

УДК 629.735

Т.М. ПИРОГ

Національний авіаційний університет, Україна

ВИЗНАЧЕННЯ КІЛЬКІСНОЇ МІРИ ВИПАДКОВОСТІ ПРИ МЕТРОЛОГІЧНІЙ АТТЕСТАЦІЇ КООРДИНАТНО-ВИМІРЮВАЛЬНИХ МАШИН

Достовірність інформації, яку отримують споживачі, безпосередньо залежить від точності даних вимірювання. Показники точності координатно-вимірювальних машин (КВМ) виробники отримують різнomanітними засобами, в різних положеннях в просторі вимірювання і оцінюють, використовуючи різноманітні методики. Робити висновок про фактичну похибку вимірювання тих чи інших геометричних параметрів за вказаними характеристиками або ж порівнювати окремі координатно-вимірювальні машини між собою по точності дуже складно. Тому однією з найважливіших задач є розробка універсальних засобів і методів метрологічної атестації КВМ. В статті приведений аналітичний розрахунок апіорної і апостеріорної дисперсій, як одного з критеріїв оцінки достовірності вимірювальної інформації.

Ключові слова: координатно-вимірювальна машина, похибка вимірювання, апіорна і апостеріорна дисперсії, достовірність

Вступ

З розвитком координатно-вимірювальних машин (КВМ) і розширення їх застосування в машинобудуванні, приладобудуванні, суднобудуванні та інших галузях промисловості, зростають вимоги до точності їх роботи, а відповідно й до метрологічного забезпечення виробництва та перевірки на місцях експлуатації. Особливо актуальною стала задача як удосконалення існуючих засобів метрологічної атестації до високоточних та прецизійних КВМ.

Основною задачею метрологічної атестації КВМ є визначення і оцінювання похибок її параметрів і придатності для вимірювання визначених геометричних розмірів деталей [1]. В технічних описах КВМ, як вітчизняних так і закордонних, представлені мінімальні відомості про їх показники точності – оцінка похибки вимірювання координатних переміщень (позиціонування) вздовж окремих осей чи похибки вимірювання довжини вздовж координатних осей, паралельно координатним площинам, під довільним кутом в просторі вимірювання (або ж в їх поєднанні). Показники точності виробники отримують різнomanітними засобами, в різних положеннях в просторі вимірювання і оцінюють, використовуючи різноманітні методики [1].

Робити висновок про фактичну похибку вимірювання тих чи інших геометричних параметрів за вказаними характеристиками або ж порівнювати окремі КВМ між собою по точності дуже складно.

На сьогодні існують різні КВМ по своїй різноманітності конструкцій, габаритних розмірів, галузей застосування, об'єктів вимірювання, засобів обчислювальної техніки і т.д., тому розробка універсальних методів і засобів перевірки ускладнена.

1. Постановка задачі

Практично всіма методиками і рекомендаціями передбачається перевірка похибок вимірювання довжини [1, 2]. Основною, найбільш розповсюдженою характеристикою точності КВМ є похибка вимірювання довжини в напрямленнях паралельних координатним осям, представлені лінійною залежністю від вимірювальної довжини L :

$$\Delta = k_0 + k_1 L,$$

де k_0 – коефіцієнт, який визначається компонентами похибки вимірювання, незалежними від вимірювальної довжини (похибки вимірювальної головки, похибки пов'язані з динамічними явищами, електричною інерційністю вимірювальних засобів);

k_1 – коефіцієнт, який визначається компонентами, залежними від вимірювальної величини L (наприклад, дією зовнішніх умов, деформаціями засобів координатних переміщень і т.д.).

Якщо похибка вимірювання в напрямленнях, представляється у вигляді аналогічної лінійної залежності непаралельних координатним осям чи координатним площинам, крім вказаних компонент, оцінюється також відхилення від перпендикулярності координатних осей і неоднаковість чуттєвості вимірювальної головки в різних напрямках вимірювання у просторі [1].

Відомі варіанти представлення основної характеристики точності КВМ у вигляді похибки вимірювання координатних переміщень. Однак таке представлення відображає дійсну похибку вимірювання на КВМ менш об'єктивно, ніж похибка вимірювання довжини.

