

УДК 621.774

И.А. ЖДАНОВ

Научно-производственная корпорация «ФЭД», Харьков, Украина

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ГИБКИ ТРУБ В УСЛОВИЯХ КОМБИНИРОВАННОГО НАГРУЖЕНИЯ

В работе приведена уточненная математическая модель для расчета изменения толщины стенок и деформации поперечного сечения при гибке труб с использованием комбинированной дополнительной нагрузки: внутреннего давления, осевого растяжения, что позволяет минимизировать такие негативные последствия, как складкообразование, искажение формы и утонение стенок. Это даёт возможность перейти к разработке комплексного подхода к проектированию процессов гибки, который может быть использован для анализа оснастки и технологии на различных стадиях разработки и оптимизации технологических процессов.

Ключевые слова: *гибка, утонение и утолщение стенок, овальность сечения, высота стенок, гофрообразование, минимальный радиус изгиба.*

Введение

Для обеспечения высокой точности конструкции труб авиационных и ракетных двигателей, предотвращения появления гофров ответственных изделий, искажения формы, обеспечения заданного напряжённо-деформированного состояния в настоящее время существует большое количество конструкторских и технологических решений, включая методики приложения дополнительных нагрузок, таких как осевые усилия и внутреннее избыточное давление. С изменением условий нагружения, например, под действием гибки с растяжением, трубы ведут себя по-другому, чем при ротационной гибке. Так Дьяу и Кирьякис [1] провели серию экспериментов с длинной, относительно тонкостенной трубой, изогнутой в пластическом диапазоне, на присутствие осевого растяжения. Как свидетельствуют результаты исследований потеря круглой формы, имеющая место при гибке с растяжением, зависит от траектории нагружения, свойств материала и геометрии трубы. Миллер и др. [2, 3] провели серию экспериментов по гибке квадратных труб и построили аналитические модели, позволяющие прогнозировать искажение, удлинение и упругое восстановление труб как функции давления, растяжения и радиуса матрицы. Результаты свидетельствуют, что гибка труб может происходить без складкообразования, при значениях усилия растяжения, не превышающих предела текучести. Стелсон изучал искажение поперечного сечения прямоугольных труб при формовке растяжением. Было определено внутреннее давление, при котором не происходило искажение, зависящее от толщины стенки трубы, ра-

диуса матрицы и предела текучести материала трубы. Таким образом, складкообразование можно уменьшить применением осевого растяжения. А искажения поперечного сечения, увеличивающиеся при приложении осевого растяжения, могут быть минимизированы за счет приложения небольшого внутреннего давления [4, 5]. Несмотря на то, что достигается лучший контроль за формой трубы, комбинация осевого растяжения и внутреннего давления может вызвать ухудшение в изменении толщины стенки трубы. Таким образом, актуальной задачей является разработка аналитической модели, позволяющей спрогнозировать изменения формы и толщины стенки трубы при гибке с осевым растяжением и внутренним давлением.

1. Постановка задачи и цель исследования

Как свидетельствует проведенный анализ, в настоящее время остро стоит вопрос создания эффективных инструментов для специалистов технологической службы заводского и цехового уровней для прогнозирования параметров качества и оптимизации процессов гибки аналитическими методами в условиях действия комбинированного нагружения. Для достижения данных целей необходимо решить ряд задач, среди которых определение НДС, вызванного действием комбинированного нагружения, искажение поперечного сечения, изменение толщины стенки на внешней и на внутренней сторонах трубы, что позволит сделать заключение об эффективности рассматриваемой схемы в обеспечении заданных параметров качества.

2. Разработка аналитической модели процесса гибки в условиях дополнительного нагружения

Разрабатываемая аналитическая модель дает точный прогноз по окончательной геометрии трубы за сравнительно небольшое время расчетов (если сравнивать с моделированием методом конечных элементов). Построена обобщенная модель базируется на общих положениях теории пластичности и предназначена для прогнозирования изменений толщины стенки в поперечном сечении трубы и искажения формы поперечного сечения при совместном действии внутреннего давления и осевого растяжения.

