

УДК 533.695.7

В.В. СПЕСИВЦЕВ*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина***ПАРАМЕТРЫ ГАЗА В ЯДРЕ СВОБОДНОЙ СВЕРХЗВУКОВОЙ СТРУИ
ПРИ ТЕЧЕНИИ С ПОТЕРЕЙ МАССЫ**

В качестве базовой модели использовано уравнение связи координат ударно-волновой структуры (УВС) сверхзвукового участка струи на режиме регулярного отражения волн от оси. В газодинамическом эксперименте получена зависимость распределения полного давления на оси струи, согласованная со структурой течения. Из рассмотренной модели ядра струи теоретически получено выражение коэффициента расхода газа через границу, отделяющую ядро от внешнего пограничного слоя. Продувками воздухом сужающихся сопел определена зависимость коэффициента модели координат УВС от коэффициента расхода. Второй коэффициент модели координат УВС определяется теоретической зависимостью. Приведена полуэмпирическая теория расчета параметров газа в ядре струи. Получено уравнение изменения расхода на оси потенциального ядра струи в автономном его рассмотрении.

Ключевые слова: свободная сверхзвуковая струя, потенциальное ядро, режим регулярного отражения волн, значения параметров газа на оси ядра, течение с потерей массы, расходная характеристика.

Принятые условные обозначения

ПВР – протяженная волна разрежения (первая половина бочки);
 ПСК – протяженный скачок уплотнения (вторая половина бочки);
 U – осевая координата выходного сечения бочки;
 V – осевой размер бочки;
 $u = U/d_{кр}$; $v = V/d_{кр}$ – относительные величины;
 λ – коэффициент скорости;
 $\pi(\lambda)$ – газодинамическая функция;
 $P_n = p_o / p_n$ – располагаемое отношение давлений;
 k – отношение теплоемкостей газа;
 p_o, p_a – давление газа на срезе сопла (полное и статическое);
 $f_a = F_a / F_{кр}$ – относительная площадь среза сопла;
 $n_n = p_a / p_n$ – степень нерасчетности сопла;
 $n_{ск}$ – степень нерасчетности при режиме зарождения прямого скачка уплотнения;
 β – расходный комплекс.

Индексы

n – параметры при расширении газа до давления окружающей среды;
 n – номер бочки;
 o – параметры в начале ядра струи;
 s – среднее сечение бочки;
 k – параметры в конце ядра струи;
 a – параметры среза сопла;
 ot – относительное значение;
 $*$ – критический режим истечения;
 $**$ – второй критический режим истечения.

Введение

В процессе распространения газовой струи в пространстве на ее внешней границе образуется пограничный слой, приводящий с одной стороны к постепенному увеличению поперечных сечений струи, а с другой – к постепенному «съеданию» потенциального ядра струи. Последнее обусловлено перетеканием газа в наружный пограничный слой, окружающий ядро струи. Таким образом, течение в ядре происходит с потерей массы. Часть струи, в которой имеется потенциальное ядро течения, называют начальным участком.

В дозвуковой (изобарической) струе статическое давление газа во всей области течения постоянно, вследствие чего скорость в потенциальном ядре остается постоянной. В этих струях для определения параметров газа в сечениях, удаленных от среза сопла, используется теория, разработанная на основе турбулентного переноса энергии, импульса и массы от струи в пограничный слой и закона смешения его с окружающим пространством.

В сверхзвуковой струе ядро представляет собой бочечный участок. Теневая фотография его показана на рис. 1. Скорость газа в нем сверхзвуковая и изменяется по гармоническому закону с периодом, равным длине бочки [1]. Вследствие этого обстоятельства ядро не является изобарическим участком.

Теория распространения сверхзвуковой струи в пространстве с учетом ее смешения с окружающей средой в настоящее время интенсивно разрабатывается, но еще очень далека до завершения.