Широко застосовуються для комплексної повірки пластини з встановленими на них конструктивними елементами, які містять зовнішні і внутрішні вимірювальні поверхні різної форми [3]. Зручність використання таких плат обумовлена можливістю визначення похибки вимірювання довжини між окремими поверхнями як вздовж окремих осей, так і паралельно координатним осям і під різним кутом до них. При повірці КВМ за допомогою таких плат отримується більш повна інформація щодо розподілу похибок.

Міжнародний стандарт якості ISO10360-4 „Geometrical Product Specifications (GPS) – Acceptance test and reverification tests for coordinate measuring machines (CMM)“ регулює вимірювання довжини, розміру, радіусу, куті, форми, місце знаходження виробів при повірці КВМ, і визначає сферу, як основний засіб метрологічної атестації КВМ [2].

Проведення обробки вимірювальної інформації при контролюванні лінійними розмірами, відхилення форми і розташування поверхонь можливо по типовим алгоритмам. Розроблено декілька алгоритмів ідентифікації, які поєднані в комплекс, для універсалізації методу контролю, а як результат і методу атестації. До таких алгоритмів відносяться такі:

- ідентифікації поверхонь, точки і лінії;
- ідентифікації первинних ліній і точок;
- знаходження координат точок перетину ліній на площині;
- визначення коефіцієнтів рівняння перетину поверхонь між собою;
- знаходження коефіцієнтів рівнянь площин і прямих, які проходять через дану точку і паралельні або перпендикулярні іншим площинам;
- визначення відстаней між площинами і лініями, між точками і поверхнями, має точками і лініями і т.д.

Алгоритми ідентифікації дозволяють за геометрично мінімально або надлишку кількості точок визначити коефіцієнти рівняння кожного типу поверхонь або ліній. При цьому вимірювальний об'єкт представляється сукупністю елементарних геометричних поверхонь: площини

$$A_p x + B_p y + C_p z + D_p = 0$$

циліндра, конуса, сфери, які описуються загальним рівнянням другого порядку в довільній системі координат охуз :

$$\varphi(x, y, z) = a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{13}yz + a_{33}z^2 + 2a_{14}x + 2a_{24}y + 2a_{34}z + a_0 = 0,$$

де $A_p, B_p, C_p, D_p, a_{11}, a_{12}, \dots, a_0$ – коефіцієнти площини і поверхонь другого порядку.

Важливе значення при проектуванні вимірювальної пластини має вибір оптимальної кількості точок, які будуть контролюватися. В цілому ця задача є

ймовірнісною, і не вирішена до кінця. Чим більше точок контролюється, тим з більшою ймовірністю ця поверхня ідентифікується. Одночасно з цим ускладнюється процедура обробки великої кількості інформації і ускладнюється вимірювальна, що не є оптимальним для виробництва. Тому на практиці контроль лінійного розміру ведуть за 1-2 точками. Якщо прийняти допущення, що похибки є суттєво меншими поля допуску, то при контролі можна обмежитись геометрично мінімальною кількістю точок. Так, для прямої досить проконтролювати дві точки, для площини і кола – три, для сфери і еліпса – чотири, для циліндру і конусу – шість. Тоді коефіцієнти у відповідних рівняннях визначаються однозначно.

При вимірюванні великої кількості точок коефіцієнти в рівняннях ліній і поверхонь можна визначити за методом найменших квадратів з умови:

$$\sum_{i=1}^n [z_i - \bar{\varphi}(x_i, y_i, a_{11}, a_{12}, \dots, a_3, a_0)] \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial a_i} = 0.$$

Оскільки наведені вище рівняння в більшості випадків є лінійними відносно своїх коефіцієнтів, знаходження їх по методу найменших квадратів не являє суттєвої складності.

