе в виде цилиндрических прутков диаметром 32 мм [8]. Кривые ползучести этого сплава при температуре $\Theta = 750^\circ$ представлены на рис. 1.

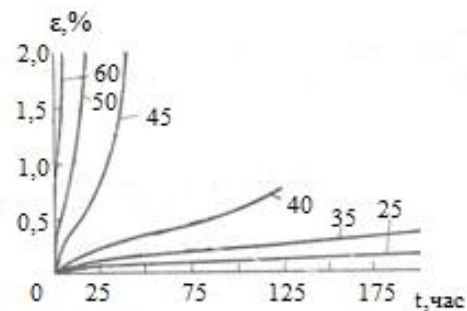


Рис. 1. Кривые ползучести.
Цифры у кривых значения напряжений, кгс/мм²

На рис. 2. в логарифмических координатах в виде сплошной линии нанесены результаты расчетов времени разрушения, выполненные согласно формулам (2.23). Здесь же приведены, в виде круглых точек, экспериментальные данные времени разрушения цилиндрических прутков материала ЭИ437Б(826) нагретого до температуры $\Theta = 750^\circ$ (рис. 2).

Таблица 1

Упругие константы материала и найденные параметры модели

Материал	Температура	$\sigma_{пл}$	μ	E	B_1	n
Жаропрочный сплав ЭИ437Б	$^\circ\text{C}$	МПа		МПа	$10^8 \text{ час}^{-1} (\text{м}^2 / \text{МН})^n$	
	750	309,015	0,3	14500	$0,3130076596 \cdot 10^{-62}$	7,082402734

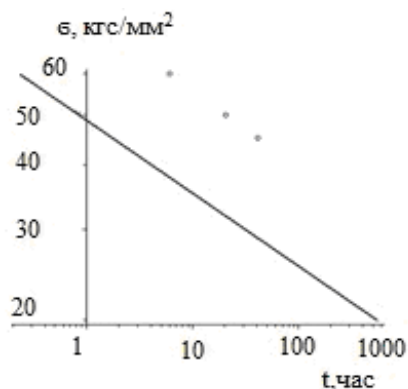


Рис. 2. График зависимости времени разрушения от уровня напряжений

Заключение

Имеет место совпадение наклона рассчитанной кривой времен разрушения и соответствующих экспериментальных данных, а также их удовлетворительное количественное совпадение, что свидетельствует о достаточной эффективности предложенной модели.

Литература

1. Гузь, А. Н. Основы механики разрушения композитов при сжатии [Текст]. В 2-х т. / А. Н. Гузь. – К. : Литера, 2008. – 736 с.
2. Голуб, В. П. О влиянии двухосности напряженного состояния в вершине усталостной трещины на кинетику роста трещины в идеально пластичных материалах [Текст] / В. П. Голуб, А. В. Плащинская, Л. В. Шатило // Теорет. и прикладная механика. – 2004. – Вып. 39. – С. 162-167.
3. Davenport, C. C. Correlation of creep and relaxation properties of copper [Text] / C. C. Davenport // Journal of applied mechanics. – 1938. – Vol. 5, No. 2. – P. 55-60.
4. Малинин, Н. Н. Ползучесть в обработке металлов [Текст] / Н. Н. Малинин. – М. : Машиностроение, 1986. – 216 с.
5. Кобзарь, Ю. М. Модель хрупкого разрушения стержней в условиях ползучести при растяжении [Текст] / Ю. М. Кобзарь, А. Ю. Кобзарь // Проблемы оптимального проектирования сооружений : сб. док. 2-й Всероссийской конф. – Новосибирск : НАУКА, 2011. – С. 162-169.
6. Ленин, Г. Ф. Ползучесть металлов и критерии жаропрочности [Текст] / Г. Ф. Ленин. – М. : Металлургия, 1976. – 344 с.

Поступила в редакцию 1.06.2014, рассмотрена на редколлегии 12.06.2014

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, ведущий научный сотрудник В. С. Кирилук, Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, Киев, Украина.

МОДЕЛЬ КРИХКОГО РУЙНУВАННЯ КОНСТРУКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ ПРИ СТИСКУ В УМОВАХ ДОВГОТРИВАЛОЇ ПОВЗУЧОСТІ

Ю. М. Кобзар

Запропоновано модель руйнування, в основу якої покладено зменшення несучої маси речовини в процесі повзучості. Швидкості деформацій повзучості моделюються за допомогою найбільш розповсюдженого варіанту теорії течії. Аналітичним шляхом отримано рівняння, що зв'язує коефіцієнт Пуассона, функцію часу та реологічні параметри. Для двох останніх запропоновано алгоритм їх визначення з експериментів на повзучість. Розрахункові значення часу крихкого руйнування жаростійкого сплаву якісно і задовільно кількісно узгоджуються з даними експериментів.

Ключові слова: стиск, модель руйнування, крихке руйнування, довготривала міцність, критерій руйнування, час руйнування.

STRUCTURAL MODEL BRITTLE FRACTURE MATERIALS UNDER COMPRESSION IN LONG-TERM CREEP

Ju. M. Kobzar

A model of fracture, which is based on a decrease in the carrier substance mass during creep. Creep strain rate are modeled using the most common version of the theory of flow. Analytically derived an equation relating the Poisson's ratio, a function of time and rheology. For the last two proposed algorithm for the determination of creep experiments. Calculated values the times of brittle fracture superalloy qualitatively and quantitatively satisfactory agreement with experimental data.

Keywords: compression model of fracture, brittle fracture, creep rupture strength, fracture criterion, the destruction.

Кобзарь Юрий Михайлович – канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., ст. науч. сотр. отдела механики ползучести, Институт механики НАН Украины, Киев, Украина, e-mail: Poderey@gmail.com.