

УДК 629.7.054

О.Я. КОВАЛЕЦ

Национальный технический университет Украины “КПИ”, Киев, Украина

ОСЕНЕСИММЕТРИЧНОЕ АКУСТИЧЕСКОЕ НАГРУЖЕНИЕ ОБОЛОЧЕК

Авиационные двигатели, многие фрагменты конструкции которых могут рассматриваться как оболочки вращения, в натурных условиях подвергаются, как правило, осенесимметричному акустическому нагружению. Такое упруго-напряженное состояние материала элементов двигателя летательного аппарата может привести к появлению необратимых деформаций. В работе рассматривается трехмерная задача. Определяются координатные функции оболочки при заданных граничных условиях. Полученные результаты создают необходимые предпосылки для количественного и качественного анализа состояния при осенесимметричном нагружении.

Ключевые слова: осенесимметричное нагружение, акустическое поле, оболочка, координатные функции.

Введение

Постановка проблемы и ее связь с научно-техническими задачами. В эксплуатационных условиях двигателя летательных аппаратов различного класса – управляемые, беспилотные, дистанционно управляемые, тактическая палубная авиация и т.д. – подвергаются воздействию мощного акустического излучения. Это звуковые поля высокой интенсивности – 140-150 дБ и выше. В этом случае под действием силового воздействия со стороны проникающего излучения возникают упругие перемещения поверхности в трех направлениях – осевом (по протяженности), окружном (по параллели) и поперечном (в плоскости шпангоута), что, в свою очередь, может привести к появлению деформаций и трещин. Наиболее восприимчивыми к звуковому нагружению являются упругие перемещения поверхности в плоскости шпангоута.

Рассмотрим особенности динамики таких поверхностей при осенесимметричном режиме нагружения, что достаточно полно соответствует эксплуатационному функционированию аппаратов.

Обзор публикаций и выделение нерешенных задач. В отечественной и зарубежной литературе достаточно полно отражены достижения науки в борьбе с шумом низкой и средней интенсивности (не выше 130 дБ) [1]. Изучение же свойств конструкций при воздействии акустических полей высокой интенсивности (160...180 дБ) проанализировано в немногих работах [2]. Вопросы акустической устойчивости некоторых типов бортовой аппаратуры и их комплектующих освещены в работах проф. В. С. Дидковского [3] и проф. В. В. Карачуна, проф. В.Н. Мельник [4, 5, 6].

Доказано, что силовое акустическое нагружение приводит к качественно новому состоянию многих конструкций, бортовой электронной аппаратуры и приборов командно-измерительных комплексов. Некоторые из них находятся в состоянии знакопеременных обратимых деформаций, другие испытывают напряжения, превышающие допустимые значения, третьи – вообще не могут функционировать в номинальном режиме. Колебания механических систем приводят к нарушению целостности материала при наступлении локальных особенностей.

Таким образом, для уяснения природы появления этих особенностей необходимо установить закономерности возмущенного движения элементов двигателей путем аналитического описания координатных функций.

Постановка задачи данного исследования. Широкое использование оболочечных элементов в конструкциях авиационных двигателей явилось побудительной причиной глубокого и всестороннего изучения динамических свойств таких конструкций.

Решение таких задач предусматривает анализ многих факторов. В работе ставится задача нахождения координатных функций оболочки. Полученные результаты есть одна из граней рассматриваемой многоплановой проблемы.

Изложение основного материала с обоснованием полученных результатов

Обратимся к наиболее общему случаю – когда поверхность оболочки нагружена произвольным внешним динамическим воздействием (распределенным, или сосредоточенным – в точке, по линии, по площади и т.п.). Считаем также, что на края

оболочки ($z=0, z=1$) заданы некоторые граничные условия – кинематические, геометрические или силовые.

