

УДК 629.76/.78.001.67

С.В. ФИЛИПКОВСКИЙ

Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, Украина

ПРОДОЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ТОПЛИВА В ТРУБОПРОВОДЕ РАКЕТЫ С НЕЛИНЕЙНЫМ УПРУГИМ ЭЛЕМЕНТОМ

Получена нелинейная модель газожидкостного упругого элемента топливного трубопровода жидкостной ракеты. Исследованы свободные и вынужденные колебания жидкости в топливном трубопроводе с газожидкостным упругим элементом. Показано, что при частотах меньше нижней резонансной частоты возможны неустойчивые режимы. Такое поведение рассматриваемой системы объясняется физическими свойствами газожидкостного упругого элемента. Построены скелетные кривые, амплитудно-частотные характеристики и определены области устойчивости и неустойчивости нелинейных колебаний.

Ключевые слова: топливный трубопровод, газожидкостный упругий элемент, нелинейная модель, колебания, скелетная кривая, амплитудно-частотная характеристика.

Введение

В топливной системе жидкостной ракеты бак окислителя обычно расположен над баком горючего. Длина трубопровода окислителя такова (рис. 1), что частота продольных колебаний жидкости в нём может приблизиться к собственной частоте колебаний корпуса ракеты. В этом случае амплитуда резонансных колебаний может достичь опасной величины. Для снижения первой собственной частоты колебаний жидкости применяют устройство, представляющее собой сосредоточенный упругий элемент с малой жёсткостью [1]. Его называют газожидкостным демпфером, хотя рассеяние энергии в нём мало и не учитывается в расчётах.

Теоретические основы проектирования и конструкции гидравлических агрегатов летательных аппаратов рассмотрены в книге [2]. В монографии

[3] изложена методика анализа колебаний топливных баков с жидкостью, динамических характеристик упруго подвешенных топливных магистралей. В книге [1] исследованы автоколебания, возникающие в результате взаимодействия продольных упругих колебаний корпуса ракеты с динамическими процессами, протекающими в двигательной установке.

В статье [4] предложена методика выбора параметров демпфера колебаний, основанная на определении первой собственной частоты трубопровода с демпфером по формулам для системы с одной степенью свободы.

В названных выше источниках использованы линеаризованные модели динамического поведения топливных магистралей и агрегатов. Газожидкостный демпфер, который является основным элементом гашения колебаний, обладает нелинейными

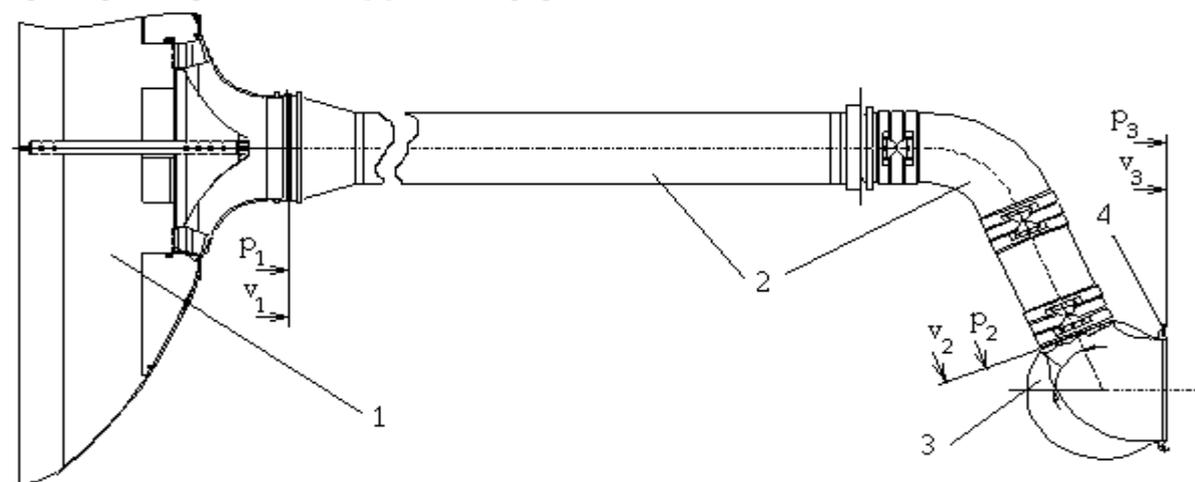


Рис 1. Схема трубопровода окислителя

свойствами. Поэтому целью работы является построение и анализ нелинейной математической модели колебаний окислителя в трубопроводе ЖРД.