Рассмотрим процесс, при котором в плоскости изгиба труба радиуса r с толщиной стенки t изгибается на матрице радиуса R с углом изгиба θ . Осевое усилие F , прикладываемое к концам трубы, равно нулю в случае чистой гибки и гибки с приложением только внутреннего давления. На поперечном сечении трубы длина ее окружности описана углом α . Тогда внешняя сторона изгиба может быть описана условием $0 \leq \alpha < \pi/2$ и $3\pi/2 \leq \alpha < 2\pi$, а внутренняя сторона изгиба $-\pi/2 \leq \alpha < 3\pi/2$. Внутреннее давление P_i , приложенное к внутренней поверхности трубы, равно нулю в случае чистого изгиба и изгиба с приложением только осевого растягивающего усилия.

Допущения модели:

1. Используются положения гипотезы плоских сечений.
2. Деформация симметрична относительно плоскости, перпендикулярной осигиба и проходящей через центр трубы.
3. Материал несжимаем.
4. Толщина стенки трубы мала по сравнению с длиной и радиусом трубы. Поэтому деформацию вследствие поперечного сдвига не учитываем.
5. Трением между трубой и оснасткой пренебрегаем.

3. Осевые, тангенциальные, и радиальные напряжения и нагрузки

В случае гибки труб с осевым растяжением и внутренним давлением они подвержены действию продольных и тангенциальных напряжений, возникших от изгибающего момента, осевого усилия и внутреннего давления.

3.1. Напряжения, вызванные изгибающим моментом и осевым усилием

Рассмотрим небольшой элемент трубы, испытывающий деформацию, как показано на рис. 1 и 2.

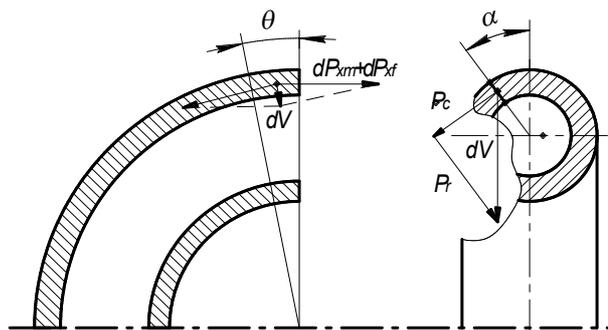


Рис. 1. Напряжения, действующие на малый элемент

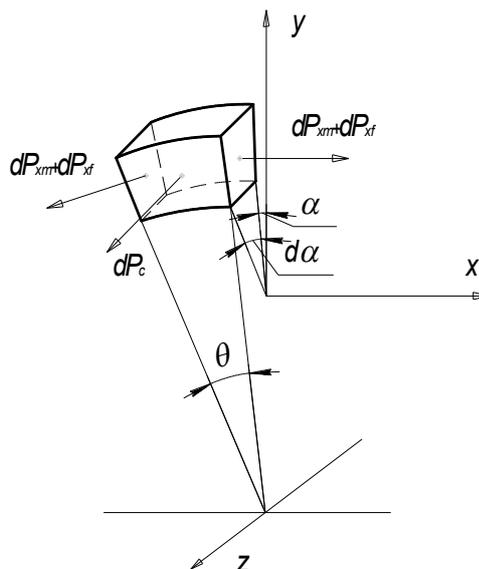


Рис. 2. Фрагмент трубы с действующими нагрузками

Внутреннее осевое усилие во фрагменте вызвано изгибающим моментом dP_x :

$$dP_{xm} = \sigma_{xm} A = \sigma_{xm} \text{tr}(d\alpha), \quad (1)$$

где σ_{xm} – осевое напряжение, вызванное в трубе изгибающим моментом, а A – площадь поперечного сечения.

Осевое усилие в элементе трубы, вызванное приложенной силой F , равно

$$dP_{xf} = \frac{F}{2\pi r t} \text{tr}(d\alpha) = \sigma_{xf} \text{tr}(d\alpha), \quad (2)$$

где $\sigma_{xf} = \frac{F}{2\pi r t}$ – осевое напряжение, полученное вследствие осевого усилия.

