

УДК 629.7.054

В.В. КАРАЧУН, В.Н. МЕЛЬНИК, В.Ю. ШИБЕЦКИЙ*Национальный технический университет Украины “КПИ”, Киев, Украина***ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВЫПУКЛОЙ ОБОЛОЧКИ
С СИЛЬНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНОЙ**

Проводится качественный и количественный анализ динамики выпуклой оболочки, подверженной воздействию сильной ударной волны в эксплуатационных условиях. Построена аналитическая модель явления, позволяющая решать широкий круг анализа и синтеза поверхностей с ненулевой гауссовой кривизной. Установлена степень влияния упругих перемещений поверхности выпуклой оболочки друг на друга, которая нашла отражение в уравнениях динамики. Строятся координатные функции поверхности для двух режимов внешнего воздействия – плоская звуковая волна и диффузное поле. Проведен численный анализ максимальных значений перемещений поверхности в плоскости среднего ипангоута в случае стационарного воздействия. Построены нагруженные поверхности оболочки для фиксированной частоты звуковой волны и избыточного давления.

Ключевые слова: выпуклая оболочка, гауссова кривизна, координатные функции.

Введение

Анализ проблемы и ее связь с научно-техническими задачами. Стремительное развитие сверхзвуковой авиации, кроме достижений, порождает много технических проблем, решение которых крайне важно. Остановимся на некоторых из них.

Сверхзвуковому полету сопутствует мощное акустическое излучение – на стартовых позициях и при преодолении звукового барьера, а так же резкий градиент тепловой нагрузки. Понижающее акустическое излучение высокого уровня и *N*-волна генерируют в механических системах ЛА множество форм колебаний, в том числе и резонансных [1]. Анализ упругого взаимодействия звуковой волны с комплектами позволит глубже оценить особенности динамики, даст возможность прогнозировать возникновение особенностей резонансного типа.

Обзор публикаций и выделение нерешенных проблем. Отличительные свойства оболочек при акустическом нагружении, а также вопросы дифракции и интерференции звуковых волн, по видимому, впервые рассмотрены в работе Л. Лямшева [2]. В дальнейшем эти задачи, в том числе волновые процессы при рассеянии и излучении звука, получили развитие, в частности, в работах [3,4]. Решение краевых задач динамики оболочек впервые достаточно полно выполнил В. Гринченко [5].

Постановка задачи данного исследования. Нерешенной все же остается до сих пор задача оптимизации круговой оболочки в реверберационном объеме, путем перехода к поверхности с ненулевой гауссовой кривизной, в частности, в виде выпуклой оболочки. Оценка влияния Эйлеровых сил инерции

на подвижном основании, особенности перехода поверхности в разряд импедансной и др.

**Изложение основного материала
с обоснованием полученных
научных результатов**

Уравнения динамики выпуклой оболочки в безразмерной форме имеют вид [1]:

$$\frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} + \frac{1+v}{2 \left(R_0 + \delta \sin \frac{\pi z}{l} \right)} \frac{\ell}{\left(R_0 + \delta \sin \frac{\pi z}{l} \right)} \frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial z \partial \varphi} - \frac{v h}{\left(R_0 + \delta \sin \frac{\pi z}{l} \right)} \frac{\partial W}{\partial z} = - \frac{(1-v^2) \ell^2}{E h^2} q_1 + \frac{(1-v^2) \ell^2 \rho \omega_0^2}{E} \frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2}; \quad (1)$$

$$+ \frac{1+v}{2} \frac{\left(R_0 + \delta \sin \frac{\pi z}{l} \right)}{\ell} \frac{\partial^2 U_z}{\partial z \partial \varphi} - \frac{\partial W}{\partial \varphi} = - (1-v^2) \frac{\left(R_0 + \delta \sin \frac{\pi z}{l} \right)^2}{E h^2} q_2 + \frac{\rho \omega_0^2 \left(R_0 + \delta \sin \frac{\pi z}{l} \right)^2}{E} \frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial t^2}; \quad (2)$$