Метод приближенного интегрирования уравнений оболочки предусматривает выполнение двух этапов:

– вначале проводим процедуру разделения переменных в уравнениях движения при помощи метода Фурье;

– затем используем метод Бубнова-Галеркина.

Поскольку рассматриваются замкнутые оболочки вращения, то в окружном направлении (вдоль параллели) следует ожидать периодичности силовых, кинематических полей, то есть они должны определенным образом зависеть от периодических функций типа $\cos k\varphi, \sin k\varphi$ ($k = 0, 1, \dots$). В свою очередь, внешнее динамическое нагружение по трем направлениям может быть и непериодическим по координате φ . Но нагрузки

$$q_i^* = q_i^*(t, z, \varphi), \quad i = \overline{1, 3}$$

всегда можно, во всяком случае формально, представить в виде рядов Фурье по координате φ .

Поэтому считаем, что

$$q_i^* = q_i^*(t, z, \varphi) = \sum_{k=0}^{\infty} [q_{i,k}^{(1)}(t, z) \cos k\varphi + q_{i,k}^{(2)}(t, z) \sin k\varphi], \quad i = \overline{1, 3} \quad (1)$$

В соответствии с этим и структура координатных функций будет иметь вид:

$$U_z = U_z(t, z, \varphi); \quad U_\varphi = U_\varphi(t, z, \varphi); \quad W = W(t, z, \varphi). \quad (2)$$

Вначале представим их следующим образом:

$$U_z = \sum_{k=0}^{\infty} [U_{z,k}^{(1)}(t, z) \cos k\varphi + U_{z,k}^{(2)}(t, z) \sin k\varphi], \quad (3)$$

$$U_\varphi = \sum_{k=0}^{\infty} [U_{\varphi,k}^{(1)}(t, z) \sin k\varphi + U_{\varphi,k}^{(2)}(t, z) \cos k\varphi], \quad (4)$$

$$W_k = \sum_{k=0}^{\infty} [W_k^{(1)}(t, z) \cos k\varphi + W_k^{(2)}(t, z) \sin k\varphi], \quad (5)$$

Проведем процедуру разделения переменных методом Фурье для каждого из деформированного состояний.

Получаем для продольных колебаний:

$$\frac{\partial^2 U_{z,1}^{(1)}}{\partial z^2} + \frac{1}{2}(1+\nu) \frac{\ell}{R} \frac{\partial U_{\varphi,1}^{(1)}}{\partial z} - \nu \frac{h}{R} \frac{\partial W_1^{(1)}}{\partial z} = -\frac{1-\nu^2}{E} \frac{\ell^2}{h^2} q_{1,1}^{(1)}(t, z) + (1-\nu^2) \frac{\rho \omega_0^2 \ell^2}{E} \frac{\partial^2 U_{z,1}^{(1)}}{\partial t^2}; \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 U_{z,1}^{(2)}}{\partial z^2} - \frac{1}{2}(1+\nu) \frac{1}{R} \frac{\partial U_{\varphi,1}^{(2)}}{\partial z} - \nu \frac{h}{R} \frac{\partial W_1^{(2)}}{\partial z} =$$

$$= -\frac{1-\nu^2}{E} \frac{\ell^2}{h^2} q_{1,1}^{(2)}(t, z) + (1-\nu^2) \frac{\rho \omega_0^2 \ell^2}{E} \frac{\partial^2 U_{z,1}^{(2)}}{\partial t^2}; \quad (7)$$