Результирующее осевое усилие равно

$$dP_x = dP_{xm} + dP_{xf} = (\sigma_{xm} + \sigma_{xf}) \times \text{tr}(d\alpha) = \sigma_x \text{tr}(d\alpha), \quad (3)$$

а центростремительная сила

$$dv = 2dP_x \sin \frac{\theta}{2} \approx dP_x \theta. \quad (4)$$

Одна из компонент этой центростремительной силы направлена по окружности (по касательной):

$$dP_c = dv(\sin \alpha) = \sigma_x \operatorname{trd} \alpha \theta \sin \alpha. \quad (5)$$

В соответствии с подходом Танга [6] тангенциальная сила может быть представлена в виде центростремительных напряжений σ_c :

$$dP_c = (d\sigma_c) t (R + y) \theta, \quad (6)$$

где y – расстояние от центра трубы до рассматриваемого элемента, и $y = r \cdot \cos \alpha$, как показано на рис. 2. Приравнявая (5) и (6), получим:

$$d\sigma_c = \frac{r \sin \alpha (d\alpha)}{R + r \cos \alpha} \sigma_x. \quad (7)$$

Центростремительные напряжения получаются интегрированием (7):

$$\sigma_c = -\sigma_x \ln \frac{R + r \cdot \cos \alpha}{R + r}. \quad (8)$$

Для упрощения уравнения, примем

$$K_c = \ln \frac{R + r}{R + r \cos \alpha}. \quad (9)$$

Таким образом

$$\sigma_c = K_c \sigma_x. \quad (10)$$

В критических точках сечения (верхняя и нижняя точка) центростремительное напряжение можно принять равным нулю.

Определим величину смещения нейтральной оси (рис. 3) под действием усилия гибки:

$$\Delta \rho = \frac{d_H}{2} - K \cdot d_H = d_H \left(\frac{1}{2} - K \right). \quad (11)$$

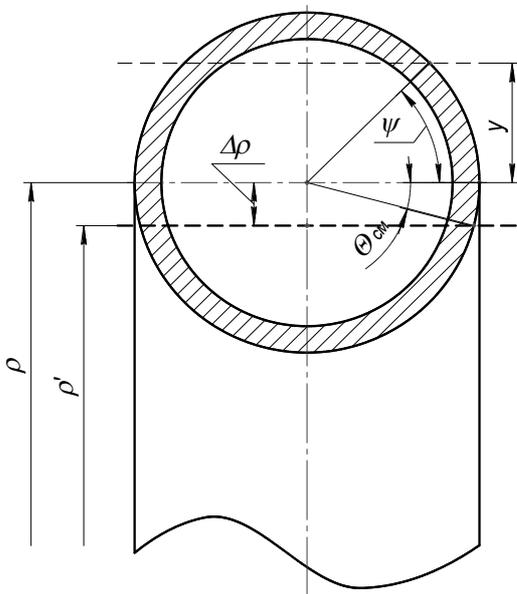


Рис. 3. Схема смещения нейтральной оси

Расстояние от рассматриваемого слоя до нейтральной оси может быть определено из соотношения:

$$y = \frac{d_H}{2} \sin \Theta_{cm} + \frac{d_H}{2} \sin \psi = \frac{d_H}{2} (1 - 2K + \sin \psi). \quad (12)$$

Тогда для верхней точки сечения расстояние до нейтральной оси составит

$$y_{\max} = d_H (1 - K),$$

а для нижней точки сечения

$$y_{\min} = d_H K.$$

Величина деформации составит

$$\varepsilon = \frac{d_H (1 - 2K + \sin \psi)}{2(R_B + K \cdot d_H)}. \quad (13)$$

Для верхней точки величина деформации будет равна

$$\varepsilon = \frac{d_H (1 - K)}{R_B + K \cdot d_H}. \quad (14)$$

Для нижней точки величина деформации будет равна

$$\varepsilon = -\frac{d_H K}{R_B + K \cdot d_H}. \quad (15)$$

Напряжение σ_{xm} в критических точках может быть найдено с учётом эффекта упрочнения [7, 8] из уравнения Людвика:

$$\sigma_{xm} = \sigma_T + K_p \cdot \left(\frac{d_H (1 - 2K + \sin \alpha)}{2(R_B + K \cdot d_H)} \right)^n, \quad (16)$$

где K_p и n – коэффициенты, зависящие от выбора материала, а угол α принимает в критических точках значения $+90^\circ$ и -90° соответственно.