При вимірюванні координат чотирьох точок сфери $(x_1, y_1, z_1), \dots, (x_4, y_4, z_4)$, то коефіцієнти в рівнянні сфери знаходять вирішенням системи рівнянь

$$\begin{cases} (x_1 - A_c)^2 + (y_1 - B_c)^2 + (z_1 - C_c)^2 = R_c^2 \\ \vdots \\ (x_4 - A_c)^2 + (y_4 - B_c)^2 + (z_4 - C_c)^2 = R_c^2 \end{cases} \quad (1)$$

де A_c, B_c, C_c – коефіцієнти рівняння сфери, R_c – її радіус. Використовуючи рівняння (1), діаметр сфери знаходять як

$$D = 2 \sqrt{\left(x_1 - \frac{\Delta A_c}{\Delta}\right)^2 + \left(y_1 - \frac{\Delta B_c}{\Delta}\right)^2 + \left(z_1 - \frac{\Delta C_c}{\Delta}\right)^2}.$$

2. Розв'язання

Кількість інформації в загальному випадку, яку можна отримати по кожному виміру параметру довжини Y_i , визначається за формулою

$$I_i = E(X_i | Y_{i-1}, Y_{i-2}, \dots, Y_0) - E(X_i | Y_i, Y_{i-1}, Y_{i-2}, \dots, Y_0), \quad (2)$$

де $X_i = X(iT)$, $Y_i = Y(iT)$ – значення процесу, який контролюється, і результату його спостереження в i -й момент часу; T – період дискретизації контролюваного процесу; $E(X_i | Y_{i-1}, Y_{i-2}, \dots, Y_0)$ – апостеріорна ентропія; i – номер вимірювання; $E(X_i | Y_i, Y_{i-1}, Y_{i-2}, \dots, Y_0)$ – апіорна ентропії і значення контролюваного процесу в i -й момент часу [4].

Похибка вимірювання КВМ в загальному випадку визначається як випадковою, так і систематичною.

чною складовою [5]. Розглянемо випадок, коли систематична складова дорівнює нулю. В даному випадку кількість інформації в кожному окремому вимірюванні дорівнює

$$I_i = \log(\sigma_{aPRi} / \sigma_{aPi}), \quad (3)$$

де σ_{aPRi} , σ_{aPi} – дисперсії апіорної і апостеріорної оцінок значення контрольованого параметру в момент часу iT .

Рівняння вимірювання і контрольованого процесу задаються у вигляді різницьових рівнянь

$$Y_i = H_i X_i + n_i, \quad (4)$$

$$X_i = \beta_{i-1} X_{i-1} + n_{0i}, \quad (5)$$

де n_i – похибки вимірювання, n_{0i} – формуючий шум, $H_i = H(iT)$ і $\beta_i = \beta(iT)$ – задані функції часу.

Початкове значення $X_0 = X(0)$ – може бути детермінованим або нормально розподіленою випадковою величиною (ВВ). Відповідно до (5), всі значення H_i отримуються в результаті лінійного перетворення послідовності незалежних нормально розподілених ВВ n_{0i} , $i = 0, 1, 2, \dots$, тому сама послідовність X_i , $i = 0, 1, 2, \dots$ буде також нормально розподіленою.

Відповідно до (4) Y_i – сума двох нормально розподілених ВВ $H_i X_i$ і n_i . Тому сукупності ВВ

$Y_1^{i-1} = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_{i-1}\}$ і $\{X_{i-1}, Y_1^{i-1}\}$ є сукупно нормальними. Лінійне різницеве рівняння (5) для моментів часу iT еквівалентно лінійному стохастичному диференціальному рівнянню $dX/dt = -\alpha X + n_0(t)$. При цьому $\beta = \exp(-\alpha t)$,

$$n_{0i} = \int_{T(i-1)}^{T_i} \exp[-\alpha(iT - t)] n_0(t) dt, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (6)$$

Нормально розподілені ВВ з нульовим математичним сподіванням і однаковими дисперсіями

$$D_{0i} = (N_0/4\alpha)[1 - \exp(-2\alpha T)], \quad (7)$$

де $N_0/2$ – одностороння спектральна густина білого шуму $n_0(t)$. Дискретний білий шум n_i у рівнянні (4) представляє собою послідовність незалежних нормально розподілених ВВ з нульовим математичним сподіванням і дисперсіями

$$D_i = N/2T = \text{const}, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (8)$$

де $N/2$ – одностороння спектральна густина білого шуму $n(t)$.

