

УДК 533.666.2: 629.7

П.И. ИВАНОВ

Херсонский национальный технический университет, Украина

ПОСТРОЕНИЕ УДАРНОЙ ПОЛЯРЫ ДЛЯ ВОГНУТОГО КРИВОЛИНЕЙНОГО СКАЧКА УПЛОТНЕНИЯ

Проблема связана с разработкой методов расчета аэродинамических характеристик вогнутых тел типа «парашют», обтекаемых сверхзвуковым потоком газа. В данной работе, опираясь на результаты, полученные в свое время А. Буземаном для выпуклого криволинейного скачка уплотнения, сделан вывод уравнения ударной поляры для вогнутого криволинейного скачка. При выводе уравнения ударной поляры использован тот же алгоритм, что и у А. Буземана с отличием только в записи соотношения для касательной составляющей скорости потока до скачка уплотнения. Приведены примеры поведения ударной поляры для вогнутого скачка уплотнения при различных значениях приведенных скоростей набегающего потока. Обсуждаются проблемные вопросы, связанные с ударной полярой.

Ключевые слова: скачок уплотнения, парашют, ударная поляра, проектирование, оптимизация.

Введение

Построение ударной поляры при обтекании сверхзвуковым потоком выпуклого объекта, например, головной части летательного аппарата, было в свое время выполнено А. Буземаном [1 – 3]. Что касается построения ударной поляры для случая обтекания сверхзвуковым потоком вогнутого объекта, то, насколько известно автору, таких работ не встречалось. Тем не менее, практика требует решения этой задачи [4 – 11], в частности, для расчета характеристик обтекаемых тел типа «парашют».

Постановка проблемы

В последнее время, в связи с интенсивным развитием аэрокосмической техники существенно возросли требования к средствам и системам спасения, в частности, к аэродинамическим характеристикам парашютов, работающих на сверхзвуковых и гиперзвуковых скоростях. Это, в свою очередь, требует совершенствования существующих и разработки новых методов расчета характеристик с целью последующего внедрения их в процессы проектирования при обязательном обеспечении условия сохранения высокого уровня надежности функционирования парашютной системы.

Анализ последних исследований и публикаций показал, что ранее, с целью решения аналогичной задачи для парашюта, уже проводился ряд экспериментальных исследований [10, 11].

Целью настоящей работы является построение ударной поляры при обтекании сверхзвуковым потоком вогнутого объекта, обсуждение результатов, полученных для семейства ударных поляр при

различных значениях величины набегающего потока, алгоритма и специфических особенностей проблемы. Это позволит сконцентрировать дальнейшие усилия на исследованиях именно этих особенностей, что будет способствовать быстрейшему решению задач улучшения аэродинамических характеристик сверхзвуковых парашютных систем.

Основная часть

Криволинейные вогнутые скачки уплотнения (СУ) встречаются при обтекании вогнутых криволинейных поверхностей, возникающие как огибающие семейства множества прямолинейных СУ [4–11]. Криволинейный вогнутый СУ может возникать перед телом с протоком, например, перед перфорированным раскрытым парашютом. В этой связи возникает задача определения скоростей потока за СУ, т.е. задача построения ударной поляры для вогнутого СУ. На рис. 1 представлен фрагмент вогнутого СУ, скорости и их компоненты до и после СУ.

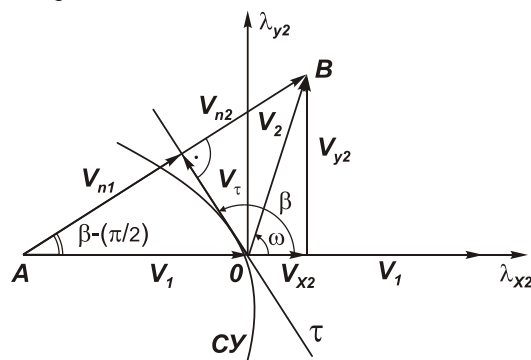


Рис. 1. К выводу уравнения для поляры вогнутого СУ

Здесь индексы 1 соответствуют параметрам потока до СУ, 2 – после СУ. Угол наклона СУ β – угол между вектором скорости внешнего набегающего потока V_1 и направлением касательной к СУ τ – тупой и изменяется от 90° в центральной части симметричного СУ, до 180° на периферии. Угол ω – угол поворота вектора скорости потока V_2 за СУ.