3.2. Напряжения, вызванные внутренним давлением (рис. 4)

Так как толщина трубы очень маленькая, по сравнению с ее радиусом трубы, то радиальные напряжения будем считать равными нулю, т.е. $\sigma_r = 0$. Продольное напряжение, вызванное внутренним давлением в трубе (σ_{xp}) и окружное (кольцевое) или тангенциальное напряжение, вызванное внутренним давлением в трубе (σ_{cp}) соответственно равны:

$$\sigma_{xp} = \frac{P_1 r}{2t}; \quad (17)$$

$$\sigma_{cp} = \frac{P_1 r}{t}. \quad (18)$$

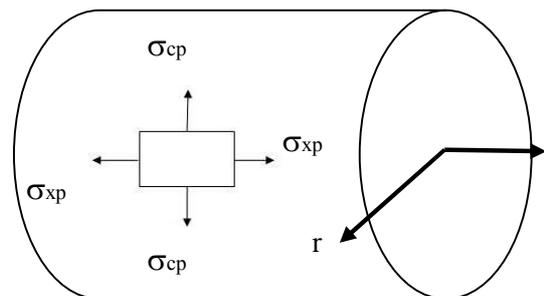


Рис. 4. Напряжения, возникающие в трубе под действием внутреннего давления

3.3. Результирующее напряженное состояние

В итоге, продольные напряжения на внешней стороне изгиба, вследствие совместного нагружения гибкой, осевым усилием и внутренним напряжением могут быть получены из выражений (3), (13) и (17) с заменой $\sigma_{xf} = \frac{F}{2\pi r t}$ в (3).

$$\sigma_{xo} = \left[\sigma_T + K_p \cdot \left(\frac{d_H(1-2K)}{R_B + K \cdot d_H} \right)^n \right] + \frac{F}{2\pi r t} + \frac{P_1 r}{2t}. \quad (19)$$

Тангенциальные напряжения получаются из выражений (13) и (18):

$$\sigma_{co} = K_c \sigma_x + \frac{P_1 r}{t}. \quad (20)$$

Радиальное напряжение:

$$\sigma_{ro} = 0. \quad (21)$$

Продольное напряжение на внутренней стороне изгиба в результате совместного нагружения гибкой, осевым усилием и внутренним давлением может быть выражено аналогично предыдущему случаю:

$$\sigma_{xi} = - \left[\sigma_T + K_p \cdot \left(\frac{d_H K}{R_B + K \cdot d_H} \right)^n \right] + \frac{F}{2\pi r t} + \frac{P_1 r}{2t}. \quad (22)$$

Тангенциальные напряжения, получаем из выражений (10) и (18):

$$\sigma_{co} = K_c \sigma_x + \frac{P_1 r}{t}. \quad (23)$$

Радиальные напряжения принимаются равными нулю, т.е.

$$\sigma_{ri} = 0. \quad (24)$$

4. Изменение толщины стенки и искажение поперечного сечения

По закону течения деформированное состояние может быть описано следующим образом:

$$\epsilon_r = \frac{2\sigma_r - (\sigma_x + \sigma_c)}{2\sigma_x - (\sigma_c + \sigma_r)} \epsilon_x, \quad (25)$$

$$\epsilon_c = \frac{2\sigma_c - (\sigma_r + \sigma_x)}{2\sigma_x - (\sigma_c + \sigma_r)} \epsilon_x. \quad (26)$$

Изменение толщины стенки и искажение поперечного сечения могут быть получены из напряжений и деформаций возникающих вследствие действия нагрузок. Утолщение внутренней стороны изгиба и утонение его внешней стороны могут быть найдены из радиальных деформаций:

$$t_\alpha = (1 + \epsilon_r) t, \quad (27)$$

где t_α – толщина стенки трубы на заданном угле α .