1. Уравнения движения системы с конечным числом степеней свободы

Схема топливоподающего тракта с газожидкостным упругим элементом, представлена на рис. 1. Из бака 1 по трубопроводу 2, на конце которого установлен упругий элемент 3, компонент топлива подаётся в шнекоцентробежный насос турбонасосного агрегата (ТНА) 4.

Для построения амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) колебаний жидкости трубопровод рассматриваем как систему с распределенными параметрами. Скорость течения мала по сравнению со скоростью звука в трубе, вязкое сопротивление не учитываем, жидкость считаем сжимаемой и стенки труб упругими. Динамика жидкости в каждом отрезке трубопровода описывается уравнением Эйлера и уравнением неразрывности, которые при принятых допущениях имеют вид [2].

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho \frac{\partial v}{\partial t}, \quad -\frac{\partial p}{\partial t} = c_0^2 \rho \frac{\partial v}{\partial x}, \quad (1)$$

где p , v – давление и скорость жидкости; x – осевая координата трубопровода; t – время; ρ – плотность жидкости; F – площадь поперечного сечения трубопровода; c_0 – скорость звука в круглой деформируемой трубе, которая определяется формулой Жуковского [1].

Газожидкостный упругий элемент (рис. 2) представляет собой полость 1, верхняя часть которой заполнена инертным газом 2. При колебаниях давления в трубопроводе 3 жидкость 4 перетекает через отверстия 5 в полость и обратно, при этом газ выполняет функцию упругого элемента с малой жёсткостью. Количество газа в полости регулируется подачей через клапан 6 и сбросом через клапан 7.

Математическая модель этого элемента основана на допущении о том, что сжимаемостью жидкости по сравнению со сжимаемостью газа можно пренебречь [2]. В этом случае изменение объёма газа в полости равно разности объёмных расходов жидкости на входе и выходе:

$$\frac{dV_T}{dt} = -F(v_{T3} - v_{T2}), \quad (2)$$

где V_T – текущий объём газа в полости; v_{T2} , v_{T3} – текущие скорости на входе и выходе из полости. Скорость жидкости в трубопроводе складывается из постоянной составляющей и колебаний, описываемых уравнениями (1). Тогда $v_{T2} = v_0 + v_2$, $v_{T3} = v_0 + v_3$; где v_0 – постоянная составляющая

скорости, v_2 , v_3 – колебания скорости. Полагаем, что газ сжимается и расширяется адиабатически:

$$\frac{p_0}{p_T} = \left(\frac{V_T}{V_0} \right)^\gamma, \quad (3)$$

где p_0 – постоянная составляющая давления; V_0 – начальный объём газа в полости; p_T – текущее давление; γ – показатель адиабаты. Продифференцируем уравнение (3) по времени и получим:

$$\frac{dV_T}{dt} = \frac{V_0}{\gamma p_0} \left(1 + \frac{p}{p_0} \right)^\chi \frac{\partial p_T}{\partial t}, \quad (4)$$

где $p_T = p_0 + p$, p – колебания давления; $\chi = -(1+\gamma)/\gamma$.

Соотношение (4) введём в (2) и произведём разложение в ряд Тейлора, учитывая, что $|p/p_0| < 1$. В результате придём к следующему уравнению:

$$v_3 - v_2 = \frac{-V_0}{F\gamma p_0} \left[1 + \chi \frac{p}{p_0} + \frac{\chi(\chi-1)}{2} \frac{p^2}{p_0^2} + \dots \right] \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (5)$$