$$- \frac{\partial^4 W}{\partial z^4} - 2 \frac{\ell}{\left(R_0 + \delta \sin \frac{\pi z}{l} \right)^2} \frac{\partial^4 W}{\partial z^2 \partial \varphi^2} -$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\ell^4}{\left(R_0 + \delta \sin \frac{\pi z}{l}\right)^4} \frac{\partial^4 W}{\partial \varphi^4} = -\frac{\ell^4}{\left(R_0 + \delta \sin \frac{\pi z}{l}\right)^4} \frac{\partial^3 U_\varphi}{\partial \varphi^3} - \\
& -(1-\nu) \frac{\ell^2}{\left(R_0 + \delta \sin \frac{\pi z}{l}\right)^2} \frac{\partial^3 U_\varphi}{\partial z^2 \partial \varphi} + \\
& + 12\nu \frac{\ell^3}{\left(R_0 + \delta \sin \frac{\pi z}{l}\right) h^2} \frac{\partial U_z}{\partial z} + \\
& + 12\nu \frac{\ell^3}{\left(R_0 + \delta \sin \frac{\pi z}{l}\right) h^2} \frac{\ell^4}{\left(R_0 + \delta \sin \frac{\pi z}{l}\right)^2 h^2} \frac{\partial U_\varphi}{\partial \varphi} = \\
& = \frac{12(1-\nu^2)}{E} \frac{\ell^4}{h^2} q_3 + 12(1-\nu^2) \frac{\ell^4}{h^2} \frac{\rho h \omega_0^2}{E} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2}.
\end{aligned} \quad (3)$$

Циклически деформируемое состояние:

- плоская волна

При циклическом нагружении ($2 \leq k$), координатные функции строятся в виде [1]:

$$\begin{aligned}
U_z(t, z, \varphi) = \sum_{k=2}^{\infty} [a_k^{(1)}(t) z^2 (1-z)^2 \cos k\varphi \cos z + \\
+ a_k^{(2)}(t) z^2 (1-z)^2 \sin k\varphi \sin z];
\end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned}
U_\varphi(t, z, \varphi) = \sum_{k=2}^{\infty} [b_k^{(1)}(t) z^2 (1-z)^2 \sin k\varphi \cos z + \\
+ b_k^{(2)}(t) z^2 (1-z)^2 \cos k\varphi \sin z];
\end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
W(t, z, \varphi) = \sum_{k=2}^{\infty} [c_k^{(1)}(t) z^4 (1-z)^4 \cos k\varphi \cos z + \\
+ c_k^{(2)}(t) z^4 (1-z)^4 \sin k\varphi \sin z],
\end{aligned} \quad (6)$$

где U_z, U_φ, W – координатные функции вдоль протяженности z оболочки;

U_φ – вдоль параллели φ ;

W – в плоскости шпангоута;

$a_k^{(1)}, a_k^{(2)}, b_k^{(1)}, b_k^{(2)}, c_k^{(1)}, c_k^{(2)}$ – произвольные постоянные.

- диффузное поле

Координатные функции имеют вид:

$$\begin{aligned}
U_z(t, z, \varphi) = 4 \int_{\varepsilon_1=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\varepsilon_2=0}^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \sum_{k=2}^{\infty} [a_k^{(1)}(t) z^2 (1-z)^2 \times \right. \\
\times \cos k\varphi \cos z + a_k^{(2)}(t) z^2 (1-z)^2 \sin k\varphi \sin z] \Big\} \times \\
\times \cos \varepsilon_1 \sin \varepsilon_1 \cos \varepsilon_2 \sin \varepsilon_2 \partial \varepsilon_1 \partial \varepsilon_2;
\end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
U_\varphi(t, z, \varphi) = 4 \int_{\varepsilon_1=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\varepsilon_2=0}^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \sum_{k=2}^{\infty} [b_k^{(1)}(t) z^2 (1-z)^2 \times \right. \\
\times \sin k\varphi \cos z + b_k^{(2)}(t) z^2 (1-z)^2 \cos k\varphi \sin z] \Big\} \times \\
\times \cos \varepsilon_1 \sin \varepsilon_1 \cos \varepsilon_2 \sin \varepsilon_2 \partial \varepsilon_1 \partial \varepsilon_2;
\end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
W(t, z, \varphi) = 4 \int_{\varepsilon_1=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\varepsilon_2=0}^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \sum_{k=2}^{\infty} [c_k^{(1)}(t) z^4 (1-z)^4 \times \right. \\
\times \cos k\varphi \cos z + c_k^{(2)}(t) z^4 (1-z)^4 \sin k\varphi \sin z] \Big\} \times \\
\times \cos \varepsilon_1 \sin \varepsilon_1 \cos \varepsilon_2 \sin \varepsilon_2 \partial \varepsilon_1 \partial \varepsilon_2,
\end{aligned} \quad (9)$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – углы падения звуковой волны;

R_0 – радиус торцов;

ℓ, h – длина и толщина оболочки;

E, ν, ρ – коэффициенты, характеризующие свойства материала;

Приняв

$R = R_0 + \delta \sin z, \delta = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}; h = 1 \cdot 10^{-4} \text{ м};$

$L = 0,06 \text{ м}; E = 7 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2; \rho = 2,7 \cdot 10^3;$

$\nu = 0,32; R_0 = 0,02 \text{ м},$

получаем значения максимальных упругих перемещений в среднем шпангоуте при диффузной структуре поля (табл. 1 – 3).