Тогда радиальные деформации на внешней стороне изгиба составят:

$$\epsilon_r^e = \frac{(\sigma_{xo} t (K_c + 1) + P_1 r)(1 - K) d_H}{(\sigma_{xo} t (K_c - 2) + P_1 r)(R_B + K \cdot d_H)}, \quad (28)$$

где

$$\sigma_{xo} = \left[\sigma_T + K_p \cdot \left(\frac{d_H(1-2K)}{R_B + K \cdot d_H} \right)^n \right] + \frac{F}{2\pi r t} + \frac{P_1 r}{2t}. \quad (29)$$

Распределение толщины стенки трубы на внешней части изгиба:

$$t_e = \left[1 + \frac{(\sigma_{xo} t (K_c + 1) + P_1 r)(1 - K) d_H}{(\sigma_{xo} t (K_c - 2) + P_1 r)(R_B + K \cdot d_H)} \right] t. \quad (30)$$

Радиальные деформации на внутренней стороне изгиба получают подстановкой выражений (21) и (29) в выражение (25):

$$\epsilon_r^i = \frac{(\sigma_{xi} t (K_c + 1) + P_1 r) K d_H}{(\sigma_{xi} t (K_c - 2) + P_1 r)(R_B + K \cdot d_H)}, \quad (31)$$

где

$$\sigma_{xi} = - \left[\sigma_T + K_p \cdot \left(\frac{d_H K}{R_B + K \cdot d_H} \right)^n \right] + \frac{F}{2\pi r t} + \frac{P_1 r}{2t}. \quad (32)$$

Подставив (31) в (27), получим распределение толщины стенки на внутренней стороне изгиба:

$$t_i = \left[1 + \frac{(\sigma_{xi} t (K_c + 1) + P_1 r) K d_H}{(\sigma_{xi} t (K_c - 2) + P_1 r)(R_B + K \cdot d_H)} \right] t. \quad (33)$$

Искажение поперечного сечения вызваны центростремительными напряжениями в трубе. Подставляя (19) – (21) в (26) получим значение величины центростремительных напряжений на внешней стороне изгиба

$$\epsilon_c^e = \frac{(\sigma_{xo} t (2K_c - 1) + P_1 r)(1 - K) d_H}{(\sigma_{xo} t (2 - K_c) - P_1 r)(R_B + K \cdot d_H)}. \quad (34)$$

На внутренней стороне изгиба

$$\epsilon_c^i = \frac{(\sigma_{xi} t (2K_c - 1) + P_1 r) K d_H}{(\sigma_{xi} t (2 - K_c) - P_1 r)(R_B + K \cdot d_H)}. \quad (35)$$

Целесообразно оценивать искажения поперечного сечения исходя из радиуса трубы, который рассчитывали учитывая окружные деформации трубы ($0 \leq \alpha < 2\pi$):

$$r_\alpha = (1 + \epsilon_c) r. \quad (36)$$

Подставив (34) в (36), определяем радиус трубы с наружной стороны изгиба:

$$r_H = \left[1 - \frac{(\sigma_{xo} t (2K_c - 1) + P_1 r)(1 - K) d_H}{(\sigma_{xo} t (2 - K_c) - P_1 r)(R_B + K \cdot d_H)} \right] r. \quad (37)$$

Подставляя (35) в (36), определяем радиус трубы на внутренней стороне изгиба:

$$r_B = \left[1 - \frac{(\sigma_{xi} t (2K_c - 1) + P_1 r) K d_H}{(\sigma_{xi} t (2 - K_c) - P_1 r)(R_B + K \cdot d_H)} \right] r. \quad (38)$$

Заключение

Представленная уточнённая математическая модель для расчёта утонения стенок и искажения поперечного сечения при гибке труб с использованием комбинированного дополнительного нагружения: внутреннего давления и осевого растяжения является эффективным инструментом для инженеров-технологов как заводского, так цехового уровня. Предложенная методика позволяет перейти к разработке комплексного подхода к проектированию процессов гибки, который может быть использован для анализа оснастки и технологии на различных стадиях разработки и оптимизации технологических процессов.