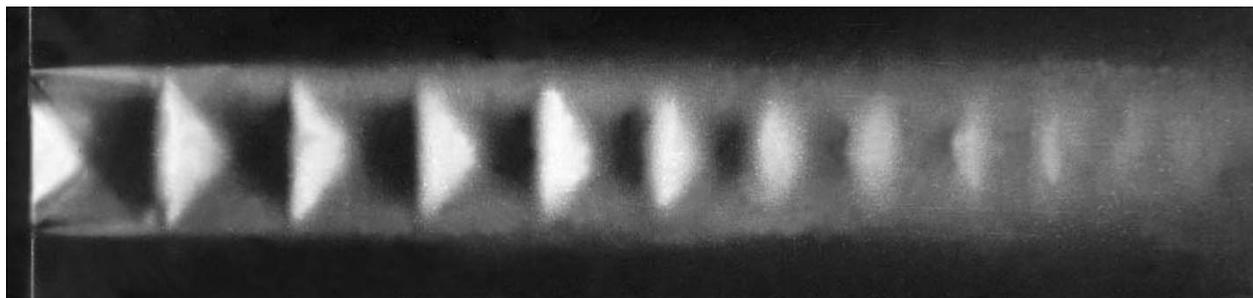


Рис. 1. Теневая фотография сверхзвукового участка газовой струи. Рабочее тело воздух.
 Параметры истечения: $\Pi_H = 2,644$; сопло $f_a = 1,0$; $d_{кр} = 25,0$ мм

1. Основные предпосылки к разработке полумпирической теории

Упомянутая цель может быть достигнута при использовании эмпирических данных, полученных для режимов течения с регулярным отражением волн от оси струй в ядре. Регулярный режим характеризуется сверхзвуковым течением в поле ядра, отсутствием прямых скачков уплотнения, приводящих к появлению областей дозвуковых течений. Граница режима регулярного отражения волн от оси струи определится моментом зарождения прямого скачка уплотнения в центре бочки. Уравнения для определения границы такого режима для струй, истекающих из сужающихся сопел и из сопел с растробом, приведены в работе [2]. В настоящей работе рассматриваются струи, истекающие из сопла с $f_a = 1,0$, режим зарождения прямого скачка уплотнения выражается простой зависимостью степени нерасчетности истечения от показателя адиабаты рабочего тела

$$n_{ск} = 0,767k + 1,362. \quad (1)$$

Таким образом, регулярный режим отражения волн от оси струи наблюдается в диапазоне значений коэффициентов нерасчетности истечения из сопла $n_H = 1,0 \dots n_{ск}$, что соответствует располагаемому отношению давлений на сопле для рабочего тела – воздух $\Pi_H = 1,893 \dots 4,611$.

Для указанного диапазона режимных параметров истечения разработана и хорошо согласуется с опытом модель координат ударно-волновой структуры сверхзвукового участка струи [3]

$$\left(\frac{v}{v_0}\right)^2 + \left(\frac{u}{u_k}\right)^2 = 1. \quad (2)$$

Она связывает осевые размеры бочек с координатами их выходных сечений на оси струи. Эта модель содержит два коэффициента v_0 и u_k (полуоси эллипса), которые могут быть определены экспериментально при обработке координат, полученных с теневых фотографий, аналогичных приведенной

(см. рис.1). Первый коэффициент модели – располагаемая осевая длина бочки, определяется режимом истечения. Второй – длина сверхзвукового участка (конечная координата ядра на оси струи). Отношение полуосей эллипса называется коэффициентом сжатия эллипса

$$k_0 = v_0 / u_k. \quad (3)$$

В последнее время разработаны две теории [4] для расчета осевой длины бочки v_0 в зависимости от располагаемого отношения давлений на сопле. Первая теория – геометрическая, работающая в диапазоне от первого критического режима $\Pi_{H*} = 1/\pi(1)$ до второго критического режима

$\Pi_{H**} = 1/\pi^2(1)$. Вторая теория – акустическая работает от второго критического режима до очень больших значений располагаемого отношения давлений на сопле $\Pi_H > 5000$. Акустическая теория хорошо согласуется с экспериментом во всем указанном диапазоне режимных параметров истечения. Значения длины бочки, вычисленные по геометрической теории, несколько превышают полученные в эксперименте. Расхождения с возрастанием располагаемого отношения давлений увеличиваются и достигают максимума при достижении второго критического режима истечения и составляют, для рабочего тела воздух, 3,77%. Таким образом, путем плавного введения поправки от 0 до 3,77% при расчетах по геометрической теории в соответствующем диапазоне режимных параметров истечения можно также получить удовлетворительную точность результата.

