

УДК 004.722

С.М. НЕДІЛЬКО¹, Г.Л. БАРАНОВ²¹ Державна льотна академія України, Кіровоград² ДП «Центральний науково-дослідний інститут навігації і управління», Київ

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СТРУКТУРИ АВТОМАТИЗОВАНОЇ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ ПОВІТРЯНИМ РУХОМ НА ОСНОВІ ВИПАДКОВИХ ГРАФІВ

Запропоновано математичну модель структури системи управління повітряним рухом на основі теорії випадкових графів. Необхідність врахування можливих позаштатних ситуацій, які обумовлені внутрішніми та зовнішніми чинниками, призвела до того, що запропонована модель відрізняється від існуючих імовірнісним характером потужності як множини зв'язків між елементами системи, так і множини вузлів (елементів). Існуюча теорія випадкових графів розроблена для випадків, коли кількість зв'язків системи управління повітряним рухом випадкова, а кількість вузлів детермінована.

Ключові слова: функціональна стійкість, надмірність, випадковий граф.

Вступ

На сьогоднішній день виконання повітряних перевезень не можливе без єдиної автоматизованої системи управління повітряним рухом (АСУПР). За даними ІКАО з 2007 до 2010 р. складність управління повітряним рухом збільшилася на 7–10 % [1]. З іншого боку, дослідження показали, що в комплектуючих пристроях АСУПР України в середньому за рік експлуатації відпрацьовується від 5 % до 25 % ресурсних показників, а моральне старіння, за той же період, становить до 35 %. Дослідження існуючих науково-обґрунтованих підходів підвищення ефективності складних технічних систем, до яких повною мірою відноситься й АСУПР, дозволили зробити висновок про формування за останні роки нового пріоритетного підходу, пов'язаного із забезпеченням системі властивості функціональної стійкості.

Постановка проблеми. Реалізація функціональної стійкості досягається застосуванням у складній технічній системі різних уже існуючих видів надмірності (структурної, часової, інформаційної, функціональної, навантажувальної та ін.) шляхом перерозподілу ресурсів з метою парирування наслідків позаштатних ситуацій. Разом з тим, нечисленні роботи у галузі забезпечення функціональної стійкості складних технічних систем не дають змоги виробити єдині підходи та започаткувати теоретичні основи забезпечення функціональної стійкості для АСУПР України. Проблема полягає у відсутності підходу та відповідних моделей щодо опису структури АСУПР, параметрів її елементів та зв'язків.

Аналіз публікацій. Структура системи – часткове впорядкування елементів і відносин між ними, тобто побудова деякої ієрархії відносин у системі

[2–4]. Таку ієрархію можна побудувати, тому що завжди сукупна функція системи розділяється на підфункції, яким відповідають окремі підсистеми. Відповідно до апробованих підходів, декомпозицію системи на підсистеми доцільно проводити так, щоб вони представляли самостійні функціональні частини системи, тобто функціональні комплекси, що вирішують певні узгоджені задачі в інтересах найкращого виконання поставлених перед системою загальних задач. Однак, структурні та функціональні властивості тісно зв'язані.

Метою статті є розробка моделі структури АСУПР на основі теорії графів та графових перетворень.

Основна частина

Принцип дії АСУПР дозволяє представити математичну модель структури системи у вигляді навантаженого орграфа.

Підсистемами АСУПР є такі: розподілена інформаційна підсистема (РІП), яка має N^R елементів; засоби зв'язку (ЗЗ), які мають N^Z елементів; засоби навігації (ЗН), які мають N^{Nv} елементів; засоби спостереження (ЗС), які мають N^S елементів; повітряні судна та об'єкти спостереження (ПС), які мають N^V елементів (рис. 1).

Слід зазначити, що граф може бути заданим чотирма способами [3, 4]:

– матрицею суміжності розміром $n \times n$:

$$M = \| a_{ij} \|, \quad i, j = 1 \dots n, \quad a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{при } l_{ij} \in L; \\ 0, & \text{при } l_{ij} \notin L; \end{cases} \quad (1)$$

