УДК 621.438

А.И. ТАРАСЕНКО

Национальный университет кораблестроения им. адм. Макарова, Николаев, Украина

КРУТИЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ В СУДОВЫХ ВАЛОПРОВОДАХ С МАЛООБОРОТНЫМИ ДИЗЕЛЯМИ С УЧЕТОМ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ КРУТЯЩИХ МОМЕНТОВ

Рассматривается малооборотный дизель как крутильная система с распределенными параметрами, состоящая из маховиков (отсеков цилиндра, гребного винта), соединенных валами. Валы могут быть невесомыми (только жесткость) либо иметь распределенные параметры. К валам могут быть приложены распределенные крутящие моменты, обусловленные гистерезисом материала валов или демпфированием в подшипниках. Приведена методика расчетов параметров крутильных колебаний при стационарных и переходных процессах системы дизель – валопровод – гребной винт с учетом распределенных крутящих моментов и переменных диаметров валов валопровода.

Ключевые слова: *дизель, крутильные колебания, волновое уравнение, собственная частота, форма колебаний, демпфирование, распределенные крутящие моменты.*

Введение

При исследовании крутильных колебаний рассматривается два аспекта этого вопроса: определение собственных частот и форм и определение углов поворота сечений валопровода. В работах [1, 2] рассмотрена крутильная система, состоящая, как из участков с распределенными параметрами, так и из невесомых участков без распределенных параметров. В этих работах, как и в работах [1, 2] внешние силовые факторы считались сосредоточенными и приложенными к границам участков. При рассмотрении вынужденных колебаний (определении углов поворота сечений) необходимо учитывать демпфирующие крутящие моменты, например, моменты, обусловленные гистерезисом материала валов или демпфированием в подшипниках. Дейдвудный подшипник может иметь длину порядка трех метров и демпфирующий момент в нем нельзя считать сосредоточенным. Валы валопровода могут иметь длину10–15 метров и потери на гистерезис в них тоже нельзя считать сосредоточенной силой.

Сложилась странная ситуация, когда, определив частоты собственных колебаний и формы, задачу о вынужденных колебаниях решают, не используя эти данные. Колебательную систему при этом считают упруго связанными дисками, уходя, таким образом, от вопроса рассмотрения процессов в валах, особенно на высоких частотах.

1. Формулирование проблемы

Требуется на основе решения волнового уравнения согласно методикам, изложенным в [1, 2], получить систему обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих параметры колебаний системы дизель–валопровод–гребной винт с учетом распределенных моментов, обусловленных гистерезисом материала валов или демпфированием в подшипниках. Полученная система обыкновенных дифференциальных уравнений должна решаться аналитически или стандартным численным методом на ЭВМ.

Цель работы – разработать методику определения параметров крутильных колебаний системы дизель–валопровод–гребной винт с учетом распределенных моментов, обусловленных гистерезисом материала валов или демпфированием в подшипниках.

1.1. Общие соотношения

Рассматривая равновесие бесконечно малого участка вала длиной dy, получим соотношение

$$\ddot{\varphi}\, I\, \rho\, dy = dM + \mu\, dy\,,$$

где φ – угол поворота сечения вала; I – полярный момент инерции сечения вала; $M = GI\dfrac{d\varphi}{dy}$ – крутящий момент в сечении вала; G – модуль сдвига; μ – внешний распределенный вдоль оси вала крутящий момент. Это соотношение можно преобразовать к виду

$$\ddot{\varphi}\, I\, \rho = \frac{dM}{dy} + \mu\ .$$

Введем обозначение $V = \sqrt{G/\rho}$ – скорость распространения малых возмущений.