Уравнение (2) после несложных преобразований приобретает вид

$$\left(\frac{v}{k_0}\right)^2 + u^2 = u_k^2. \quad (4)$$

Полученное уравнение – окружность радиуса u_k , на которой находятся точки с координатами v и u . Радиус-векторы, проведенные из начала координат в эти точки, определяют угловые координаты выходных сечений бочек (сечений узлов) ψ и угло-

вые размеры бочек $\Delta\psi$. Связь угловых координат соседних бочек $\psi_{n+1} = \psi_n - \Delta\psi_{n+1}$. Отсчет угловых координат бочек производится от начала координат (плоскости критического сечения сопла) [5]. В этой модели угловые характеристики связаны с коэффициентом сжатия эллипса уравнением

$$k_0 = \frac{\cos\psi_{n+1} - \cos\psi_n}{\sin\psi_n}. \quad (5)$$

Угловой размер первой бочки (для сопел с $f_a = 1,0$) получим из уравнения (5), используя координату среза сопла ($n = 0$, $\psi_0 = \pi/2$)

$$\Delta\psi_1 = \arcsin k_0. \quad (6)$$

Уравнение (5) определяет однозначную связь коэффициента сжатия эллипса с размером соответствующей бочки и ее координатой на оси струи и является рекуррентной формулой, так как для вычисления угловых координат последующей бочки используются координаты предыдущей. По известным значениям ψ_n находят осевую длину бочки (с номером n) и координату ее выходного сечения на оси струи

$$v_n = v_0 \sin\psi_n, \quad (7)$$

$$u_n = u_k \cos\psi_n. \quad (8)$$

2. Дополнительные опытные данные к полуэмпирической теории

Как было указано выше, значения коэффициента k_0 могут быть определены продувками сопел при различных режимах истечения. Формула (8) позволяет определить координаты сечений бочек на оси струи и длину сверхзвукового участка.

Путем измерений диаметров поперечных сечений d_n в узловых точках струи по теневым фото ядра струи определена закономерность их изменения вдоль оси

$$d = d_0 \cos\left(\frac{\pi}{2U_k} U\right). \quad (9)$$

Для определения располагаемого отношения давлений в каждой бочке воспользуемся результатами экспериментов по измерению полных давлений на оси струи при ортогональном натекании ее на плоскую преграду, приведенными в работе [1]. В эксперименте приемник давления медленно (для исключения динамических погрешностей) перемещался вдоль оси струи. Сигнал от датчика давления регистрировался на самописце в виде непрерывной диаграммы изменения давления вдоль оси струи. Диаграмма имеет вид гармонически изменяющейся ниспадающей кривой. Минимумы давлений соот-

ветствуют случаю взаимодействия с преградой средних сечений бочек, где скорость $\lambda_c > 1,0$. В этом случае перед преградой образуется прямой скачок уплотнения, за которым полное давление уменьшается. Чем ближе к срезу сопла, тем больше выражен минимум измеренного давления в средних сечениях бочек. Максимумы давлений соответствуют взаимодействию с преградой минимальных (узловых) сечений бочек. Согласно решениям системы уравнений газодинамики [5] в узловых сечениях ядра струи для сопел $f_a = 1,0$ скорость газа $\lambda_n = 1,0$. В таких случаях взаимодействия струи с преградой скачок не наблюдается [6], следовательно, измеренное давление равно полному давлению в этом сечении струи. Таким образом, огибающая максимумов кривой давления представляет собой изменение полного давления вдоль оси струи. В конце сверхзвукового участка на оси струи давление в потоке газа равно критическому

$$p_k = p_n / \pi(1) = p_n \Pi_n^*. \quad (10)$$

Относительное избыточное давление в струе при известных координатах ударно-волновой структуры в ядре запишется уравнением

$$\frac{p - p_k}{p_0 - p_k} = \cos\left(\frac{\pi}{2U_k} U_n\right). \quad (11)$$

Для определения физического смысла коэффициента k_0 и возможности обобщения данных эксперимента рассмотрим модель ядра струи.

3. Модель потенциального ядра струи

Модель ядра струи представлена на рис. 2. Рабочее тело истекает из сопла через входное сечение ядра с диаметром d_0 для звукового сопла (когда $f_a = 1,0$) $d_a = d_{кр} = d_0$.

Согласно модели расход газа, проходящий через срез сопла при сверхкритическом отношении давлений в камере и окружающей среде, равен расходу газа через боковую поверхность ядра струи.

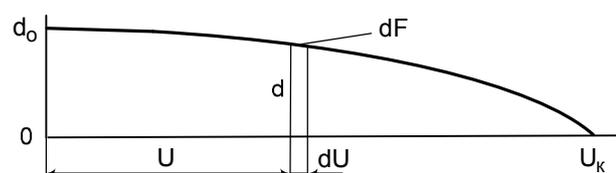


Рис. 2. Геометрическая модель ядра струи

Расход газа через сопло при $f_a = 1,0$ запишется уравнением через полное давление и расходный комплекс

$$\dot{m}_o = \frac{\pi d_o^2 p_o}{4 \beta} . \quad (12)$$

Элементарный расход газа, вытекающий из ядра струи через площадку dF равен

$$dm = \frac{\mu p}{\beta} dF , \quad (13)$$

где μ - коэффициент расхода через поверхность границы ядра струи $dF = \pi d \cdot dU$.