Из рис. 1 можно записать следующие соотношения для нормальных и касательных составляющих скоростей потока до и после СУ:

$$\begin{aligned} V_{n1} &= V_1 \sin \beta; \quad V_{\tau 1} = -V_1 \cos \beta; \\ V_{n2} &= V_2 \sin(\beta - \omega); \quad V_{\tau 2} = V_2 \cos(\beta - \omega). \end{aligned} \quad (1)$$

Уравнение изменения полного импульса в проекции на направление элемента СУ с учетом уравнения расхода для струйки газа при переходе через СУ дает условие [4]:

$$V_{\tau 1} = V_{\tau 2} = V_\tau, \quad (2)$$

где V_τ – касательная составляющая скорости к скачку уплотнения. Т.е. проекция вектора скорости на направление СУ до и после скачка одинакова.

Соотношение скоростей течения газа до и после СУ также получено в работах [1-4]:

$$V_{n1} V_{n2} = a_{кр}^2 - \frac{k-1}{k+1} V_\tau^2, \quad (3)$$

где $k = 1,41$ – показатель адиабаты, $a_{кр}$ – критическая скорость звука. Объединяя уравнения (1) с учетом (2) и подставляя в (3), получим систему уравнений:

$$\begin{cases} -V_1 \cos \beta = V_2 \cos(\beta - \omega); \\ V_1 \sin \beta \cdot V_2 \sin(\beta - \omega) = a_{кр}^2 - \frac{k-1}{k+1} V_1^2 \cos^2 \beta. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь обычно известно V_1 и $a_{кр}$. Задавшись углом наклона СУ β , можно найти V_2 и ω .

$$\text{Из рис. 1 следует, что: } \frac{V_1 + V_{x2}}{V_{n1} + V_{n2}} = \sin \beta,$$

откуда $V_{n2} = \frac{V_1 + V_{x2}}{\sin \beta} - V_{n1}$, или же:

$$V_2 \sin(\beta - \omega) = \frac{V_1 + V_{x2}}{\sin \beta} - V_1 \sin \beta. \quad (5)$$

Подставляем полученное выражение (5) во второе уравнение системы (4), получим:

$$\begin{aligned} V_1 \sin \beta \left(\frac{V_1 + V_{x2}}{\sin \beta} - V_1 \sin \beta \right) &= \\ &= a_{кр}^2 - \frac{k-1}{k+1} V_1^2 \cos^2 \beta. \end{aligned}$$

Раскрывая скобки и выполняя преобразования, получим окончательно:

$$V_1 V_{x2} - a_{кр}^2 = -\frac{2k}{k+1} V_1^2 \cos^2 \beta.$$

Умножаем левую и правую части последнего равенства соответственно на левую и правую части тригонометрического тождества:

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \beta = \frac{1}{\sin^2 \beta},$$

получим:

$$(V_1 V_{x2} - a_{кр}^2)(1 + \operatorname{ctg}^2 \beta) = -\frac{2k}{k+1} V_1^2 \operatorname{ctg}^2 \beta.$$

Разрешая это уравнение относительно $\operatorname{ctg}^2 \beta$, получим:

$$\operatorname{ctg}^2 \beta = \frac{V_1 V_{x2} - a_{кр}^2}{a_{кр}^2 - \frac{2k}{k+1} V_1^2 - V_1 V_{x2}}.$$

С другой стороны, из рис.1 следует:

$$\operatorname{ctg} \beta = -\frac{V_{y2}}{V_1 + V_{x2}}.$$

Приравняв правые части, получим:

$$\frac{V_{y2}^2}{(V_1 + V_{x2})^2} = \frac{V_1 V_{x2} - a_{кр}^2}{a_{кр}^2 - \frac{2k}{k+1} V_1^2 - V_1 V_{x2}},$$

откуда

$$V_{y2}^2 = (V_1 + V_{x2})^2 \frac{V_1 V_{x2} - a_{кр}^2}{a_{кр}^2 - \frac{2k}{k+1} V_1^2 - V_1 V_{x2}}.$$

Введем безразмерные приведенные скорости:

$$\lambda_1 = \frac{V_1}{a_{кр}}, \quad \lambda_{x2} = \frac{V_{x2}}{a_{кр}}, \quad \lambda_{y2} = \frac{V_{y2}}{a_{кр}}.$$

Подставляя в последнее уравнение, получим окончательно параметрическое уравнение ударной поляры вогнутого СУ:

$$\lambda_{y2}^2 = (\lambda_1 + \lambda_{x2})^2 \frac{\lambda_1 \lambda_{x2} - 1}{a_{кр}^2 - \frac{2k}{k+1} \lambda_1^2 - \lambda_1 \lambda_{x2}}. \quad (6)$$

Здесь параметром выступает λ_1 – безразмерная скорость до СУ. Отметим, что уравнение ударной поляры выпуклого СУ из работ [1-11]:

$$\lambda_{y2}^2 = (\lambda_1 - \lambda_{x2})^2 \frac{\lambda_1 \lambda_{x2} - 1}{a_{кр}^2 + \frac{2}{k+1} \lambda_1^2 - \lambda_1 \lambda_{x2}}, \quad (6, a)$$

свойства которой подробно были рассмотрены в работе [4], отличается от уравнения поляры (6).