Полагаем, что ТНА работает с постоянной производительностью и отсутствуют колебания расхода жидкости на выходе из полости, то есть $v_3 = 0$. Сохраним в разложении (5) члены включительно до третьей степени p/p_0 . Продифференцировав (5) по времени и подставив в первое уравнение (1), получим граничное условие на выходе из трубы в полость:

$$\frac{V_0}{F\gamma p_0} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \left[1 + \chi \frac{p}{p_0} + \frac{\chi(\chi-1)}{2} \frac{p^2}{p_0^2} \right] \frac{\partial p}{\partial t} \right\} \Bigg|_{x=L} + \frac{\partial p}{\partial x} \Bigg|_{x=L} = 0. \quad (6)$$

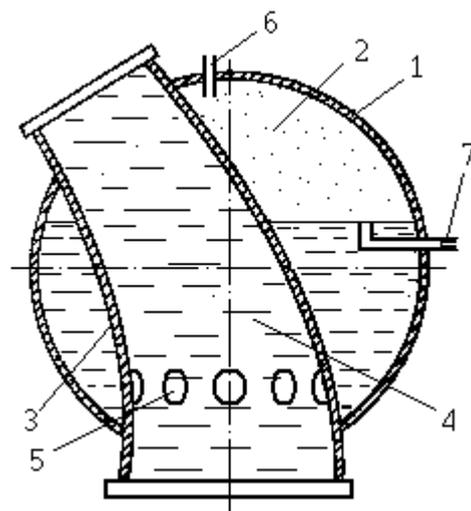


Рис. 2. Схема газожидкостного упругого элемента

Для дальнейшего исследования используем безразмерные параметры $\sigma = p/p_0$, $\kappa = x/L$,

$\tau = tc_0/L$, $\varpi = \omega L/c_0$; где L – длина трубы. Уравнения (1) и (6) принимают вид:

$$\ddot{\sigma} - \sigma'' = 0, \quad (7)$$

$$\left[\sigma' + A_1 \ddot{\sigma} + A_2 (\dot{\sigma}^2 + \sigma \ddot{\sigma}) + A_3 (2\sigma \dot{\sigma}^2 + \sigma^2 \ddot{\sigma}) \right]_{\kappa=1} = 0, \quad (8)$$

$$\text{где } A_1 = \frac{\rho V_0 c_0^2}{\gamma F p_0 L}, \quad A_2 = \frac{\rho \chi V_0 c_0^2}{\gamma F p_0 L},$$

$$A_3 = \frac{\rho \chi (\chi - 1) V_0 c_0^2}{2 \gamma F p_0 L}, \quad \dot{\sigma} = \frac{\partial \sigma}{\partial \tau}, \quad \sigma' = \frac{\partial \sigma}{\partial \kappa}.$$

Колебания корпуса ракеты в полёте сопровождаются периодическим движением днища бака. Силы инерции прилегающей к днищу жидкости создают колебания давления на входе в трубопровод [3]. Допустим, что они изменяются по гармоническому закону, тогда граничное условие в начале трубопровода будет $p|_{\kappa=0} = p_B \sin \omega t$, где p_B и ω – амплитуда и частота возмущающего воздействия. Примем такую аппроксимацию давления в трубе:

$$\sigma(\kappa, \tau) = \sum_i [\alpha_{2i-1}(\tau) \cdot \sin \varpi_i \kappa + \alpha_{2i}(\tau) \cdot \cos \varpi_i \kappa], \quad (9)$$

где функции времени $\alpha_j(\tau)$ – обобщенные координаты, $j = \overline{1,6}$, ϖ_i – собственные частоты колебаний жидкости в трубопроводе с линеаризованными граничными условиями. Для определения ϖ_i оставим только первые члены рядов (5) и (9). В результате получим трансцендентное частотное уравнение:

$$\cos \varpi = A_1 \varpi \sin \varpi. \quad (10)$$

Для решения уравнения колебаний с нелинейным граничным условием используем метод взвешенных невязок [5]. В работе [6] показано, что если в аппроксимации (9) сохранить первые три члена ряда, то получим систему шести уравнений для определения функций времени:

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^6 e_{j,k} \ddot{\alpha}_k + \sum_{k=1}^6 \bar{e}_{j,k} \alpha_k + \sum_{m=1}^6 \sum_{n=1}^6 \hat{e}_{j,m,n} \dot{\alpha}_m \dot{\alpha}_n + \\ & + \sum_{m=1}^6 \sum_{n=1}^6 \tilde{e}_{j,m,n} \alpha_m \ddot{\alpha}_n + \sum_{k=1}^6 \sum_{l=1}^6 \sum_{n=1}^6 \hat{e}_{j,k,l,n} \alpha_k \dot{\alpha}_l \dot{\alpha}_n + \\ & + \sum_{k=1}^6 \sum_{l=1}^6 \sum_{n=1}^6 \bar{e}_{j,k,l,n} \alpha_k \alpha_l \ddot{\alpha}_n - z_j \sin \varpi \tau = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

где $j = \overline{1,6}$ – номера уравнений; $e_{j,k}$, $\bar{e}_{j,k}$, $\hat{e}_{j,m,n}$, $\tilde{e}_{j,m,n}$, $\hat{e}_{j,k,l,n}$, $\bar{e}_{j,k,l,n}$ – коэффициенты, которые зависят от A_i и ϖ_i ; $z_{2i-1} = 0$, $z_{2i} = p_B/p_0$; $i = \overline{1,3}$.

2. Уравнения свободных колебаний

Рассмотрим систему уравнений (12) без правой части. Это соответствует состоянию трубопровода, когда в баке поддерживается заданное давление

наддува, а на входе из бака в трубу нет колебаний давления $p|_{\kappa=0} = 0$. В безразмерных параметрах граничное условие запишется $\sigma|_{\kappa=0} = 0$. В этом случае вместо (9) следует принять такую аппроксимацию давления в трубе:

$$\sigma(\kappa, \tau) = \sum_i \alpha_i(\tau) \sin(\varpi_i \kappa). \quad (12)$$

При сохранении трёх членов ряда (12) останется три обобщенные координаты $\alpha_i(\tau)$ и три уравнения в системе (11).

Система (11) линейна относительно вторых производных обобщенных координат $\ddot{\alpha}_i$. Решив эту систему, получим

$$\ddot{\alpha}_i = \Delta_i / \Delta, \quad (13)$$

где Δ_i , Δ – определители системы (11). Раскроем эти определители и сохраним члены до третьей степени включительно. Знаменатель (13) имеет вид

$$\Delta = 1 + \sum_{j=1}^3 \delta_j \alpha_k + \sum_{j=4}^9 \delta_j \alpha_k \alpha_m + \sum_{j=10}^{18} \delta_j \alpha_k \alpha_m \alpha_n, \quad (14)$$

где δ_j – коэффициенты, зависящие от $e_{j,k}$, $\bar{e}_{j,k}$, $\hat{e}_{j,m,n}$, $\tilde{e}_{j,m,n}$, $\hat{e}_{j,k,l,n}$, $\bar{e}_{j,k,l,n}$. Разложим Δ^{-1} в ряд Тейлора по переменным α_1 , α_2 , α_3 , подставим в (13) и сохраним члены до третьей степени включительно. Получим систему трёх дифференциальных уравнений

$$\ddot{\alpha}_i = \Phi_i(\alpha_m, v_k), \quad i, m, k = \overline{1,3}, \quad (15)$$

где Φ_i – кубические полиномы, $v_k = \dot{\alpha}_k$ – обобщенные скорости.

Систему (15) решаем методом нелинейных нормальных форм (ННФ), согласно которому все фазовые координаты выражаем через одну пару фазовых координат [7]. В качестве независимой пары фазовых координат выберем обобщенную координату $\alpha = \alpha_1$ и обобщенную скорость $v = v_1 = \dot{\alpha}_1$.