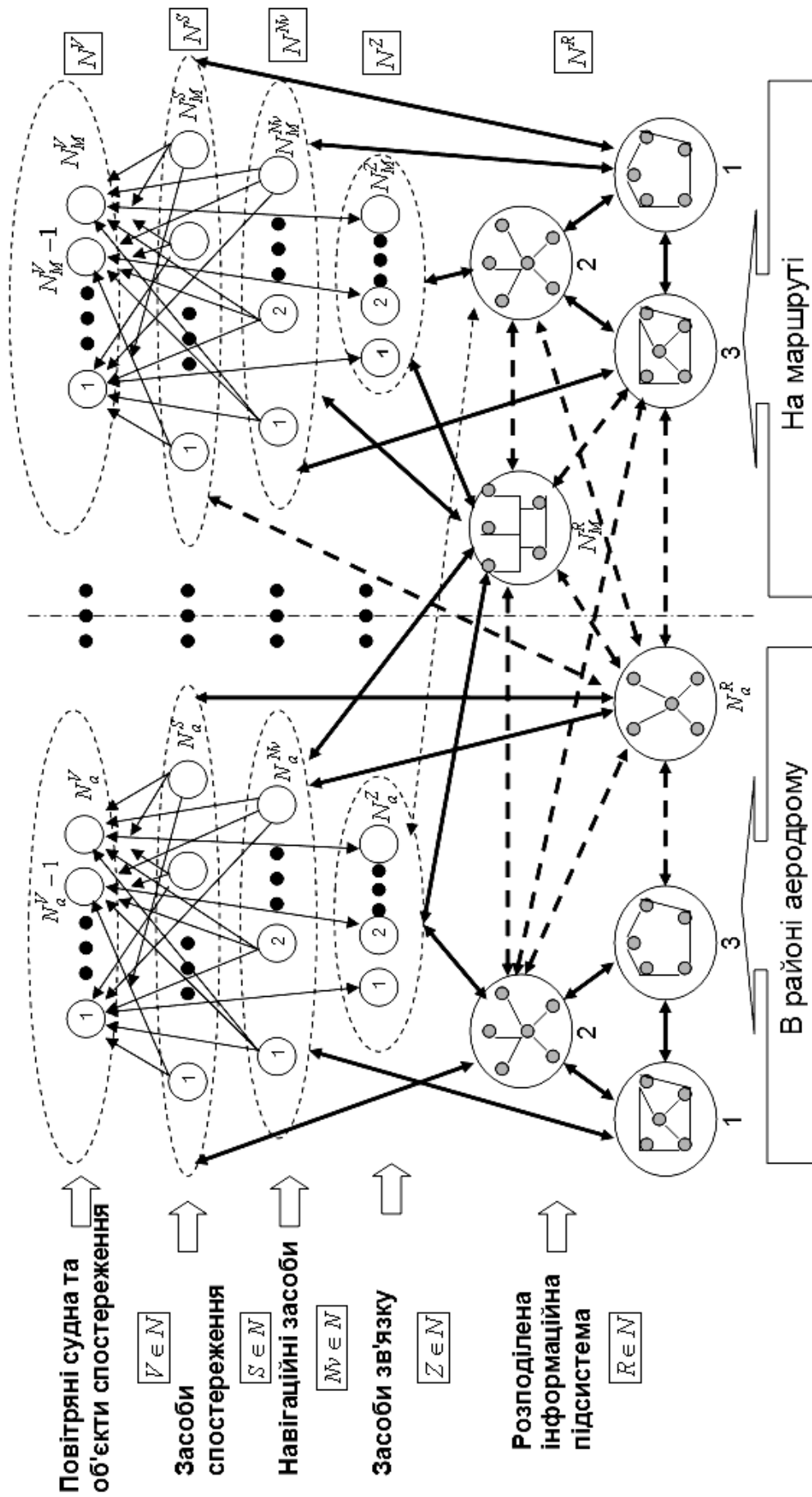


Рис. 1. Орграф структури автоматизованої системи управління повітряним рухом

– списками зв'язності розміром $1 \times m$; $m = |L|$;
 – списком суміжності, якому кожній вершині v_i ставиться у відповідність список N_{v_i} вершин, суміжних з v_i . Під цей список досить відвести $\deg(v_i)+1$ комірок – по одній на кожен елемент і одна ячейка для позначення кінця списку. Крім того, формується список $N=(N_1, N_2, \dots, N_n)$, де N_i – номер ячейки, у якій зберігається перший елемент списку N_{v_i} . Отже, такий спосіб представлення графа вимагає $\sum_{v \in V} (\deg(v) + 1) + n = 2m + 2n$ ячеек пам'яті, $m = |L|$;

– матрицею інцидентності K розмірністю $n \times m$. Матрицею інцидентності орграфа називається матриця $K(|V| \times |E|)$, де $|V|$ – потужність множини вершин, $|E|$ – потужність множини дуг, елементи якої приймають значення: $k_{ij} = 1$, якщо вершина v_i є початком дуги e_j ; $k_{ij} = -1$, якщо вершина v_i є кінцем дуги e_j ; $k_{ij} = 0$ – в інших випадках.