Литература

1. Dyau, J.Y. *On the Response of Elastic-Plastic Tubes Under Combined Bending and Tension [Text]* / J.Y. Dyau, S. Kyriakides // *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*. – 1992. – Vol. 114. – P. 50 – 62.
2. Miller, J.E. *On Bend-Stretch Forming of Aluminum Extruded Tubes - I: Experiments [Text]* / J.E. Miller, S. Kyriakides, A.H. Bastard // *International Journal of Mechanical Sciences*. – 2001. – Vol. 43 (5). – P. 1283 – 1317.
3. Miller, J.E. *On Bend-Stretch Forming of Aluminum Extruded Tubes - II: Analysis [Text]* / J.E. Miller, S. Kyriakides, A.H. Bastard // *International Journal of Mechanical Sciences*. – 2001. – Vol. 43 (5). – P. 1319 – 1338.
4. Corona, E. *On the Collapse of Inelastic Tubes Under Combined Bending and Pressure [Text]* / E. Corona, S. Kyriakides // *International Journal of Solids and Structures*. – 1988. – Vol. 2. – P. 505-535.
5. Corona, E. *Buckling of Elastic-Plastic Square Tubes under Bending [Text]* / E. Corona, S.E. Vaze // *International Journal of Mechanical Sciences*. – 1996. – №38(8). – P. 753 – 775.
6. Tang, N.C. *Plastic-Deformation Analysis in Tube Bending [Text]* / N.C. Tang // *International Journal of Pressure Vessel and Piping*. – 2000. – Vol. 77(12). – P. 751 – 759.
7. Pan, K. *On the Plastic Deformation of a Tube During Bending [Text]* / K. Pan, K.A. Stelson // *Journal of Engineering for Industry*. – 1995. – Vol. 117. – P. 494 – 500.
8. Попов, Е.А. *Элементы анализа операции обжима [Текст]* / Е.А. Попов // *Труды МВТУ им. Баумана. Машины и технология обработки металлов давлением*. – М.: Машиз, 1953. – С. 95 – 99.

Поступила в редакцию 12.04.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф., проф. кафедры интегрированных технологий А.Я. Мовшович, Национальный технический университет «ХПИ», Харьков, Украина.

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ЗГІНАННЯ ТРУБ В УМОВАХ КОМБІНОВАНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

І.О. Жданов

В роботі наведена уточнена математична модель для розрахунку зміни товщини стінок і деформації поперечного перерізу при згинанні труб з використанням комбінованої додаткового навантаження: внутрішнього тиску, осевого розтягнення, що дозволяє мінімізувати такі негативні наслідки, як складкоутворення, спотворення форми і стоншення стінок. Це дає можливість перейти до розробки комплексного підходу до проектування процесів гнуття, який може бути використаний для аналізу оснащення і технології на різних стадіях розробки та оптимізації технологічних процесів.

Ключові слова: гнучка, стоншення і стовщення стінок, овальність перетину, висота стінок, гофрування, мінімальний радіус вигину.

SIMULATION OF PIPE BENDING UNDER COMBINED LOADING

I.A. Zhdanov

The paper shows the updated mathematical model to calculate the change in wall thickness and deformation of the cross-section for tubes bending with a combined additional loads: internal pressure, axial tension, that helps to minimize such negative consequences as wrinkling, distortion and thinning of the walls. It allows to develop an integrated approach to design of bending processes that can be used for the analysis of equipment and technologies at various stages of development and optimization of technological process.

Key words: tube bending, decrease of width of a walls and a swelling of walls, ovality of cross-section, altitude of walls, wrinkling, minimum radius of a bending.

Жданов Игорь Александрович - заместитель директора Научно-производственной корпорации «ФЭД», Харьков, Украина.