Представим ННФ в следующем виде:

$$\begin{aligned} \alpha_n(\alpha, v) = & \vartheta_{n,1} \alpha + \vartheta_{n,2} v + \vartheta_{n,3} \alpha^2 + \\ & + \vartheta_{n,4} \alpha v + \vartheta_{n,5} v^2 + \vartheta_{n,6} \alpha^3 + \\ & + \vartheta_{n,7} \alpha^2 v + \vartheta_{n,8} \alpha v^2 + \vartheta_{n,9} v^3, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_n(\alpha, v) = & \vartheta_{3+n,1} \alpha + \vartheta_{3+n,2} v + \vartheta_{3+n,3} \alpha^2 + \\ & + \vartheta_{3+n,4} \alpha v + \vartheta_{3+n,5} v^2 + \vartheta_{3+n,6} \alpha^3 + \\ & + \vartheta_{3+n,7} \alpha^2 v + \vartheta_{3+n,8} \alpha v^2 + \vartheta_{3+n,9} v^3, \end{aligned} \quad (16)$$

где $n = \overline{2,3}$ – номера обобщенных координат. Для определения коэффициентов $\vartheta_{n,m}$ строим уравнения в частных производных относительно ННФ:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_n(\alpha, \nu) &= \frac{\partial \alpha_n(\alpha, \nu)}{\partial \alpha} \dot{\alpha} + \frac{\partial \alpha_n(\alpha, \nu)}{\partial \nu} \dot{\nu}(\alpha, \nu), \\ \dot{\nu}_n(\alpha, \nu) &= \frac{\partial \nu_n(\alpha, \nu)}{\partial \alpha} \dot{\alpha} + \frac{\partial \nu_n(\alpha, \nu)}{\partial \nu} \dot{\nu}(\alpha, \nu). \end{aligned} \quad (17)$$

В этих выражениях $\dot{\nu}_n$ представляет собой правую часть n-го уравнения (15). Подставив (16) в (15), запишем её следующим образом: $\dot{\nu}_n = \ddot{\alpha}_n = \Phi[\alpha_m(\alpha, \nu), \nu_k(\alpha, \nu)] = Q_n(\alpha, \nu)$, соответственно $\dot{\alpha} = \ddot{\alpha} = Q_1(\alpha, \nu)$. Тогда

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_n(\alpha, \nu) = \nu_n(\alpha, \nu) &= \frac{\partial \alpha_n(\alpha, \nu)}{\partial \alpha} \nu + \frac{\partial \alpha_n(\alpha, \nu)}{\partial \nu} Q_1(\alpha, \nu), \\ \dot{\nu}_n(\alpha, \nu) = Q_n(\alpha, \nu) &= \frac{\partial \nu_n(\alpha, \nu)}{\partial \alpha} \alpha + \frac{\partial \nu_n(\alpha, \nu)}{\partial \nu} Q_1(\alpha, \nu). \end{aligned} \quad (18)$$

Приравняв коэффициенты при одинаковых степенях $\alpha^m \nu^n$, и, сохраняя слагаемые со степенями $m+n = \overline{1,3}$; построим систему алгебраических уравнений относительно коэффициентов $\vartheta_{n,m}$; $n = \overline{2,3,5,6}$; $m = \overline{1,9}$. Коэффициенты при первых степенях α и ν в уравнениях (18) являются квадратными членами относительно $\vartheta_{n,1}$ и $\vartheta_{n,2}$. Приравняв суммы коэффициентов в левых и правых частях (18) получим восемь квадратных уравнений. Они дают три действительных решения, которые соответствуют формам колебаний линеаризованной системы (15). Подставляя каждое из этих решений в выражения для коэффициентов при квадратных произведениях α и ν (18) получим три системы линейных уравнений для определения $\vartheta_{n,m}$, $m = \overline{3,5}$. Аналогично определяем коэффициенты $\vartheta_{n,m}$, $m = \overline{6,9}$ при кубических произведениях α и ν .

ННФ (16) подставляем в 1-е уравнение системы (15). В результате для каждой ННФ получим одно обыкновенное дифференциальное уравнение, описывающее движение по ней:

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha} + V_1 \dot{\alpha} + V_2 \alpha + V_3 \alpha^2 + V_4 \alpha \dot{\alpha} + V_5 \dot{\alpha}^2 + \\ + V_6 \alpha^3 + V_7 \alpha^2 \dot{\alpha} + V_8 \alpha \dot{\alpha}^2 + V_9 \dot{\alpha}^3 = 0, \end{aligned} \quad (19)$$

где V_m , $m = \overline{1,9}$ – коэффициенты, получающиеся в результате группировки слагаемых.