Принимаем μ , равным его среднему значению для ядра струи. В действительности не вся поверхность ядра принимает одинаковое участие в массообмене с внешним пограничным слоем. На участках ПВР перенос массы может отсутствовать, а на участке ПСК вследствие потерь полного давления он интенсивный. Условие неразрывности течения запишем, используя уравнения (12), (13)

$$\frac{d_o^2}{4} p_o = \mu \int_0^{U_k} d \cdot p \cdot dU . \quad (14)$$

Подставляя выражения d и p из уравнений (9) и (11) и решая интеграл, получим

$$\frac{d_o}{4} p = \mu \frac{2U_k}{\pi} p_k . \quad (15)$$

Разделим обе части уравнения на d_o , умножим и разделим правую часть на v_o , получим выражение коэффициента сжатия

$$k_o = \frac{8}{\pi} \mu \frac{v_o}{\Pi_H \pi(1)} . \quad (16)$$

Как видно из этого уравнения коэффициент сжатия эллипса в модели зависит от режимных параметров истечения и от коэффициента расхода, характеризующего массообмен с внешним пограничным слоем. При малых значениях коэффициента расхода (массообмен с пограничным слоем очень мал либо отсутствует) коэффициент сжатия стремится к нулю. Согласно модели (2) длина ядра струи u_k стремится к бесконечности. Это возможно в идеальном случае, когда смешения газа с окружающей средой не происходит. Если коэффициент сжатия равен единице, то длина сверхзвукового участка струи ограничится осевой длиной первой бочки (см. уравнение (3)). Для рабочего тела воздух ($\kappa = 1,40$) уравнение (16) принимает вид

$$k_o = 4,820 \mu \frac{v_o}{\Pi_H} . \quad (17)$$

Значения коэффициента расхода найдем экспериментально. Для этого выразим его зависимость из предыдущего уравнения

$$\mu = \frac{k_o \Pi_H}{4,820 v_o} . \quad (18)$$

В эксперименте при продувках сопел воздухом регистрировали режимные параметры истечения. На установке Теплера получали теневые фотографии струй, по ним определяли координаты v и u . Обработка полученных координат производилась по уравнению (4) с привлечением метода наименьших квадратов. Определяли значение коэффициента сжатия k_o . Используя уравнение (18) находили соответствующее значение коэффициента расхода. Продувкам воздухом подвергались сужающиеся сопла $f_a = 1,0$ с диаметрами среза 15,1; 18,0; 25,0мм. Полученные значения коэффициента расхода находились в пределах $\mu = 0,05 \dots 0,10$ в зависимости от режима истечения и от размеров сечений среза. Обобщение результатов эксперимента получено при рассмотрении отношения коэффициента расхода к начальному диаметру ядра струи. На рис. 3 приведены зависимости приведенного коэффициента расхода от степени нерасчетности сопла.

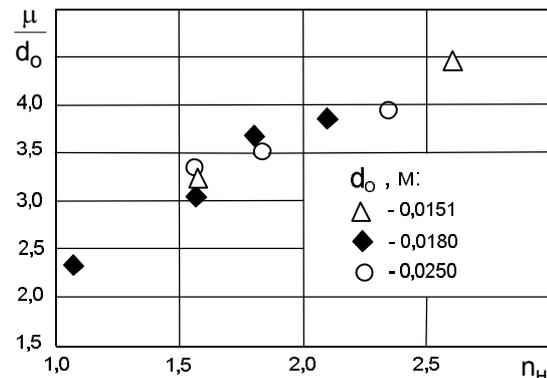


Рис. 3. Экспериментальные данные зависимости приведенного коэффициента расхода струи от степени нерасчетности сопла

Линия регрессии для этих точек в диапазоне режимов, соответствующих регулярному отражению волн от оси струй, имеет вид

$$\mu/d_o = 1,2097 n_H + 1,2575 . \quad (19)$$

В этом уравнении размерность d_o в метрах. С увеличением степени нерасчетности истечения из сопла смешение струи с окружающим пространством в рассматриваемом диапазоне плавно усиливается. Дальнейшее увеличение степени нерасчетности $n_H > n_{ск}$ приводит к более резкому возрастанию коэффициента расхода, а, значит, к более интенсивной потере массы потенциального ядра струи.