Умовні густини ймовірності $p(X_i | Y_1^{i-1})$ і $p(X_i | Y_i^i)$, як відомо рівні

$$p(X_i | Y_1^{i-1}) = c_1 \exp \left[\frac{-(X_i - \beta_{i-1} \hat{X}_{i-1})^2}{2(\beta_{i-1}^2 R_{i-1} + D_{0i})} \right], \quad (9)$$

$$p(X_i | Y_i^i) = c_2 \times$$

$$\times \exp \left[\frac{-(X_i - \beta_{i-1} \hat{X}_{i-1})^2}{2(\beta_{i-1}^2 R_{i-1} + D_{0i})} + \frac{(Y_i - H_i X_i)^2}{2D_i} \right], \quad (10)$$

де $\hat{X}_{i-1}$ – апостеріорна оцінка значення X_{i-1} .

Параметри нормального закону розподілу (10) – математичне сподівання $\hat{X}_i$ і дисперсію R_i – простіше всього знайти, якщо стандартний вираз нормальної густини ймовірності записати у вигляді

$$(2\pi R)^{-0.5} \exp \left[-\frac{(X - \hat{X})^2}{2R} \right] = c \exp \left(-X^2/2R + \hat{X}X/R \right).$$

Звідси видно, що математичне сподівання $\hat{X}$ – коефіцієнт при X/R , а $1/R$ – коефіцієнт при X^2/R . Використовуючи це зауваження, з (10) отримаємо

$$\hat{X}_i = \beta_{i-1} \hat{X}_{i-1} + H_i (R_i/D_i) (Y_i - H_i \beta_{i-1} \hat{X}_{i-1}), \quad (11)$$

$$1/R_i = 1/(\beta_{i-1}^2 R_{i-1} + D_{0i}) + H_i^2/D_i. \quad (12)$$

Рівняння (11) визначає алгоритм формування оптимальної оцінки, а рівняння (12) – розвиток апостеріорної дисперсії. Виходячи з рівняння (12), апіорна дисперсія дорівнює

$$R_{ai} = \beta_i^2 R_i + D_{0i+1}, \quad (13)$$

де $\beta_i^2 \approx 1 - 2\alpha(t_{i-1})T$. В вираз (13) для апіорної дисперсії входять як значення апостеріорної дисперсії, не залежні від T , так і величини β_i^2 і D_{0i+1} , залежать від T . З урахуванням малості T представимо (7) у вигляді $D_{0i} \approx N_0 T/2$. При цьому формула (13) прийме вид $R_{ai} = [1 - 2\alpha(t_i)T]R_i + N_0 T/2$, а тому відношення апіорної і апостеріорної дисперсій дорівнює

$$R_{ai}/R_i = 1 - 2\alpha(t_i)T + N_0 T/2R_i = 1 + T[N_0/2R_i - 2\alpha(t_i)]. \quad (14)$$

Визначаючи швидкість надходження інформації наступним чином

$$I'_i = I_i/T, \quad (15)$$

де індекс i згідно виразу (2) відповідає моменту iT апостеріорного оцінювання. Кількість інформації, яка отримується на інтервалі спостереження $[0, nT]$:

$$I = \sum_{i=0}^n I'_i T_i = \sum_{i=0}^n I_i. \quad (16)$$

Підставляючи (14) і (2) в (15), отримаємо

$$I'_i = \left(\frac{1}{2T} \right) \log \left\{ 1 + T \left[\frac{N_0}{2R} - 2\alpha(t_i) \right] \right\}, \quad (16)$$

$$I'(t) = \lim I'_i = \left[\frac{N_0}{4R(t)} - \alpha(t) \right] \log_m e, \quad (17)$$

де m – основа логарифму в виразі (16).