Из уравнения (6) вытекает, что $\lambda_{y2} = 0$ при $\lambda_{x2} = 1/\lambda_1$. Это соответствует фрагменту прямого СУ в центральной части криволинейного СУ.

На рис. 2 представлены графики ударных поляр для различных значений величины набегающего потока λ_1 . Исследуем свойства ударной поляры (6) вогнутого СУ.

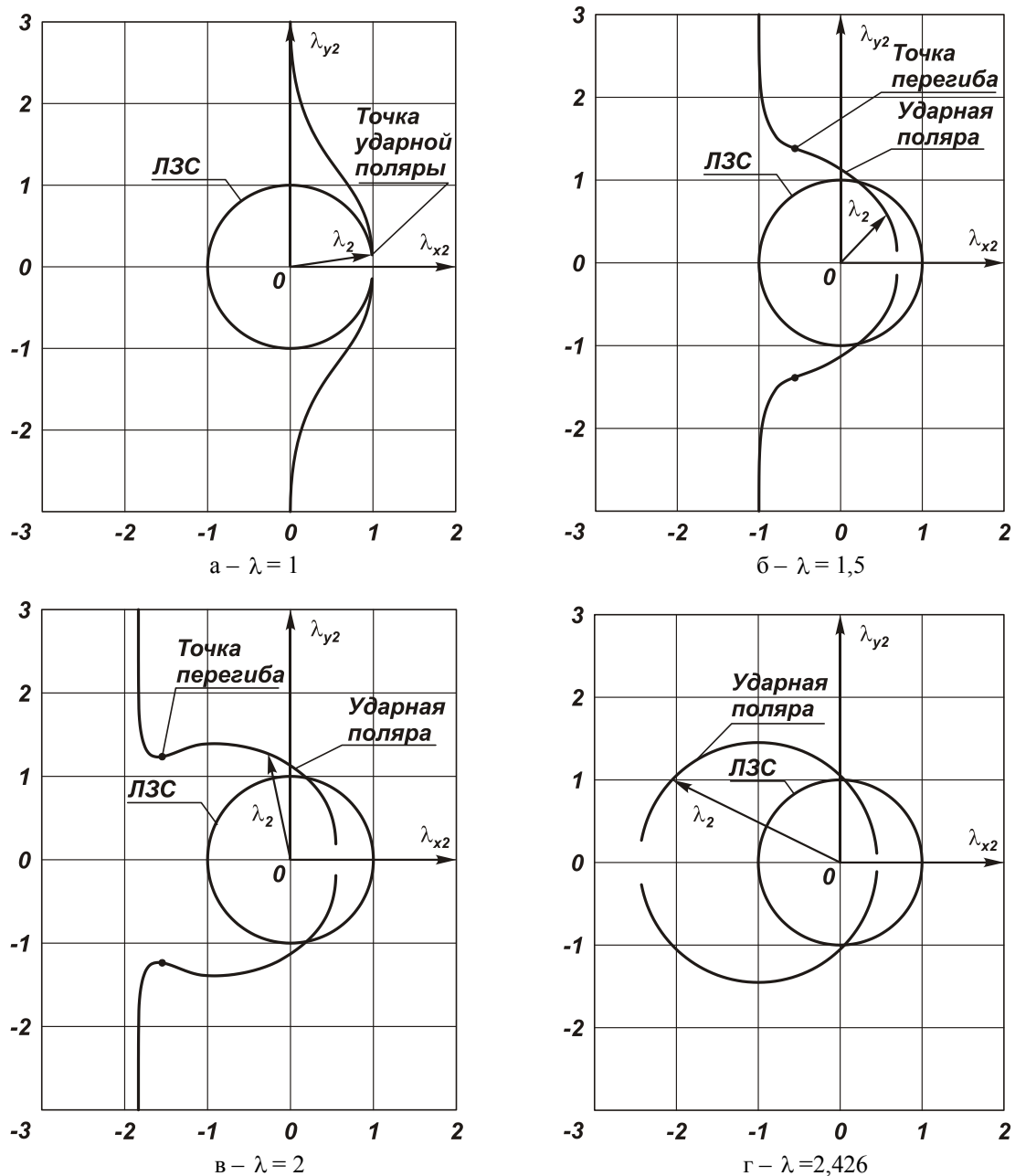


Рис. 2. Ударная поляра для различных значений величины набегающего потока

Ударная поляра представляет собой годограф вектора скорости потока за СУ, начало которого помещено в начало декартовой системы координат.