Таблица 1

Максимальные упругие перемещения $U_{z \max}$ поверхности среднего шпангоута бочонка

$\omega, \text{с}^{-1}$	$U_z, \text{м}$			
	$P_{10}=100 \text{ Н/м}^2$	$P_{10}=200 \text{ Н/м}^2$	$P_{10}=300 \text{ Н/м}^2$	$P_{10}=400 \text{ Н/м}^2$
600	$0,9819 \cdot 10^{-8}$	$1,9638 \cdot 10^{-8}$	$2,9457 \cdot 10^{-8}$	$3,9276 \cdot 10^{-8}$
1200	$0,7407 \cdot 10^{-8}$	$1,4814 \cdot 10^{-8}$	$2,2221 \cdot 10^{-8}$	$2,9628 \cdot 10^{-8}$
1800	$0,4869 \cdot 10^{-8}$	$0,9738 \cdot 10^{-8}$	$1,4607 \cdot 10^{-8}$	$1,9476 \cdot 10^{-8}$
2400	$0,312 \cdot 10^{-8}$	$0,624 \cdot 10^{-8}$	$0,936 \cdot 10^{-8}$	$1,248 \cdot 10^{-8}$
3000	$0,224 \cdot 10^{-8}$	$0,448 \cdot 10^{-8}$	$0,672 \cdot 10^{-8}$	$0,896 \cdot 10^{-8}$
3600	$0,1836 \cdot 10^{-8}$	$0,3672 \cdot 10^{-8}$	$0,5508 \cdot 10^{-8}$	$0,7344 \cdot 10^{-8}$
4200	$0,1577 \cdot 10^{-8}$	$0,3154 \cdot 10^{-8}$	$0,4731 \cdot 10^{-8}$	$0,6308 \cdot 10^{-8}$
4800	$0,1366 \cdot 10^{-8}$	$0,2732 \cdot 10^{-8}$	$0,4098 \cdot 10^{-8}$	$0,5464 \cdot 10^{-8}$
6000	$0,109 \cdot 10^{-8}$	$0,218 \cdot 10^{-8}$	$0,327 \cdot 10^{-8}$	$0,436 \cdot 10^{-8}$

Таблица 2

Максимальные упругие перемещения $U_{\text{ф max}}$ поверхности среднего шпангоута *бочонка*

$\omega, \text{с}^{-1}$	$U_{\text{ф}}, \text{м}$			
	$P_{10}=100\text{Н/м}^2$	$P_{10}=200\text{Н/м}^2$	$P_{10}=300\text{Н/м}^2$	$P_{10}=400\text{Н/м}^2$
600	$4,506 \cdot 10^{-8}$	$9,012 \cdot 10^{-8}$	$13,518 \cdot 10^{-8}$	$18,024 \cdot 10^{-8}$
1200	$4,466 \cdot 10^{-8}$	$8,932 \cdot 10^{-8}$	$13,398 \cdot 10^{-8}$	$17,864 \cdot 10^{-8}$
1800	$4,425 \cdot 10^{-8}$	$8,85 \cdot 10^{-8}$	$13,275 \cdot 10^{-8}$	$17,7 \cdot 10^{-8}$
2400	$4,397 \cdot 10^{-8}$	$8,794 \cdot 10^{-8}$	$13,191 \cdot 10^{-8}$	$17,588 \cdot 10^{-8}$
3000	$4,381 \cdot 10^{-8}$	$8,762 \cdot 10^{-8}$	$13,143 \cdot 10^{-8}$	$17,524 \cdot 10^{-8}$
3600	$4,371 \cdot 10^{-8}$	$8,742 \cdot 10^{-8}$	$13,113 \cdot 10^{-8}$	$17,484 \cdot 10^{-8}$
4200	$4,361 \cdot 10^{-8}$	$8,722 \cdot 10^{-8}$	$13,083 \cdot 10^{-8}$	$17,444 \cdot 10^{-8}$
4800	$4,351 \cdot 10^{-8}$	$8,702 \cdot 10^{-8}$	$13,053 \cdot 10^{-8}$	$17,404 \cdot 10^{-8}$
5400	$4,34 \cdot 10^{-8}$	$8,68 \cdot 10^{-8}$	$13,02 \cdot 10^{-8}$	$17,36 \cdot 10^{-8}$
6000	$4,328 \cdot 10^{-8}$	$8,656 \cdot 10^{-8}$	$12,984 \cdot 10^{-8}$	$17,312 \cdot 10^{-8}$