Для окружных перемещений:

$$-\frac{1}{2}(1-\nu) \left(\frac{R}{\ell}\right)^2 \frac{\partial^2 U_{\varphi,1}^{(1)}}{\partial z^2} - U_{\varphi,1}^{(1)} - \frac{1}{2}(1+\nu) \left(\frac{R}{\ell}\right) \frac{\partial U_{z,1}^{(1)}}{\partial z} + W_1^{(1)} = -\frac{1-\nu^2}{E} \frac{R^2}{h^2} q_{2,1}^{(1)}(z, t) + (1-\nu^2) \frac{\rho \omega_0^2}{E} R^2 \frac{\partial^2 U_{\varphi,1}^{(1)}}{\partial t^2}; \quad (8)$$

$$-\frac{1}{2}(1-\nu) \left(\frac{R}{\ell}\right)^2 \frac{\partial^2 U_{\varphi,1}^{(2)}}{\partial z^2} - U_{\varphi,1}^{(2)} + \frac{1}{2}(1+\nu) \left(\frac{R}{\ell}\right) \times \frac{\partial U_{z,1}^{(2)}}{\partial z} - W_1^{(2)} =$$

$$= -\frac{1-\nu^2}{E} \frac{R^2}{h^2} q_{2,1}^{(2)}(z, t) + (1-\nu^2) \frac{\rho \omega_0^2}{E} R^2 \frac{\partial^2 U_{\varphi,1}^{(2)}}{\partial t^2}; \quad (9)$$

Для радиальных перемещений:

$$\frac{\partial^4 W_1^{(1)}}{\partial z^4} + 2 \left(\frac{1}{R}\right)^2 \frac{\partial^2 W_1^{(1)}}{\partial z^2} - \left(\frac{1}{R}\right)^4 W_1^{(1)} + \left(\frac{1}{R}\right)^4 U_{\varphi,1}^{(1)} - (1-\nu) \left(\frac{1}{R}\right)^2 \frac{\partial^2 U_{\varphi,1}^{(1)}}{\partial z^2} + 12\nu \frac{\ell^3}{R h^2} \frac{\partial U_{z,1}^{(1)}}{\partial z} + 12 \frac{\ell^4}{R^2 h^2} U_{\varphi,1}^{(1)} = \frac{12(1-\nu^2)}{E} \frac{\ell^4}{h^2} q_{3,1}^{(1)}(z, t) + 12(1-\nu^2) \left(\frac{1}{h}\right)^4 \frac{\rho h \omega_0^2}{E} \frac{\partial^2 W_1^{(1)}}{\partial t^2}; \quad (10)$$

$$\frac{\partial^4 W_1^{(2)}}{\partial z^4} + 2 \left(\frac{1}{R}\right)^2 \frac{\partial^2 W_1^{(2)}}{\partial z^2} - \left(\frac{1}{R}\right)^4 W_1^{(2)} - \left(\frac{1}{R}\right)^4 U_{\varphi,1}^{(2)} + (1-\nu) \left(\frac{1}{R}\right)^2 \frac{\partial^2 U_{\varphi,1}^{(2)}}{\partial z^2} + 12\nu \frac{\ell^3}{R h^2} \frac{\partial U_{z,1}^{(2)}}{\partial z} - 12 \frac{\ell^4}{R^2 h^2} U_{\varphi,1}^{(2)} = \frac{12(1-\nu^2)}{E} \frac{\ell^4}{h^2} q_{3,1}^{(2)} + 12(1-\nu^2) \left(\frac{1}{h}\right)^4 \frac{\rho h \omega_0^2}{E} \frac{\partial^2 W_1^{(2)}}{\partial t^2}. \quad (11)$$

Для вычисления координатных функций оболочки можно воспользоваться формулами Крамера. Системы уравнений в общем виде имеют вид:

$$\begin{cases} \left(a_{z2}^{(1)} - \omega^2 a_{z1}^{(1)} \right) a_1^{(1)} + a_{z3}^{(1)} b_1^{(1)} + a_{z4}^{(1)} c_1^{(1)} = Q_z^{(1)}(t); \\ b_{\varphi 3}^{(1)} a_1^{(1)} + \left(-b_{\varphi 2}^{(1)} - \omega^2 b_{\varphi 1}^{(1)} \right) b_1^{(1)} + b_{\varphi 4}^{(1)} c_1^{(1)} = Q_\varphi^{(1)}(t); \\ c_{w4}^{(1)} a_1^{(1)} + c_{w3}^{(1)} b_1^{(1)} + \left(c_{w2}^{(1)} - \omega^2 c_{w1}^{(1)} \right) c_1^{(1)} = Q_w^{(1)}(t); \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} \left(a_{z2}^{(2)} - \omega^2 a_{z1}^{(2)} \right) a_1^{(2)} + a_{z3}^{(2)} b_1^{(2)} + a_{z4}^{(2)} c_1^{(2)} = Q_z^{(2)}(t); \\ b_{\varphi3}^{(2)} a_1^{(2)} + \left(b_{\varphi2}^{(2)} - \omega^2 b_{\varphi1}^{(2)} \right) b_1^{(2)} + b_{\varphi4}^{(2)} c_1^{(2)} = Q_\varphi^{(2)}(t); \\ c_{w4}^{(2)} a_1^{(2)} + c_{w3}^{(2)} b_1^{(2)} + \left(c_{w2}^{(2)} - \omega^2 c_{w1}^{(2)} \right) c_1^{(2)} = Q_w^{(2)}(t). \end{cases} \quad (13)$$

Установим закономерности упругого перемещения оболочки элемента авиационного двигателя.

Запишем дифференциальные уравнения поверхности цилиндрической оболочки:

$$\frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} + \frac{1+\nu}{2R} \frac{\ell}{R} \frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial z \partial \varphi} - \frac{\nu h}{R} \frac{\partial W}{\partial z} = -\frac{(1-\nu^2)\ell^2}{Eh^2} q_1(t, z) + \frac{(1-\nu^2)\ell^2 \rho \omega_0^2}{E} \frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2}; \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial \varphi^2} - \frac{1-\nu}{2} \frac{R}{\ell} \frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial z^2} + \frac{1+\nu}{2} \frac{R}{\ell} \frac{\partial^2 U_z}{\partial z \partial \varphi} - \frac{\partial W}{\partial \varphi} = -\left(1-\nu^2\right) \frac{R^2}{Eh^2} q_2(t, z) + \frac{\rho \omega_0^2 R^2}{E} \frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial t^2}; \quad (15)$$

$$\begin{aligned} -\frac{\partial^4 W}{\partial z^4} - 2\frac{\ell}{R^2} \frac{\partial^4 W}{\partial z^2 \partial \varphi^2} - \frac{\ell^4}{R^4} \frac{\partial^4 W}{\partial \varphi^4} - \frac{\ell^4}{R^4} \frac{\partial^3 U_\varphi}{\partial \varphi^3} - \\ -(1-\nu) \frac{\ell^2}{R^2} \frac{\partial^3 U_\varphi}{\partial z^2 \partial \varphi} + 12(\nu+\mu) \frac{\ell^3}{Rh^2} \frac{\partial U_z}{\partial z} + \\ + 12\nu \frac{\ell^3}{Rh^2} \frac{\ell^4}{R^2 h^2} \frac{\partial U_\varphi}{\partial \varphi} = \frac{12(1-\nu^2)\ell^4}{E} \frac{\partial^3 W}{h^2} q_3(t, z) + \\ + 12(1-\nu^2) \frac{\ell^4 \rho h \omega_0^2}{h^2 E} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (16)$$

Далее подставляем соотношения (1) и (3 – 5) в дифференциальные уравнения оболочки (14 – 16) проводим процедуру разделения переменных, группируем, в соответствии с методом Фурье.