4. Проведение расчетов параметров газа в ядре струи

Для заданного располагаемого отношения давлений из диапазона $\Pi_H = 1,893 \dots 4,611$, и сопла

($f_a = 1,0$) с диаметром среза d_a , используем решения уравнений газовой динамики, записанные для бочки [4]. Определяем v_0 – осевой размер бочки, находим k_0 – коэффициент по уравнениям (17) и (19).

Определяем газодинамические параметры первой бочки: λ_n – коэффициент скорости газа в изобарическом сечении бочки; λ_c – коэффициент скорости газа в максимальном сечении бочки [4].

Далее по рекуррентной формуле (5) определяем последовательно угловые координаты выходных сечений бочек. Для первой она является координатой входного сечения второй бочки и так далее. Затем по уравнениям (7), (8), (9) находим геометрические характеристики соответствующих бочек; по уравнению (10) – полное давление на выходе из них, являющееся давлением на входе следующей бочки.

Расчеты параметров следующих бочек с номером n повторяется до тех пор пока $u_n < u_k$.

Для определения дискретных значений расходов в сечениях узловых точек ядра струи применим уравнение (12) с параметрами в этих сечениях в соответствии с уравнениями (9) и (11). Изменение расхода в узловых точках приведено в виде отношения к расходу через срез сопла

$$\dot{m}_{от} = \left(\frac{\Pi_n^*}{\Pi_n} \right) \cos^2 \left(\frac{\pi}{2U_k} U_n \right) + \left(1 - \frac{\Pi_n^*}{\Pi_n} \right) \cos^3 \left(\frac{\pi}{2U_k} U_n \right). \quad (20)$$

В табл. 1. приведены результаты расчетов параметров газа на оси струи. Длина сверхзвукового участка $u_k = 7,445$ (185,12 мм). Согласно расчетам в ядре существует 16 бочечных участков, суммарная длина последних четырех составляет 4,37мм (параметры этих участков не приведены). В конце ядра струи $\lambda_n = \lambda_c = 1,0$, Расход газа через конечное сечение ядра струи равен нулю.

Таблица 1

Параметры газа в узловых сечениях ядра сверхзвуковой струи. Рабочее тело воздух.

$\Pi_n = 2,644$; сопло $f_a = 1,0$; $d_{кр} = 25,0$ мм

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
u	0,0	0,891	1,763	2,605	3,403	4,148	4,831	5,444	5,978	6,430	6,797	7,076	7,270
d, мм	25,0	24,6	23,3	21,3	18,8	16,0	13,1	10,2	7,62	5,31	3,41	1,95	0,92
Π_n	2,644	2,644	2,631	2,593	2,533	2,459	2,374	2,287	2,201	2,122	2,052	1,995	1,951
λ_n	1,206	1,206	1,204	1,195	1,183	1,166	1,146	1,124	1,100	1,077	1,055	1,037	1,021
λ_c	1,310	1,310	1,307	1,296	1,278	1,255	1,229	1,201	1,174	1,139	1,118	1,104	1,092
$\dot{m}_{от}$	1,00	0,960	0,851	0,697	0,527	0,369	0,237	0,140	0,074	0,035	0,014	0,004	0,001

Выводы

1. На основе существующей опытной модели ударно-волновой структуры (УВС) сверхзвукового участка газовой струи разработаны экспериментальные зависимости размеров поперечных сечений струи (9) и полного давления (11) на оси сверхзвукового участка.

2. При рассмотрении геометрической модели ядра струи на границе с внешним пограничным слоем, получена теоретическая зависимость коэффициента расхода (18), определяющего перетекание массы в пограничный слой.

3. В результате продувок воздухом сужающихся сопел $f_a = 1,0$ с диаметрами критических сечений: 16,1; 18,0; 25,0мм установлена эмпирическая зависимость (19) коэффициента модели УВС с упомянутым коэффициентом расхода.

4. Разработана полумпирическая теория расчета параметров газа в потенциальном ядре сверхзвуковой струи в диапазоне располагаемых отношении давлений на сопле $\Pi_n = 1,893...4,611$.

5. Получены уравнения изменения поперечных сечений (9), полного давления (11) и расхода (20) в ядре сверхзвуковой струи.