Таблица 3

Максимальные упругие перемещения W_{max} поверхности среднего шпангоута *бочонка*

$\omega, \text{с}^{-1}$	$W, \text{м}$			
	$P_{10}=100\text{Н/м}^2$	$P_{10}=200\text{Н/м}^2$	$P_{10}=300\text{Н/м}^2$	$P_{10}=400\text{Н/м}^2$
600	$4,786 \cdot 10^{-8}$	$9,572 \cdot 10^{-8}$	$14,358 \cdot 10^{-8}$	$19,144 \cdot 10^{-8}$
1200	$4,765 \cdot 10^{-8}$	$9,53 \cdot 10^{-8}$	$14,295 \cdot 10^{-8}$	$19,06 \cdot 10^{-8}$
1800	$4,741 \cdot 10^{-8}$	$9,482 \cdot 10^{-8}$	$14,223 \cdot 10^{-8}$	$18,964 \cdot 10^{-8}$
2400	$4,721 \cdot 10^{-8}$	$9,442 \cdot 10^{-8}$	$14,163 \cdot 10^{-8}$	$18,884 \cdot 10^{-8}$
3000	$4,704 \cdot 10^{-8}$	$9,408 \cdot 10^{-8}$	$14,112 \cdot 10^{-8}$	$18,816 \cdot 10^{-8}$
3600	$4,689 \cdot 10^{-8}$	$9,378 \cdot 10^{-8}$	$14,067 \cdot 10^{-8}$	$18,756 \cdot 10^{-8}$
4200	$4,673 \cdot 10^{-8}$	$9,346 \cdot 10^{-8}$	$14,019 \cdot 10^{-8}$	$18,692 \cdot 10^{-8}$
4800	$4,654 \cdot 10^{-8}$	$9,308 \cdot 10^{-8}$	$13,962 \cdot 10^{-8}$	$18,616 \cdot 10^{-8}$
5400	$4,634 \cdot 10^{-8}$	$9,268 \cdot 10^{-8}$	$13,902 \cdot 10^{-8}$	$18,536 \cdot 10^{-8}$
6000	$4,612 \cdot 10^{-8}$	$9,224 \cdot 10^{-8}$	$13,836 \cdot 10^{-8}$	$18,448 \cdot 10^{-8}$

Деформированное состояние поверхности, как и следовало ожидать, в диффузном поле, имеет бо-

лее сложную структуру, чем при воздействии плоской волной (рис. 1)

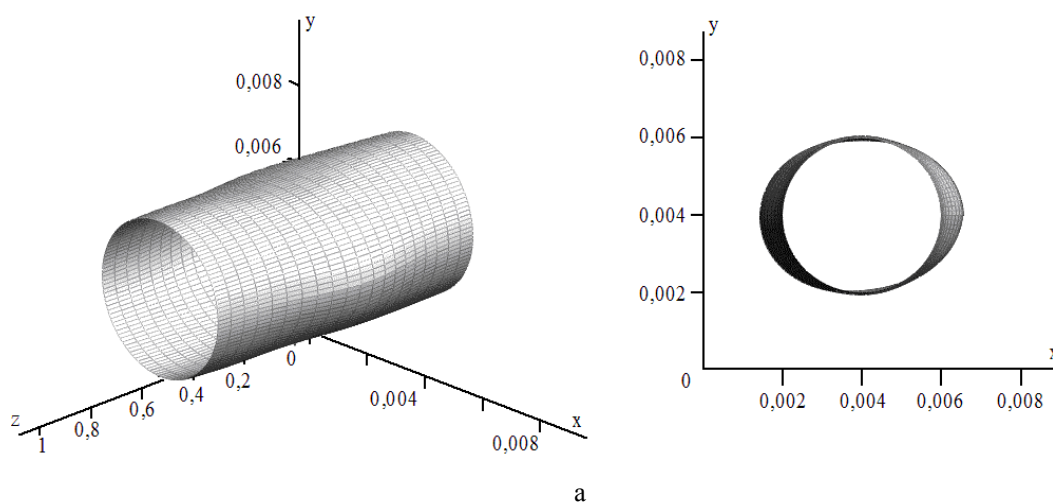


Рис. 1. Деформированная поверхность выпуклой оболочки
в диффузном поле на частоте $\omega = 3000 \text{ с}^{-1}$;