Если момент инерции I сечения вала постоянный, то записанное соотношение можно преобразовать к известному [1, 2] волновому уравнению крутильных колебаний

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} V^2 + \frac{\mu}{\rho I} . \qquad (1)$$

Если момент инерции I сечения вала переменный, то

$$\frac{dM}{dy} = GI \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + G \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{dI}{dy} ,$$

тогда уравнение аналогичное (1) для вала переменного сечения будет иметь вид

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} V^2 + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{dI}{dy} \frac{V^2}{I} + \frac{\mu}{\rho I} . \qquad (2)$$

Обычно пользуются уравнением (1), представив крутильную схему системы дизель–валопровод–гребной винт, в виде $k_1 + 1$ маховиков, соединенных упругими весомыми или невесомыми валами постоянного диаметра. Маховик с номером $k_1 + 1$ – это гребной винт. Система имеет k_1 участок, каждый из которых начинается маховиком. Участок, к которому приложен распределенный момент должен иметь распределенные параметры, т.е. он не может быть невесомым.

Уравнение (2) можно использовать, например, для конических валов и для общего анализа.

На первом этапе решают однородное уравнение, соответствующее неоднородным уравнениям (1) и (2). Рассмотрим более общий случай и решим однородное уравнение соответствующее неоднородному уравнению (2). Это однородное уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} V^2 + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{dI}{dy} \frac{V^2}{I} . \qquad (3)$$

Уравнение (3) – это уравнение свободных колебаний, решение которого позволяет определить собственные частоты и формы колебаний. Решение уравнения (3) ищем в следующем виде

$$\varphi_j = f_j(t) \cdot Z_j(y) , \qquad (4)$$

где j – номер, рассматриваемой формы колебаний;

$f_j(t)$ – функция времени для формы с номером j;

$Z_j(y)$ – форма колебаний с номером j – функция от координаты сечения y.

Подставив выражение (4) в (3), получим

$$\frac{\ddot{f}}{f} = \frac{z''}{z} V^2 + V^2 \frac{I'}{I} \frac{z'}{z} = -P^2 .$$

С помощью этого выражения получим два дифференциальных уравнения – одно по времени

$$\ddot{f} + P^2 f = 0 , \qquad (5)$$

а другое – по координате y

$$z'' V + z' \frac{I'}{I} + z \left(\frac{P}{V}\right)^2 = 0 . \qquad (6)$$

При определении формы колебаний в качестве граничных условий принимают условия для свободного торца вала:

$$\begin{cases} z = 1 & \text{при} \quad y = 0; \\ z' = 0 & \text{при} \quad y = 0. \end{cases} \qquad (7)$$

Указанные выше граничные условия позволяют решить уравнение (6), например, численным методом.

Есть еще третье граничное условие, которое выполняется не для всех значений P.

$$z' = 0 \quad \text{при} \quad y = S , \qquad (8)$$

где S – координата гребного винта.

Плавно увеличивая P, находят те значения, при которых третье граничное условие удовлетворяется. Эти значения и будут искомые собственные частоты.

Для участка вала постоянного диаметра уравнение (6) будет иметь вид

$$z'' V + z \left(\frac{P}{V}\right)^2 = 0 . \qquad (9)$$

Решение этого уравнения известно и для участка с номером k можно записать

$$Z_{j,k}(y) = A_{j,k} \sin\frac{P_j}{V_k} y_k + B_{j,k} \cos\frac{P_j}{V_k} y_k ; \qquad (10)$$

$$Z'_{j,k}(y) = A_{j,k} \frac{P_j}{V_k} \cos\frac{P_j}{V_k} y_k - B_{j,k} \frac{P_j}{V_k} \sin\frac{P_j}{V_k} y_k ,$$

где P_j – собственная круговая частота формы с номером j;

$V_k = \sqrt{\frac{G_k}{\rho_k}}$ – скорость распространения малых возмущений для участка вала с номером k;

$A_{j,k}$, $B_{j,k}$ – коэффициенты, отыскиваемые из граничных условий;

$y_k = 0 \div S_k$ – координата внутри участка с номером k;

S_k – длина участка с номером k.