3. Численный анализ свободных колебаний

Исследуемый трубопровод имеет следующие параметры: $L = 12$ м; $F = 0,126$ м²; $V_0 = 0,04$ м³; $c_0 = 543,26$ м/с; $\rho = 1128,5$ кг/м³; $\gamma = 1,667$. Решив уравнение (10) получим $\varpi_1 = 0,27164$,

$\varpi_2 = 3,16549$, $\varpi_3 = 6,29520$. Эти значения совпадают с результатами аналитического решения задачи методом четырёхполосника, опубликованным в работе [4].

Уравнение (19) проанализировано методом гармонического баланса [8]. Скелетные кривые всех трёх форм колебаний имеют мягкие характеристики и пересекают ось частот в точках, которые соответствуют решениям уравнения (10). Исследована сходимость решения при увеличении количества членов в разложении (12). На рис.3 показаны скелетные кривые колебаний жидкости по первой форме. Номер линии соответствует количеству обобщённых координат в (12). Для одной и двух обобщённых координат значения безразмерной частоты ϖ при $\alpha = 1$ отличаются в четвёртом знаке. Для двух и трёх обобщённых координат скелетные кривые практически совпадают.

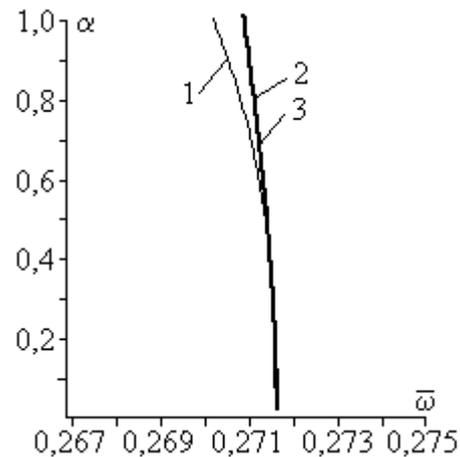


Рис. 3. Скелетные кривые первой формы колебаний жидкости в трубопроводе

4. Уравнения вынужденных колебаний

Поскольку в исследуемой системе нет демпфирования, можно принять $\alpha_j(\tau) = a_j \sin \varpi \tau$. Применим к (11) метод гармонического баланса. Получим систему шести кубических уравнений относительно a_j :

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^6 g_{j,k} a_k \varpi^2 + \sum_{k=1}^6 \bar{g}_{j,k} a_k + \\ + \sum_{m=1}^6 \sum_{n=1}^6 \hat{g}_{j,m,n} a_m a_n \varpi^2 + \sum_{m=1}^6 \sum_{n=1}^6 \tilde{g}_{j,m,n} a_m a_n \varpi^2 + \\ + \sum_{k=1}^6 \sum_{l=1}^6 \sum_{n=1}^6 \hat{g}_{j,k,l,n} a_k a_l a_n \varpi^2 + \\ + \sum_{k=1}^6 \sum_{l=1}^6 \sum_{n=1}^6 \tilde{g}_{j,k,l,n} a_k a_l a_n - z_j = 0, \end{aligned} \quad (20)$$

где $g_{j,k}$, $\bar{g}_{j,k}$, $\hat{g}_{j,m,n}$, $\tilde{g}_{j,m,n}$, $\bar{g}_{j,k,m,n}$, $\tilde{g}_{j,k,m,n}$ – коэффициенты, получающиеся в результате группировки слагаемых.

5. Численный анализ вынужденных колебаний

Систему (20) анализируем методом продолжения решений по параметру [9,10]. На пологих участках АЧХ пошагово меняем параметр ϖ . На крутых участках АЧХ в качестве параметра продолжения выбираем наиболее быстро меняющуюся амплитуду a_j . Неизвестные параметры вычисляем итерационной процедурой. На рис. 4 представлена часть АЧХ в диапазоне частот колебаний корпуса ракеты. По оси ординат отложен безразмерный размах колебаний давления на конце трубопровода $\kappa = 1$. В соответствии с (9) $\bar{\alpha} = \sum_{i=1}^3 (|a_{2i-1} \sin \varpi_i| + |a_{2i} \cos \varpi_i|)$.