Очевидно, что координатные функции оболочки следует искать в виде:

$$\begin{aligned} U_z(t, z) &= U_{z,1}^{(1)}(t, z) \cos \varphi + U_{z,1}^{(2)}(t, z) \sin \varphi; \\ U_\varphi(t, z) &= U_{\varphi,1}^{(1)}(t, z) \sin \varphi + U_{\varphi,1}^{(2)}(t, z) \cos \varphi; \\ W(t, z) &= W_1^{(1)}(t, z) \cos \varphi + W_1^{(2)}(t, z) \sin \varphi. \end{aligned} \quad (17)$$

При возмущающих воздействиях

$$\begin{aligned} q_{11}(t, z, \varphi) &= q_{11}^{(1)}(t, z, \varphi) \cos \varphi + q_{11}^{(2)}(t, z, \varphi) \sin \varphi = \\ &= \frac{1}{2} P_{10} \left[(1+B+A) \exp i(\omega_1 t + k_{01} z \sin \varepsilon_1 \sin \varepsilon_2) \cos \varphi + \right. \\ &\quad \left. + (1+B-A) \exp i(\omega_1 t + k_{01} z \sin \varepsilon_1 \sin \varepsilon_2) \sin \varphi \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q_{21}(t, z, \varphi) &= q_{21}^{(1)}(t, z, \varphi) \sin \varphi + q_{21}^{(2)}(t, z, \varphi) \cos \varphi = \\ &= \frac{1}{2} P_{10} \left[(1+B+A) \exp i(\omega_1 t + k_{01} R \sin \varphi \sin \varepsilon_1 \times \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\times \cos \varphi) \sin \varphi + (1+B-A) \times \\ &\quad \left. \times \exp i(\omega_1 t + k_{01} R \sin \varphi \sin \varepsilon_1 \cos \varepsilon_2) \cos \varphi \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q_{31}(t, z, \varphi) &= q_{31}^{(1)}(t, z, \varphi) \cos \varphi + q_{31}^{(2)}(t, z, \varphi) \sin \varphi = \\ &= \frac{1}{2} P_{10} \left[(1+B+A) \exp i(\omega_1 t - k_{01} R \cos \varphi \cos \varepsilon_1) \cos \varphi + \right. \\ &\quad \left. + (1+B-A) \exp i(\omega_1 t + k_{01} R \cos \varphi \cos \varepsilon_1) \sin \varphi \right] \end{aligned} \quad (18)$$

и осесимметричном деформированном состоянии ($k=1$) координатные функции строятся следующим образом:

$$\begin{aligned} U_z(t, z, \varphi) &= a_1^{(1)} \exp i \omega_1 t z^2 (1-z)^2 \cos \varphi \cos z + \\ &\quad + a_1^{(2)} \exp i \omega_1 t z^2 (1-z)^2 \sin \varphi \sin z = \\ &= z^2 (1-z)^2 \exp i \omega_1 t \times \\ &\quad \times \left(a_1^{(1)} \cos \varphi \cos z + a_1^{(2)} \sin \varphi \sin z \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_\varphi(t, z, \varphi) &= b_1^{(1)} \exp i \omega_1 t z^2 (1-z)^2 \sin \varphi \cos z + \\ &\quad + b_1^{(2)} \exp i \omega_1 t z^2 (1-z)^2 \cos \varphi \sin z = \\ &= z^2 (1-z)^2 \exp i \omega_1 t \times \\ &\quad \times \left(b_1^{(1)} \sin \varphi \cos z + b_1^{(2)} \cos \varphi \sin z \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W(t, z, \varphi) &= c_1^{(1)} \exp i \omega_1 t z^4 (1-z)^4 \cos \varphi \cos z + \\ &\quad + c_1^{(2)} \exp i \omega_1 t z^4 (1-z)^4 \sin \varphi \sin z = \\ &= z^4 (1-z)^4 \exp i \omega_1 t \times \\ &\quad \times \left(c_1^{(1)} \cos \varphi \cos z + c_1^{(2)} \sin \varphi \sin z \right). \end{aligned}$$

Выводы и перспективы дальнейших исследований в данном направлении

Проведенные исследования дают возможность глубже понять природу упругого взаимодействия поверхности оболочечной формы с акустическим излучением высокой интенсивности. Определить величину координатных функций оболочки. Перспективными, с точки зрения практических разработок, следует признать очерчивание условий возникновения локальных особенностей резонансного типа, приводящих, в свою очередь, к появлению деформаций.