Для каждого маховика введем обозначения

$$Z_{j,k} = Z_{j,k}(0) = B_{j,k}$$

или

$$Z_{j,k} = Z_{j,k-1}(S_{k-1}) .$$

Учитывая (10) запишем

$$Z_{j,k} = A_{j,k-1} \sin\frac{P_j}{V_{k-1}} S_{k-1} + B_{j,k-1} \cos\frac{P_j}{V_{k-1}} S_{k-1} .$$

Граничные условия для маховика с номером k можно записать в следующем виде

$$\frac{\Delta Z_k}{e_k} = \frac{\Delta Z_{k-1}}{e_{k-1}} - \theta_k \cdot P_j^2 \cdot Z_{j,k}, \qquad (11)$$

где $$e_k = \frac{S_k}{G_k \cdot I_k} = \frac{S_k^2}{V_k^2 \cdot J_k}; \qquad (12)$$

$$\Delta Z_k = Z_{j,k+1} - Z_{j,k}; \qquad (13)$$

$$\Delta Z_{k-1} = Z_{j,k} - Z_{j,k-1}; \qquad (14)$$

$$\Delta Z_k = Z'_{j,k} \cdot S_k; \qquad (15)$$

$$\Delta Z_{k-1} = Z'_{j,k-1}(S_{k-1}) \cdot S_{k-1}. \qquad (16)$$

Выражения (13) и (14) применяются, если валы между маховиками невесомые. А выражения (15) и (16) применяются, если валы между маховиками имеют массу.

В выражении (12) I_k – момент инерции сечения, а J_k – момент инерции вала.

При исследовании вынужденных колебаний решение уравнения (1) или (2) ищут в виде (4), при этом функцию $f_j(t)$ в выражении (4) определяется из решения следующего дифференциального уравнения

$$\ddot{f}_j + 2 b_j \dot{f}_j + f_j p_j^2 = \frac{1}{Q_j} \sum_{k=1}^{k_1+1} \left[\int_0^{S_k} \mu Z_{j,k}(y) dy \right]. \qquad (17)$$

Приведенная «масса» системы Q_j может быть вычислена по формуле

$$Q_j = \sum_{k=1}^{k_1+1} \left[\theta_k \cdot Z_{j,k}^2 + \frac{J_k}{S_k} \int_0^{S_k} Z_{j,k}^2(y) \cdot dy \right]. \qquad (18)$$

Если учесть, что большая часть внешней нагрузки имеет дискретную природу [3], то уравнение (17) может быть записано в следующем виде

$$\ddot{f}_j + 2 b_j \dot{f}_j + f_j p_j^2 = \frac{1}{Q_j} \sum_{k=1}^{k_1+1} \left[M_k Z_{j,k} + \int_0^{S_k} \mu Z_{j,k}(y) dy \right],$$

где M_k – момент, приложенный к маховику с номером k.

Если распределенные моменты – это только моменты от сил демпфирования, то уравнение (17) можно записать в виде

$$\ddot{f}_j + 2 b_j \dot{f}_j + f_j p_j^2 = \frac{1}{Q_j} \sum_{k=1}^{k_1+1} [M_k Z_{j,k}], \qquad (19)$$

Коэффициент демпфирования для формы с номером j в уравнении (19) может быть найден из выражения

$$2 b_j = \frac{1}{Q_j} \sum_{k=1}^{k_1+1} \left[b_k \cdot Z_{j,k}^2 + \int_0^{S_k} b_\mu Z_{j,k}^2(y) dy \right],$$

где b_k – коэффициент демпфирования дискретного объекта, например, гребного винта; b_μ – удельный коэффициент демпфирования распределенного объекта, например, дейдвудного подшипника.

Выражение (11) получено при условии, что справедливо уравнение (5).

Мы хотим применять найденные с помощью выражения (11) формы, используя уравнение (19). Это ставит под сомнение выполнение граничных условий.

Чтобы обойти это обстоятельство систему рассматривают, как состоящую только из распределенных параметров. Маховик считают большой узкой ступенькой. Тогда в выражении (11) $\theta_k = 0$ и это выражение будет справедливым при использовании как уравнения (5) так и уравнения (19).

2. Определение форм и круговых частот свободных колебаний

Проведем сравнительный анализ частот и форм для одной и той же системы, выполненный по разным методикам. Параметры системы даны в табл. 1.

Для гребного винта $\theta_7 = 13470$ кг·м^2. Множитель для податливости e_k равен 10^{-8}.