а – $P_{10} = 100 \text{ Н/м}^2$;

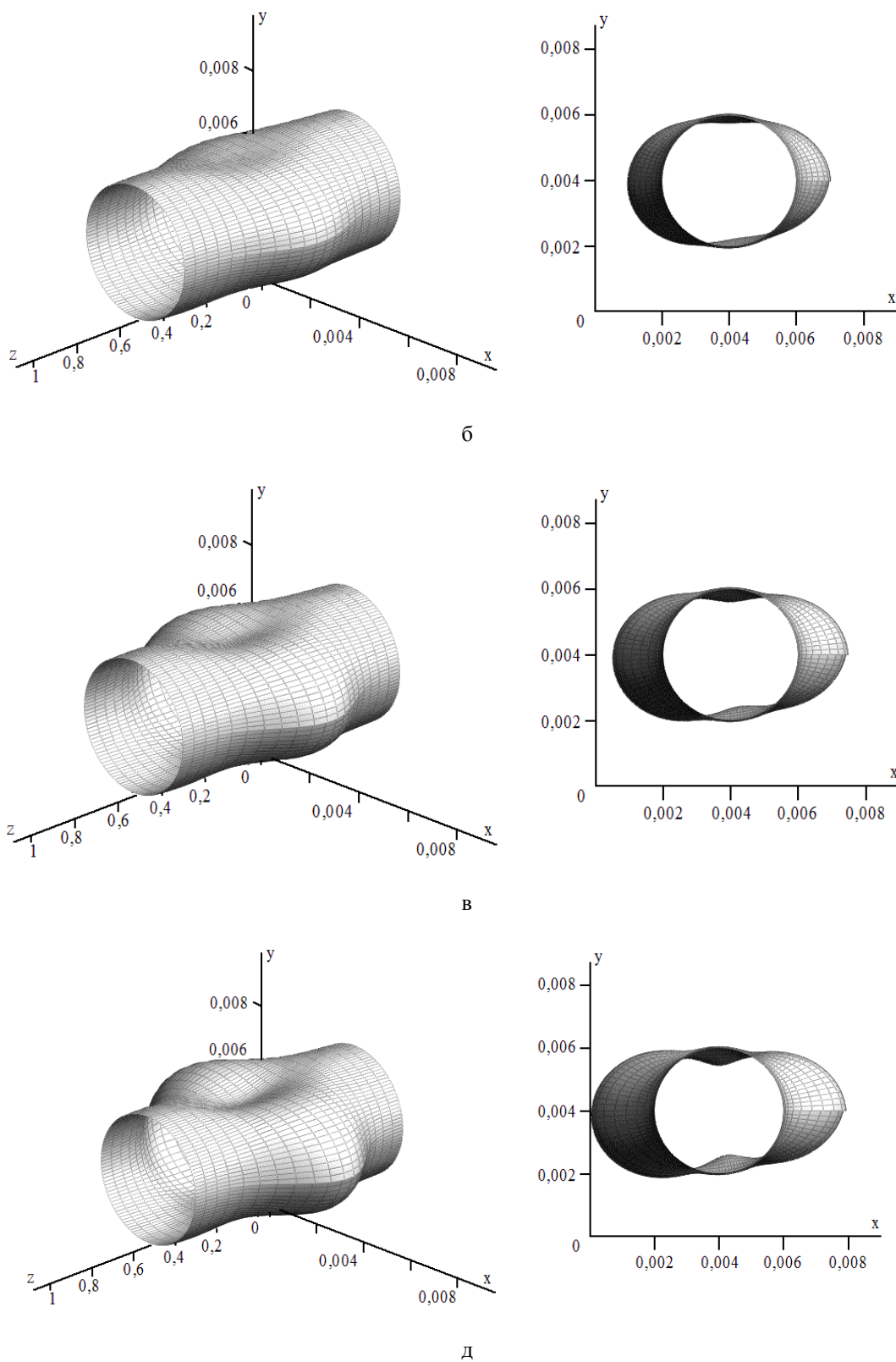


Рис. 1. Деформированная поверхность выпуклой оболочки

в диффузном поле на частоте $\omega = 3000 \text{ с}^{-1}$:

б – $P_{10} = 200 \text{ Н/м}^2$; в – $P_{10} = 300 \text{ Н/м}^2$;

д – $P_{10} = 400 \text{ Н/м}^2$ (окончание)

Выводы и перспективы дальнейших исследований в данном направлении

Построенная математическая модель упругого взаимодействия сильной ударной волны позволит в дальнейшем выбирать оптимальную по определенным характеристикам геометрию линии меридиана выпуклой оболочки.