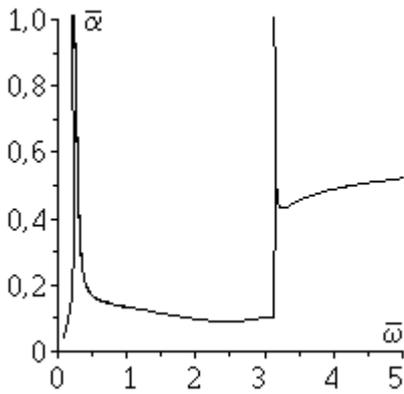


Рис. 4. АЧХ колебаний жидкости в трубопроводе

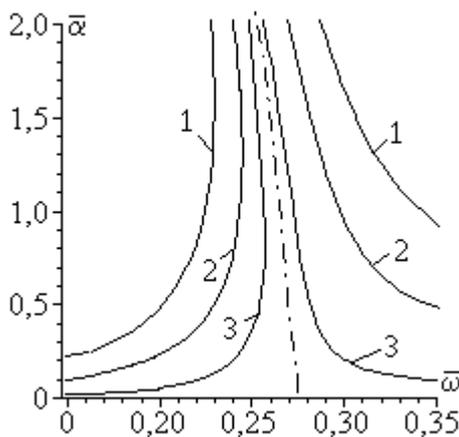


Рис. 5. АЧХ колебаний жидкости вблизи первой собственной частоты

На рис. 5 представлена АЧХ вблизи первой собственной частоты. Устойчивые режимы показаны сплошной линией, а неустойчивые – штриховой линией. Линии 1, 2, 3 соответствуют амплитудам

z_{2i} равным 0,1; 0,05 и 0,01. Основной составляющей размаха является амплитуда a_1 , которая близка к $\bar{\alpha}$. На рис. 6а сплошной линией представлена АЧХ вблизи второй собственной частоты при $z_{2i} = 0,1$. Здесь в размах $\bar{\alpha}$ существенный вклад вносит амплитуда a_3 , зависимость которой от ϖ показана на рис. 6б. Штрихпунктирными линиями на рисунках обозначены скелетные кривые.

Заключение

В работе получена нелинейная модель газожидкостного упругого элемента трубопровода. Скелетные кривые колебаний жидкости являются мягкими в исследуемом диапазоне давлений, в котором амплитуды колебаний малы по сравнению со стационарным давлением в трубопроводе. Такое поведение рассматриваемой системы объясняется физическими свойствами газожидкостного упругого элемента, в котором при уменьшении объёма давление нарастает по степенному закону.

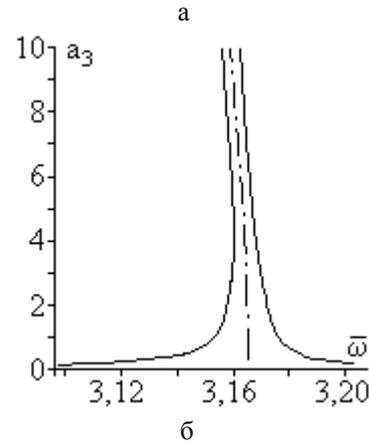
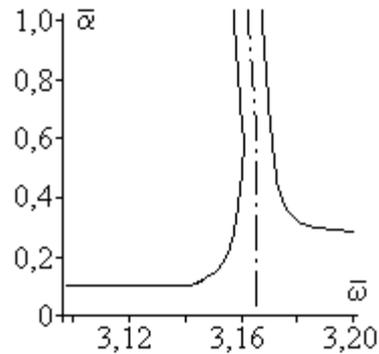


Рис. 6. АЧХ колебаний жидкости вблизи второй собственной частоты

Исследование вынужденных периодических колебаний показало, что при частотах меньше ϖ_1 возможны неустойчивые режимы. Такое поведение рассматриваемой системы требует точного расчёта

газожидкостного упругого элемента потому, что, кроме снижения частоты колебаний, он должен исключить режимы колебаний, соответствующие устойчивым ветвям с большими амплитудами. Работа имеет практическое применение и использована в ГП КБ «Южное» при проектировании топливных трубопроводов космических ракет.