Таблица 1

Параметры рассматриваемой крутильной системы

k	1	2	3	4	5	6
θ_k	4415	174	141	487	512	559
e_k	0,699	0,196	0,144	0,893	1,681	1,701

В табл. 2 приведены результаты расчетов для дискретной системы с невесомыми валами(строка №1), затем – для дискретной системы с распределенными параметрами(строка № 2) и для ступенчатой системы с малой шириной ступенек, отражающих маховики.

Таблица 2

Частоты и формы

№	$\Delta_{â}$	$\Delta_{ì}$	N, кол/мин	Формы						
				1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	684,530	1,000	0,8414	0,7953	0,7607	0,5293	0,0704	–0,3975
2	0,01	0	684,541	1,000	0,8414	0,7953	0,7607	0,5293	0,0703	–0,3975
3	0,01	0,001	682,82	1,000	0,8422	0,7964	0,7619	0,5316	0,0748	–0,3912

В табл. 2 $\Delta_в$ – ширина вала, $\Delta_м$ – длина маховика, а N – собственная частота в колебаниях в минуту. Видно незначительное отличие для ступенчатого вала.

Заключение

Изложенная во [2] и уточненная в данной статье методика пригодна для крутильных систем практически любой сложности и позволяет выполнять расчеты при любых уровнях демпфирования без ограничений по характеру и приложению внешних воздействий.

Литература

1. *Истомин П.А. Крутильные колебания в судовых ДВС / П.А. Истомин. – Л.: Судостроение, 1968. – 304 с.*
2. *Тарасенко А.И. Крутильные колебания в малооборотном дизеле при стационарных и переходных процессах / А.И. Тарасенко // Двигатели внутреннего сгорания. – 2010. – № 1. – С. 81-84.*
3. *Тарасенко А.И. Нелинейная динамическая модель судового малооборотного дизеля / А.И. Тарасенко // Вестник двигателестроения. – 2008. – № 3 (20). – С. 202-205.*

Поступила в редакцию 11.04.2011

Рецензент: д-р техн. наук, проф. М.Р. Ткач, Национальный университет кораблестроения им. адм. Макарова, Николаев, Украина.

КРУТИЛЬНІ КОЛИВАННЯ В СУДНОВИХ ВАЛОПРОВІДАХ З МАЛООБЕРТОВИМИ ДИЗЕЛЯМИ З УРАХУВАННЯМ РОЗПОДІЛЕНИХ КРУТЯЧИХ МОМЕНТІВ

О.І. Тарасенко

Розглядається мало обертовий дизель як крутильна система з розподіленими параметрами, яка має маховики(циліндрові відсіки, гребний гвинт) поєднані валами. Вали можуть бути невагомими (тільки жорсткість) або мати розподілені параметри. К валам можуть бути прикладені розподілені крутячі моменти, обумовлені гістерезисом матеріалу валів або демпфіруванням в підшипниках. Наведено методику розрахунків параметрів крутильних коливань при стаціонарних і перехідних процесах системи дизель - валопровід - гребний гвинт, котра враховує розподілені крутячі моменти та змінні діаметри валів валопроводу.

Ключові слова: дизель, крутильні коливання, хвильове рівняння, власні частоти, форма коливань, демпфірування, розподілені крутячі моменти.

TORSION VIBRATIONS IN THE SHIP SHAFTS WITH THE LOW SPEED DIESEL ENGINE ACCOUNITNG TORQUE DISTRIBUTIONS

A.I. Tarasenko

Low speed diesel engine is viewed as torsion system with distributing parameters consist from wheels (cylinders compartments, rowing propeller) connected with the shafts. Shafts can be imponderable (harshness only) or have distribute characteristic. Shafts can be under torque distributions that are caused by shafts material hysteresis or by damping in the bearings. The method of calculation of the characteristics of the torsional vibrations during stationary and transitional processes of the system diesel-shaft-propeller accounting torque distributions and variable diameters of shaft.

Key words: diesel engine, torsion vibrations, wave equalization, own frequency, form of the rippling, shape of vibrations, damping, torque distributions.

Тарасенко Александр Иванович – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры механики и конструирования машин Национального университета кораблестроения им. адм. Макарова, Николаев, Украина, e-mail: tai777@ukrpost.net.