Отрезок, соединяющий начало координат с любой точкой поляры, является вектором скорости λ_2 за СУ, а угол ω между вектором скорости λ_2 и осью λ_{x2} , совпадающей с направлением скорости λ_1 до СУ – угол поворота потока на СУ.

Окружность радиуса $\lambda = 1$ представляет собой линию звуковых скоростей (ЛЗС).

Фрагмент ударной поляры внутри линии звуковых скоростей соответствует дозвуковым скоростям за СУ, вне ЛЗС – сверхзвуковым скоростям.

При выполнении условия $\lambda_2 = \lambda_1$ СУ вырождается в волну слабых возмущений.

При выполнении условия $\lambda_2 > \lambda_1$ из точек ударной поляры, соответствующих этому условию (точки перегиба), формируются ветви, уходящие в бесконечность.

Эти ветви соответствуют скачку разрежения, который в адиабатическом течении существовать не может.

Таким образом, ударной полярой вогнутого СУ является только разомкнутая кривая между правой крайней точкой оси симметрии и верхней и нижней точками перегиба, рис. 2, б, в.

При скорости потока $\lambda_1 = 1$ ударная поляра возникает в точке.

Для предельного значения приведенной скорости $\lambda_1 = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}}$ ударная поляра принимает форму окружности.

Предельный угол поворота $\omega_{\max}$ вектора скорости за СУ определяется как угол между осью $O\lambda_{x2}$ и вектором λ_2 , когда конец этого вектора совпадает с точкой перегиба поляры.

По ударной поляре можно найти угол наклона СУ β , т.е. точку на вогнутом СУ, которой соответствует вектор скорости за СУ в соответствии со следующим алгоритмом.

1. В декартовой системе координат $O\lambda_{x2}\lambda_{y2}$ ударной поляры построить вектор λ_2 .

2. От начала координат вдоль оси $O\lambda_{x2}$ отложить вектор λ_1 .

3. Симметрично (зеркально) отразить вектор λ_2 относительно оси $O\lambda_{x2}$.

4. Поскольку проекции векторов скорости на направление СУ до и после СУ одинаковы, то концы векторов скорости λ_1 и отраженного λ_2 должны лежать на линии, перпендикулярной к линии касательной к СУ в данной точке СУ (для которой определен вектор λ_2).

Соединяем концы вектора λ_1 и зеркально отраженного λ_2 , получаем линию.

5. Из начала координат опускаем перпендикуляр на данную линию.

6. Измеряем угол β' (против часовой стрелки, т.к. он отрицательный) между осью $O\lambda_{x2}$ и перпендикуляром. Отметим, что

$$\beta' = \text{arccotg}\left(-\frac{\lambda_{y2}}{\lambda_1 + \lambda_{x2}}\right).$$

7. Вычисляем угол наклона СУ

$$\beta = \pi - \beta'.$$

По ударной поляре можно решить и обратную задачу: по данному углу наклона β в точке СУ определить соответствующий ему вектор скорости λ_2 за скачком.

1. От вектора λ_1 , отложенного вдоль оси $O\lambda_{x2}$, против часовой стрелки отложить угол наклона СУ β и через начало системы координат О провести касательную τ к СУ под этим углом.

2. Из конца вектора λ_1 , отложенного вдоль оси $O\lambda_{x2}$, вниз под ось $O\lambda_{x2}$ провести перпендикуляр к направлению касательной к СУ.

Точка пересечения этого перпендикуляра с нижней ветвью поляры и будет являться концом зеркально отраженного относительно оси $O\lambda_{x2}$ вектора скорости за СУ, соответствующего данному углу наклона СУ β .

3. Зеркально отразить этот вектор относительно оси $O\lambda_{x2}$ и получить вектор λ_2 за скачком уплотнения в данной точке поляры, соответствующей углу наклона β .

Заключение

Опираясь на ранее выполненные работы [1 – 11], построена ударная поляра для СУ, который может образоваться при обтекании тела типа парашют.

В перспективе планируется по заданному уравнению геометрии обтекаемого сверхзвуковым потоком парашюта получить уравнение скачка уплотнения с тем, чтобы затем можно было бы к точкам скачков уплотнения (по их координатам) привязать углы наклона β СУ. Откуда уже по углам наклона β привязать вектора скорости λ_2 за СУ к каждой его точке, поскольку ударная поляра сама по себе еще не дает возможности связать вектора λ_2 с координатами СУ.