Литература

1. Натанзон, М.С. Продольные автоколебания жидкостной ракеты [Текст] / М.С. Натанзон. – М.: Машиностроение, 1977. – 206 с.
2. Башта, Т.М. Гидравлические приводы летательных аппаратов [Текст] / Т.М. Башта. – М.: Машиностроение, 1967. – 498 с.
3. Колесников, К.С. Динамика топливных систем ЖРД [Текст] / К.С. Колесников, Е.А. Самойлов, С.А. Рыбак. – М.: Машиностроение, 1975. – 172 с.
4. Дискретные модели колебаний перекачиваемой жидкости в трубопроводах с газожидкостным демпфером [Текст] / К.В. Аврамов, С.В. Филипповский, В.М. Федоров, В.А. Пирог // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – 2009. – № 3(59). – С. 89–96.
5. Зенкевич, О. Конечные элементы и аппроксимация [Текст] / О. Зенкевич, К. Морган. – М.: Мир, 1986. – 320 с.
6. Филипповский, С.В. Нелинейные продольные колебания жидкости в топливном трубопроводе жидкостной ракеты [Текст] / С.В. Филипповский // Вестник Херс. нац. техн. ун-та. – 2012. – №2(45). – С. 401–405.
7. Shaw, S.W. Normal modes for nonlinear vibratory systems [Text] / S.W. Shaw, C. Pierre // J. Sound and Vibr. – 1993. – № 164. – P. 85–124.
8. Крылов, Н.М. Введение в нелинейную механику [Текст] / Н.М. Крылов, Н.Н. Боголюбов. – Киев: Изд. АН УССР, 1937. – 363 с.
9. Deuffhard, P. Efficient numerical path following beyond critical points [Text] / P. Deuffhard, B. Fiedler, P. Kunkel // SIAM J. Numerical Anal. – 1987. – Vol. 24. – P. 912–927.
10. Seydel, R. Nonlinear computation [Text] / R. Seydel // Int. J. of Bifurcation and Chaos. – 1997. – V. 7. – P. 2105–2126.

Поступила в редакцию 16.11.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф., зав. каф. теоретической механики и гидравлики В.Г. Солодов, Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, Харьков.

ПОЗДОВЖНІ КОЛИВАННЯ ПАЛИВА В ТРУБОПРОВОДІ РАКЕТИ З НЕЛІНІЙНИМ ПРУЖНИМ ЕЛЕМЕНТОМ

С.В. Філіпповський

Отримано нелінійну модель газорідинного пружного елемента паливного трубопроводу рідинної ракети. Досліджено вільні і змушені коливання рідини в паливному трубопроводі з газорідинним пружним елементом. Показано, що при частотах менше нижчої резонансної частоти можливі нестійкі режими. Таке поведіння розглянутої системи пояснюється фізичними властивостями газорідинного пружного елемента. Побудовано кістякові криві, амплітудно-частотні характеристики та визначені зони стійкості і нестійкості нелінійних коливань.

Ключові слова: паливний трубопровід, газорідинний пружний елемент, нелінійна модель, коливання, кістякова крива, амплітудно-частотна характеристика

LONGITUDINAL VIBRATIONS OF FUEL AT ROCKET FUEL PIPELINE WITH NONLINEAR ELASTIC ELEMENT

S.V. Filipkovsky

The nonlinear mathematical model of the gas-liquid elastic element of the fluid-propellant rocket engine is offered is suggested. The free and forced vibrations of the liquid in a pipeline with a gas-liquid elastic element are considered. The unstable mode when the frequency is less than main resonance frequency is feasible. The physical properties of gas-liquid elastic element are caused such behavior the liquid in a pipeline. The gain-frequency characteristics of nonlinear vibrations and their areas of stability and instability are constructed.

Keywords: fuel piping, gas-liquid springing element, nonlinear model, oscillation, skeletal curve, amplitude-frequency characteristic

Филипповский Сергей Владимирович – канд. техн. наук, ст. науч. сотр., доцент кафедры теоретической механики и гидравлики, Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, Харьков, Украина, e-mail: svfil@inbox.ru.