Полученные результаты создают необходимые предпосылки для количественного и качественного анализа упруго-напряженного состояния при осесимметричном нагружении.

Литература

1. Ляшнев Л.М. *Отражение звука тонкими пластинами и оболочками* / Л.М. Ляшнев. – М.: Изд-во АН СССР, 1955. – 73 с.
2. Белый Н.Г. *Исследование акустической выносливости натурных панелей тонкостенных оболочек* / Н.Г. Белый // *Акустическая выносливость: Тр. ЦАГИ.* – Вып. 1222. – М.: Изд-во ЦАГИ, 1970.
3. Голованев Ю.М. *Исследование работоспособности приборов в условиях интенсивного акустического воздействия* / Ю.М. Голованев, М.А. Павловский, В.С. Дидковский // *Прочность материалов и элементов конструкций при звуковых и ультразвуковых частотах нагружения: Тез. докл. III Всесоюзн. семинара.* – К., 1981. – С. 204-208.
4. Карачун В.В. *Многомерные задачи нестационарной упругости подвеса поплавоквого гироскопа* / В. В. Карачун, В. Г. Лозовик, Е. Р. Потапова, В. Н. Мельник; *Нац. техн. ун-т «КПИ».* – К.: “Корнейчук”, 2000. – 128 с.
5. Mel’nick V.N. *Determining Gyroscopic Integrator Errors to Diffraction of Sound Waves* / V.N. Mel’nick, V.V. Karachun // *INTERNATIONAL APPLIED MECHANICS.* – 2004. – Vol. 40. – № 3. – P. 328-336.
6. Koshljakov V.N. *The some aspects of flight safety in condition penetrate acoustic radiation* / V.N. Koshljakov, V.V. Karachun, V.N. Mel’nik, V.G. Saverchenko, V.Kh. Balanin // *The World Congress “Aviation in the XXI-st Century”, September 14-16, 2003, Kyiv, Ukraine.* – P. 2.37 – 2.40.

Поступила в редакцию 17.05.2011

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.В. Карачун, Национальный технический университет Украины «КПИ», Киев.

ОСЕНЕСИМЕТРИЧНЕ АКУСТИЧНЕ НАВАНТАЖЕННЯ ОБОЛОНОК

О.Я. Ковалець

Авіаційні двигуни, багато фрагментів конструкції яких можуть розглядатися як оболонки обертання, в натурних умовах піддаються, як правило, осенесиметричному акустичному навантаженню. Такий пружно-напружений стан матеріалу елементів двигуна літального апарату може привести до появи деформацій. В роботі розглядається тривимірна задача. Визначаються координатні функції оболонки за заданих граничних умов. Отримані результати створюють необхідні передумови для кількісного і якісного аналізу стану при осенесиметричному навантаженні.

Ключові слова: осенесиметричне навантаження, акустичне поле, оболонка, координатні функції.

NONAXISYMMETRIC ACOUSTIC LADENING OF SHELLS

O.Ya. Kovalets

Aviation engines, many fragments of construction of which can be examined as shells of rotation, in model terms undergo, as a rule, nonaxisymmetric to the acoustic lading. Such resiliently-tense state of material of elements of engine of aircraft can result in appearance of irreversible deformations. A three-dimensional task is in-process examined. The coordinate functions of shell are determined at the set border terms. The got results create necessary pre-conditions for the quantitative and high-quality analysis of the state at a nonaxisymmetric lading.

Key words: nonaxisymmetric lading, acoustic field, shell, coordinate functions.

Ковалець Ольга Яковлевна – ассистент кафедры биотехники и инженерии Национального технического университета Украины «КПИ», Киев, Украина, e-mail: karachun1@gala.net.