При дослідженні графових моделей будемо використовувати наступні параметри графів [5]:

- 1) потужність множини вершин $n = m_v = |V|$;
 - 2) потужність множини ребер $m_d = |D|$;
 - 3) локальні ступені вершин (валентність) – число інцидентних ребер стосовно вершини v_i :
- $$\alpha_i = \deg(v_i); \quad (2)$$
- 4) характеристичні числа матриці суміжності графа (слід графа) λ_i , $i=1, 2, \dots, n$, які являються рішенням матричного рівняння:

$$M - \lambda E = 0, \quad (3)$$

де M – матриця суміжності графа;

$\lambda^T = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$ – вектор характеристичних чисел;

$E = \|e_{ij}\|$ – одинична матриця:

$$e_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{при } i \neq j; \\ 1, & \text{при } i = j; \end{cases}$$

- 5) число реберної зв'язності $\lambda(G)$;
- 6) число вершинної зв'язності $\chi(G)$.

Аналіз розробленої математичної моделі структури АСУПР, а також існуючої теорії графів і методів дискретної оптимізації в цілому дозволяє зробити висновок про те, що рішення задач синтезу на отриманому оргграфі пов'язано з певними труднощами. Це викликано тим, що теорія випадкових графів розроблена для моделей з випадковою кількістю ребер і детермінованою кількістю вершин орграфа. Математична модель структури системи, крім випадкової кількості елементів множини ребер, характеризується і випадковою кількістю вершин, що відповідно враховує ймовірний вплив внутрішніх і зовнішніх чинників.

Зазначена математична модель використовується для уточнення наявної, вже існуючої області надмірності АСУПР та для розробки методики оптимального використання надмірності функціонально стійкої структури АСУПР, що має наступні елементи.

Постановку завдання оптимізації можна записати у вигляді:

$$\alpha = \langle v, d, f \rangle : \begin{cases} \forall z(\alpha, t) \in Z, |v| < |V| \wedge |d| < |D| \wedge |f| < |F|, \\ \Delta v, \Delta d, \Delta f \neq \emptyset, \\ |f^+| - |f| \rightarrow \min, |f^-| - |f| \rightarrow \max, \end{cases}$$

де $A \langle V, D, F \rangle$ – простір параметрів; $\alpha = \langle v, d, f \rangle$ – параметр, що описує процес функціонування системи; V – множина абстрактних елементів АСУПР; D – множина абстрактних зв'язків між елементами системи; F – множина функцій абстрактних елементів і зв'язків. Тоді параметр $\alpha \subseteq A$, підмножина $v \subseteq V$, $|v| \leq |V|$, підмножина $d \subseteq D$, $|d| \leq |D|$, а підмножина $f \subseteq F$, $|f| \leq |F|$.

1. Формування матриць $M, P_D, P_V, K_{\phi, \lambda}^D$, пред'явлення вимог до $P\{F_t[z(\alpha, t), t \leq \tau] \in B_{A_1}^T\} > 1 - \varepsilon$, де M – матриця суміжності; P_D, P_V – матриці ваг зв'язків (ребер) і елементів (вузлів); $K_{\phi, \lambda}^D$ – матриця параметрів (координат) елементів (вузлів).

2. Побудова множини допустимих рішень

$$A = \left\{ \begin{matrix} A_{-1} \langle E | e, \varepsilon_{-1}^{vid} \rangle, A_{-2} \langle E | e, \varepsilon_{-2} \rangle \dots \\ A_{-N} \langle E | e, \varepsilon_{-N}^{vid} \rangle \end{matrix} \right\}.$$

3. Визначення відношення часткового порядку як відношення мажоризації

$$\sum_{i=1}^S x_{\pi(i)} \leq \sum_{i=1}^S y_{\tau(i)}, s = 1, \dots, n-1, \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i, \\ x_{\pi(1)} \geq \dots \geq x_{\pi(n)}, y_{\tau(1)} \geq \dots \geq y_{\tau(n)}.$$

4. Застосування градієнтного алгоритму

$$\alpha^0 \prec (\alpha^0) = \max \prec (\alpha)$$

for $i=1$ to n do

if $\alpha \cup \{e_i\} \in \varepsilon$ then $\alpha := \alpha \cup \{e_i\}$.

5. Застосування методики визначення значення показника функціональної стійкості системи передачі даних АСУПР $P_{\phi C} = P\{F_t[z(\alpha, t), t \leq \tau] \in B_{A_1}^T\}$.