Литература

1. Busemann, A. *Verdichtungsstöße in ebenen Gasströmungen. Vorträge aus dem Gebiet der Aerodynamik, Aachen 1929* [Text] / A. Busemann; herausgegeben von A. Gilles, L. Hopf und Th. von Kàrmàn. – Berlin: Julius Springer, 1930. – S. 162–169.
2. Busemann, A. *Gasdynamik, Handbuch der experimentellen Physik* [Text] / A. Busemann. – Leipzig: Akademischer Verlag, 1931. – Vol. IV, Part. 1. – 394 s.
3. Busemann, A. *Hodographenmethode der Gasdynamik* [Text] / A. Busemann // ZAMM. – 1937. – Vol. 17, Issue 2. – P. 73 – 79.
4. Меньшиков, В.И. *Аэродинамика* [Текст] / В.И. Меньшиков. – Х.: ХВКИУ, 1969. – 239 с.
5. Ферри, А. *Аэродинамика сверхзвуковых течений* [Текст] / А. Ферри. – М.: ГИТТЛ, 1953. – 463 с.
6. Лойцянский, Л.Г. *Механика жидкости и газа* [Текст] / Л.Г. Лойцянский. – М.: Наука, 1970. – 904 с.
7. Липман, Г.В. *Введение в аэродинамику сжимаемой жидкости* [Текст] / Г.В. Липман, А.Е. Пакет. – М.: ИИЛ, 1949. – 340 с.
8. Хилтон, У.Ф. *Аэродинамика больших скоростей* [Текст] / У.Ф. Хилтон. – М.: ИИЛ, 1955. – 504 с.
9. Гошек, И. *Аэродинамика больших скоростей* [Текст] / И. Гошек. – М.: ИИЛ, 1954. – 547 с.
10. Хлебников, В.С. *Исследование аэродинамического сопротивления системы груз-крестообраз-*

ный парашют при транс- и сверхзвуковых скоростях полета [Текст] / В.С. Хлебников, П.Г. Цыганов // Сб. докладов НТК НИИ АУ. – 1983. – Вып. 8. – С. 8 – 12.

11. Иванов, П.И. Методика № 16203.52-02 летных испытаний сверхзвуковых парашютных систем [Текст]/ П.И. Иванов. – Феодосия: НИИ АУС, 2002. – 41 с.

Поступила в редакцию 28.02.2012.

Рецензент: канд. физ.-мат. наук, доцент каф. прикладной математики и математического моделирования Г.С. Абрамов, Херсонский национальный технический университет, Херсон.

ПОБУДОВА УДАРНОЇ ПОЛЯРИ ДЛЯ УВІГНУТОГО КРИВОЛІНІЙНОГО СТРИБКА УЩІЛЬНЕННЯ

П.І. Іванов

Проблема зв'язана з розробкою методів розрахунку аеродинамічних характеристик увігнутих тіл типу "парашут", обтічних надзвуковим потоком газу. У даній роботі, спираючись на результати, отримані у свій час А. Буземаном для опуклого криволінійного стрибка ущільнення, зроблений вивід рівняння ударної полярної для увігнутого криволінійного стрибка. При висновку рівняння ударної полярної використаний той же алгоритм, що й в А. Буземана з відмінністю тільки в записі співвідношення для дотичної складової швидкості потоку до стрибка ущільнення. Приведено приклади поводження ударної полярної для увігнутого стрибка ущільнення при різних значеннях приведених швидкостей потоку, що набігає.

Ключові слова: парашут, надзвуковий потік газу, криволінійний стрибок ущільнення, ударна полярна.

CONSTRUCTING OF SHOCK POLAR FOR THE CONCAVE CURVED SHOCK

P.I. Ivanov

The problem is related to the development of the methods of the figuring of aerodynamic characteristics of concaved bodies "parachute" type, streamlined by supersonic gas stream. In the present work based on the results for convex curved shock, achieved in due time by A. Busemann, the shock polar equation for concave shock has been made up. When developing the equation of shock polar, the same algorithm that was applied by A. Busemann, was used, with the difference only in connection record for peripheral component of air flow rate up to compressive wave. The examples of shock polar behavior for concave curved shock at different rates of quoted upstream velocity have been provided.

Key words: parachute, supersonic gas stream, curved shock, shock polar.

Іванов Петро Іванович – д-р техн. наук, проф., Феодосійський факультет Херсонського національного технічного університету, Феодосія, Україна, e-mail: Ivanovpetr@rambler.ru.