Вариативными параметрами можно принимать физико-механические свойства, характер рассеяния энергии акустического воздействия, наличие антирезонанса и др.

Усложнение расчетной модели позволит очертить круг локальных особенностей динамики вследствие появления Эйлеровых сил инерции при наличии носителя вектора кинетического момента.

Литература

1. Карачун, В.В. Волновые задачи поплавок гирокопа [Текст]: моногр. / В.В. Карачун, Я.Ф. Каюк, В.Н. Мельник. – Нац. техн. ун-т Украины “КПИ”. – К.: “Корнейчук”, 2007. – 228 с.
2. Ляшнев, Л.М. Отражение звука тонкими пластинами и оболочками в жидкости [Текст]: моногр. / Л.М. Ляшнев. – М.: АН СССР, 1955. – 73 с.
3. Гудков, А.И. Внешние нагрузки и прочность летательных аппаратов [Текст]: моногр. / А.И. Гудков, П.С. Лешаков. – М.: Машиностроение, 1968. – 327 с.
4. James, J. Sound scattering by Solid Cilinders and Spheres [Text] / J. James, Jr. Faran // JASA. – 1951. – Vol. 23, №4. – P. 405-418.
5. Гринченко, В.Т. Равновесие и установившиеся колебания тел конечных размеров [Текст]: моногр. / В.Т. Гринченко. – К.: Наук. думка, 1978. – 264 с.

Поступила в редакцию 29.05.2013, рассмотрена на редколлегии 14.06.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Л.М. Рыжков, Национальный технический университет Украины “КПИ”, Киев, Украина.

ВЗАЄМОДІЯ ОПУКЛОЇ ОБОЛОНКИ З ПОТУЖНОЮ УДАРНОЮ ХВИЛЕЮ

В.В. Карачун, В.М. Мельник, В.Ю. Шибетський

Здійснюється якісний і кількісний аналіз динаміки опуклої оболонки, яка підвладна дії потужної ударної хвилі в експлуатаційних умовах. Побудована аналітична модель явища, яка дозволяє вирішувати широке коло аналізу і синтезу поверхонь з ненульовою гаусовою кривизною. Встановлена ступінь впливу пружних переміщень поверхні опуклої оболонки одна на одну, яка знайшла відображення в рівняннях динаміки. Будуються координатні функції поверхні для двох режимів зовнішнього впливу – плоска звукова хвиля і дифузне поле. Виконаний чисельний аналіз максимальних значень переміщень поверхні в площині середнього шпангоута за умови стаціонарного збурення. Означені навантаження поверхні оболонки для фіксованої частоти звукової хвилі і рівня надлишкового тиску.

Ключові слова: опукла оболонка, гаусова кривизна, координатні функції

INTERACTION OF CONVEX SHELL WITH A STRONG SHOCK WAVE

V.V. Karachun, V.N. Mel'nick, V.Ju. Shybet'skij

Implemented qualitative and quantitative analysis of the dynamics of the convex shell, which actions subject to strong shock wave in the operating conditions. Created an analytical model of phenomena that can solve a wide range of analysis and synthesis of surfaces with nonzero Gaussian curvature. The degree of influence of elastic surface displacement of convex shell of each other, which is reflected in the equations of dynamics. We construct a surface coordinate functions for the two modes of external influence - flat sound wave and diffuse field. Numerical analysis of the maximum values of surface displacements in the plane of the middle frame provided to stationary perturbation. The mentioned load on surface of shell for fixed frequency sound waves and the level of excess pressure.

Key words: convex shell, Gaussian curvature, coordinate functions

Карачун Владимир Владимирович – д-р техн. наук, проф., проф. каф. биотехники и инженерии Национального технического университета Украины “КПИ”, Киев, Украина, e-mail: karachun11@i.ua.

Мельник Виктория Николаевна – д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой биотехники и инженерии Национального технического университета Украины “КПИ”, Киев, Украина, e-mail: karachun11@i.ua.

Шибетский Владислав Юрьевич – ассистент каф. биотехники и инженерии Национального технического университета Украины “КПИ”, Киев, Украина, e-mail: sjsvva@mail.ru.