6. Перебір максимальної бази

While $P(\alpha_i) \leq P^{\max}$ do $i := i + 1$

$$P^0(\alpha_i) := P(\alpha_i).$$

7. Визначення оптимального варіанту

$$\alpha^0 = \langle v, d, f \rangle.$$

В основі процедури оптимального використання надмірності покладено метод поетапного зменшення потужності бази (базису) перестановочного багатогранника, який розроблено одним із авторів статті. Метод класифікується як точний метод дискретної оптимізації, побудований за принципом неявного перебору. В основі методу є науково-обґрунтоване положення про те, що область допустимих рішень асоціюється з таким комбінаторним об'єктом, як перестановочний багатогранник, та про те, що максимальна за включенням незалежна підмножина множини допустимих рішень, тобто база (базис) перестановочного багатогранника, відображає мінімально-необхідний склад системи.

Висновки

Дослідження процесу функціонування автоматизованої системи управління повітряним рухом надали можливість розробити математичну модель системи, яка оснований на описанні структури системи випадковим графом. Необхідність врахування можливих позаштатних ситуацій, які обумовлені внутрішніми та зовнішніми чинниками, призвела до того, що запропонована модель відрізняється від існуючих імовірнісним характером потужності як множини

зв'язків між елементами системи, так і множини вузлів (елементів). Існуюча теорія випадкових графів розроблена для випадків, коли кількість зв'язків випадкова, а кількість вузлів детермінована. Таким чином, забезпечення АСУП властивості функціональної стійкості стикається з новою теоретичною проблемою, що вимагає для її рішення розробки адекватного математичного апарату синтезу системи.

Список літератури

1. Чередніченко Ю.А. Аналіз факторів дестабілізації функціонування аеронавігаційної системи / Ю.А. Чередніченко // Проблеми інформатизації та управління: Збірник наукових праць. Вип. 8. – К.: НАУ, 2003. – С. 3-9.
2. Баранов Г.Л. Структурное моделирование сложных динамических систем / Г.Л. Баранов, А.В. Макаров. – К.: Наук. думка, 1986. – 272 с.
3. Большие технические системы: проектирование и управление / Л.М. Артюшин, Ю.К. Зиатдинов, И.А. Попов, А.В. Харченко / Под ред. И.А. Попова. – Х.: Факт, 1997. – 284 с.
4. Оре О. Графы и их приложение / О. Оре. – М.: Эдиториал, 2003. – 340 с.
5. Колчин В.Ф. Случайные графы / В.Ф. Колчин. – М.: Физматлит, 2004. – 256 с.

Надійшла до редколегії 15.05.2011

Рецензент: д-р техн. наук, проф. О.В. Барабаш, Національний авіаційний університет, Київ.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СТРУКТУРЫ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ВОЗДУШНЫМ ДВИЖЕНИЕМ НА ОСНОВЕ СЛУЧАЙНЫХ ГРАФОВ

С.Н. Неделько, Г.Л. Баранов

Предложена математическая модель структуры системы управления воздушным движением на основе теории случайных графов. Необходимость учета возможных внештатных ситуаций, которые обусловлены внутренними и внешними факторами, привела к тому, что предложенная модель отличается от существующих вероятностным характером мощности как множества числа связей между элементами системы, так и множества числа узлов (элементов). Существующая теория случайных графов разработана для случаев, когда количество связей системы управления воздушным движением случайно, а количество узлов детерминировано.

Ключевые слова: функциональная устойчивость, избыточность, случайный граф.

MATHEMATICAL MODEL OF STRUCTURE OF THE AIR TRAFFIC CONTROL SYSTEM ON THE BASIS OF STOCHASTIC GRAPHS

S.M. Nedilko, G.L. Baranov

The structure mathematical model of the air traffic control system is offered on the basis of the theory of stochastic graphs. The necessity of account of possible supernumerary situations which are conditioned internal and external factors resulted in that the offered model differs from existing probabilistic character of power of both great number of number of connections between the elements of the system and great number of number of knots (elements). The existent theory of the casual graphs is developed for cases, when amount of connections of control the system by air motion by chance, and the amount of knots is determined.

Key words: functional stability, surplus, stochastic graphs.

Неделько Сергій Миколайович – канд. техн. наук, проф., ректор, Державна льотна академія України, Кіровоград.

Баранов Георгій Леонідович – д-р техн. наук, проф., заступник директора, ДП «Центральний науково-дослідний інститут навігації і управління», Київ.