Литература

1. Спесивцев В.В. Методика и результаты экспериментального исследования распределения газодинамических параметров на оси свободной расчетной струи с учетом ее волновой структуры / В.В.Спесивцев // *Высокотемпературные газовые потоки, их получение и диагностика: сб. научн. тр. Харьк. авиац. ин-т. – X.:ХАИ, 1981. – С. 44-48.*

2. Спесивцев В.В. Геометрические характеристики ударно-волновой структуры и параметры газа первой бочки сверхзвуковой струи / В.В. Спесивцев // *Авиационно-космическая техника и технология. – 2008. – № 5(52). – С. 72-76.*

3. Спесивцев В.В. Исследование сверхзвукового участка свободной высокотемпературной газовой струи при истечении из осесимметричного сопла на режимах, близких к расчетным / В.В. Спесивцев // *Газовая динамика двигателей и их элементов. – X.: ХАИ, 1979. – С. 128-137.*

4. Спесивцев В.В. Физические модели газодинамической структуры начального участка сверхзвуковой осесимметричной струи, истекающей из звукового сопла / В.В. Спесивцев // *Авиационно-космическая техника и технология: сб. научн. тр. Гос. аэрокосм. ун-та «ХАИ», 1998. – Вып. 7. – С. 31-35.*

5. Спесивцев В.В. Методика исследования волновой структуры газовой струи в установке конвективного нагрева / В.В. Спесивцев, А.П. Фурсов, В.М. Кисель, С.Ю. Пилиповский // *Высокотемпера-*

турные газовые потоки, их получение и диагностика: сб. научн. тр. Харьк. авиац. ин-т. – Х.: ХАИ, 1987. – С. 58-62.

6. Гинзбург И.П. Экспериментальное исследование взаимодействия недорасширенной струи с плоской преградой, перпендикулярной оси струи / И.П. Гинзбург, Б.Г. Семилетенко, В.Н. Усков // *В кн.: Газодинамика и теплообмен. – Л., 1973. – № 3. – С. 85-101.*

Поступила в редакцию 5.04.2011

Рецензент: д-р техн. наук, проф., зав. отделом В.В. Соловей, Институт проблем машиностроения НАН Украины, Харьков.

ПАРАМЕТРИ ГАЗА В ЯДРІ ВІЛЬНОГО НАДЗВУКОВОГО СТРУМЕНЯ ПРИ ПЛІНІ З ВТРАТОЮ МАСИ

В.В. Спесивцев

Як базову модель використане рівняння зв'язку координат ударно-хвильової структури (УХС) надзвукової ділянки струменя при режимі регулярного відображення хвиль від осі. У газодинамічному експерименті отримана залежність розподілу повного тиску на осі струменя, погоджена зі структурою плин. З розглянутої моделі ядра струменя теоретично отримане вираження коефіцієнта витрати газу через границю, що відокремлює ядро від зовнішнього прикордонного шару. Продувками повітрям сужаючихся сопел визначена залежність коефіцієнта моделі координат УХС від коефіцієнта витрати. Другий коефіцієнт моделі координат УХС визначається теоретичною залежністю. Приведено напівемпіричну теорію розрахунку параметрів газу в ядрі струменя. Отримано рівняння зміни витрати на осі потенційного ядра струменя в автономному його розгляді.

Ключові слова: вільний надзвуковий струмінь, потенційне ядро, режим регулярного відображення хвиль, значення параметрів газу на осі ядра, плин з втратою маси, витратна характеристика.

GAS PARAMETERS IN CORE OF FREE SUPERSONIC JET IN CONDITIONS OF THE FLOWING WITH MASS LOSS

V.V. Spesivtsev

In the capacity of basic model the equation of coordinate connection of shock and wave structure (SWS) of supersonic section of jet in conditions of regular wave reflection from axis has been used. In gas-dynamic experiment the relation of total pressure distribution which accorded with flowing structure has been obtained. From considered model of jet core the expression of coefficient of gas consumption through the bound separating the core from external boundary layer theoretically has been obtained. The relation of coefficient of coordinate model SWS from coefficient of consumption has been defined by air blowing of convergent nozzles. The second coefficient of coordinate model SWS is defined by theoretical relation. The semiempirical theory of gas parameters calculation in the jet core taking into account its environment mixing has been cited. The equation of consumption changing on the axis of potential jet core has been obtained.

Key words: free supersonic jet, potential core, conditions of regular wave reflection, values of gas parameters on core axis, flowing with mass loss, consumption characteristic.

Спесивцев Виктор Васильевич – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры ракетных двигателей Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.