При $\alpha = \text{const}$ для встановленого режиму оптимальної фільтрації використовуючи вираз (17) знайдемо

$$R = \left(-\alpha + \sqrt{\alpha^2 + H^2 N_0 / N} \right) / \left(2H^2 / N \right).$$

Очевидно, що дисперсія вимірювального процесу пропорційна спектральній густині формуючого шуму N_0 , а дисперсія похибки вимірювальної системи пропорційна спектральній густині шуму вимірювань N . Таким чином, збільшення відношення корисний сигнал-шум призводить до збільшення кількості отримуваної інформації.

Висновок

В статті приведений теоретичний розрахунок апіорної і апостеріорної дисперсій, як кількісної міри випадковості і відношення між ними, при оцінюванні результатів оцінювання геометричних параметрів перевірочних плат, які застосовуються для метрологічної атестації координатно-вимірювальних машин, дозволяє відносно просто оцінити кількість інформації при вимірюванні КВМ. Аналіз залежностей $R_i = R_i(\alpha T)$ і $R_{ai} = R_{ai}(\alpha T)$ показує, що збільшення добутку αT призводить до зменшення

апостеріорної дисперсії і збільшенню апіорної, з іншого боку – до зменшення нормованої відстані між сусідніми вимірами.

Література

1. Гапиш А.А. Координатные измерительные машины и их применение / А.А. Гапиш, А.Ю. Каспарайтис., М.Б. Модестов, З.А. Раманаускас, Н.А. Серков, В.А. Чудов. – М.: Машиностроение, 1988. – 328 с.
2. ISO10360-4: Geometrical Product Specifications (GPS) – Acceptance test and reverification tests for coordinate measuring machines (CMM) “.
3. Li Yadong Free-form surface inspection techniques state of the art review /Yadong Li, Peihua Gu // Computer-Aided Design. – 2004. – Vol. 36. – P. 1395-1417.
4. Васильев И.А. Определение количества информации при измерении непрерывных процессов / И.А. Васильев, А.Е. Ильин // Метрология. – М.: Издательство стандартов, 1989. – С. 12-14.
5. Дорожовець М. Опрацювання результатів вимірювань: Навч. посібник /М. Дорожовець. – Львів: Вид-во Національного університету «Львівська політехніка», 2007. – 624 с.

Надійшла до редакції 1.06.2011

Рецензент: д-р техн. наук, проф., зав. каф. інформаційних технологій В.П. Квасніков, Національний авіаційний університет, Київ.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЛИЧЕСТВЕННОЙ МЕРЫ СЛУЧАЙНОСТИ ПРИ МЕТРОЛОГИЧЕСКОЙ АТТЕСТАЦИИ КООРДИНАТНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ МАШИН

Т.М. Пирог

Достоверность получаемой потребителями информации, непосредственно зависит от точности данных измерений. Показатели точности изготовители координатно-измерительных машин получают различными средствами, в различных положениях в пространстве и оценивают, используя различные методики. Делать вывод про фактическую погрешность измерения тех или иных геометрических параметров по указанным характеристикам или проводить сравнение отдельные координатно-измерительные машины очень сложно. Поэтому одной из важнейших задач есть разработка универсальных средств и методов метрологической аттестации КИМ. В статье приведён аналитический расчёт априорной и апостериорной дисперсий, как одного из важнейших критериев оценки достоверности и количества измерительной информации.

Ключевые слова: координатно-измерительная машина, погрешность измерения, априорная и апостериорная дисперсии, достоверность.

DISPERSION ESTIMATION BY METROLOGICAL INSPECTION OF COORDINATE-MEASURING MACHINES

Т.М. Pyrog

Information reliability, obtained by information users, depends on measurement data accuracy. Accuracy characteristics of coordinate-measuring machines (CMMs) producers obtain with help of deferent tools, positions and directions in space and estimate, using variety of methods. It is involve making conclusion about practical errors or comparing CMMs with each other. That way nowadays one of the main tasks is development universal CMMs' inspection tools and methods. In this article give analytical calculation a priori and a posteriori dispersions, like one of the main touch-stone of reliability and quantity of measuring information

Key words: coordinate-measuring machine, measuring error, a priori and a posteriori dispersions, reliability.

Пирог Тамара Михайлівна – аспірантка кафедри інформаційних технологій Національного авіаційного університету, Київ, Україна, e-mail: Limonchuk@bigmir.net.