

УДК 621.396.9

М.Л. УСС, И.В. БАРЫШЕВ, РАДВАН М. ДЖАВАД

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Украина

ОПТИМАЛЬНЫЙ ДИСКРИМИНАТОР С УПРАВЛЯЕМОЙ ШИРИНОЙ ДИСКРИМИНАЦИОННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДЛЯ СОПРОВОЖДЕНИЯ МАНЕВРИРУЮЩЕГО ОБЪЕКТА ПО ДОПЛЕРОВСКОЙ ЧАСТОТЕ И ЕЕ ПРОИЗВОДНЫМ ВЫСШЕГО ПОРЯДКА

Рассмотрена задача измерения высших производных доплеровской частоты сигнала, отраженного от маневрирующего объекта. В качестве ее решения предложена последовательность оптимальных многомерных дискриминаторов по доплеровской частоте и ее производным с последовательно сужающейся шириной дискриминационной характеристики. Первый из них отвечает за захват сигнала, промежуточные - за последовательную передачу сигнала в полосу захвата последнего дискриминатора, который обладает наиболее узкой дискриминационной характеристикой и обеспечивает потенциальную точность измерений. Такая реализация обеспечивает устойчивость к резкому падению точности прогноза вектора параметров при совершении объектом маневра. Теоретические результаты работы апробированы на синтезированных данных.

Ключевые слова: *сверхманевренный летательный аппарат, высшие производные доплеровской частоты, когерентная пачка импульсов, адаптивный дискриминатор, максимально правдоподобный измеритель*

Введение

Радиолокационное сопровождение авиационных или космических аппаратов является одной из основных задач решаемых бортовыми или наземными радиолокационными станциями (РЛС). Появление аппаратов, способных к интенсивному маневрированию (с появлением значимых производных радиальной дальности высшего порядка) предъявляет повышенные требования к РЛС и требует новых подходов к решению задачи сопровождения [1].

Как отмечено в [2], для адекватного описания траектории движения маневренных объектов необходимо учитывать их ускорение, а также производную ускорения, то есть третью производную радиальной дальности. При интенсивном маневрировании число значимых производных радиальной дальности может включать четвертую и более высокие производные [1]. В такой ситуации возрастают динамические ошибки сопровождения, возможен их выход за пределы ограниченных дискриминационных характеристик дискриминаторов и последующий срыв сопровождения объекта. При интенсивном маневрировании срыв сопровождения становится очень вероятным событием [1].

Снижение динамических ошибок сопровождения маневрирующего объекта путем увеличения астатизма системы (числа сопровождаемых параметров) при неизменном числе первичных измеряемых параметров (наблюдаемых переменных) практически сложно реализуемо. Это связано с потерей устойчивости системой слежения, порядок астатиз-

ма которой превышает число наблюдаемых переменных [3]. Возможным выходом из этой ситуации может являться повышение числа наблюдаемых параметров путем включения в них высших производных доплеровской частоты.

Как для одноконтурных, так и для многоконтурных схем слежения [1] срыв сопровождения может быть уменьшен путем расширения дискриминационных характеристик входящих в их состав дискриминаторов. Однако при этом неизбежно уменьшение крутизны дискриминационных характеристик, то есть падение точности измерений. Поэтому интерес представляют собой адаптивные дискриминаторы с программно управляемыми дискриминационными характеристиками [4].

В данной статье предлагается максимально правдоподобный (МП) измеритель доплеровской частоты и ее высших производных по когерентной пачке импульсов, способный функционировать в широком диапазоне точности прогноза, вырабатываемого системой слежения. В радиотехнических терминах, предлагаемый измеритель может быть представлен как ряд дискриминаторов с последовательно сужающейся дискриминационной характеристикой. Первый дискриминатор с наиболее широкой дискриминационной характеристикой обеспечивает начальный захват сигнала (при энергетическом отношении сигнал/помеха выше заданного порога). Каждый последующий дискриминатор захватывает сигнал с выхода предыдущего дискриминатора и снижает невязку до уровня, гарантирующего ее захват последующим дискриминатором. Последний дискриминатор с

наиболее узкой дискриминационной характеристикой обеспечивает потенциальную точность измерения.

Дальнейшая часть статьи организована следующим образом. Во втором разделе вводится модель отраженного от маневрирующего объекта сигнала. Далее, в третьем разделе вводится МП измеритель доплеровской частоты и ее высших производных и рассчитывается последовательность дискриминаторов с заданными свойствами. Исследование предложенного измерителя на синтезированных сигналах выполнено в четвертом, экспериментальном разделе. Результаты работы подытожены в заключительном разделе.

2. Модель наблюдения и постановка задачи

Объект облучается импульсно-доплеровской РЛС (ИДРЛС) когерентной пачкой импульсов (в поле зрения РЛС находится только один объект)

$$s_{\text{зонд}}(t) = A_{\text{зонд}} U_{\text{пачки}}(t) \cos(\varphi_{\text{зонд}} + 2\pi \cdot f_{\text{зонд}} \cdot t),$$

$$U_{\text{пачки}}(t) = \begin{cases} 1, & t \in [l \cdot T_{\text{имп}}, l \cdot T_{\text{имп}} + t_{\text{имп}}), \\ 0, & t \in [l \cdot T_{\text{имп}} + t_{\text{имп}}, (l+1) \cdot T_{\text{имп}}), \end{cases} \quad (1)$$

где $l = 0 \dots n_{\text{пачки}} - 1$, $A_{\text{зонд}}$ – амплитуда зондирующего сигнала, $U_{\text{пачки}}(t)$ – огибающая зондирующего сигнала, $\varphi_{\text{зонд}}$ и $f_{\text{зонд}}$ – начальная фаза и частота зондирующего сигнала, $t_{\text{имп}}$ – длина одного импульса, $T_{\text{имп}}$ – период повторения импульсов, $n_{\text{пачки}}$ – число импульсов в пачке, $T = n_{\text{пачки}} \cdot T_{\text{имп}}$ – длительность пачки. Полагаем, что на интервале наблюдения амплитуда и фаза комплексного коэффициента отражения не меняются.

ИДРЛС принимает отраженный сигнал с задержкой t_3 . Полагаем отношение сигнал/шум μ таким, что время задержки t_3 может быть измерено путем некогерентного накопления импульсов пачки. Поэтому далее положим задержку t_3 известной. Переносим начало отсчета времени в момент t_3 отраженный сигнал представим в виде

$$s(t) = A \cdot U(t) \cdot \cos\left(2\pi \sum_{i=0}^n \frac{1}{(i+1)!} f_i \cdot t^{i+1} + \varphi_0\right), \quad (2)$$

где $0 \leq t \leq T$, A – амплитуда отраженного сигнала, f_i , $i = 0 \dots n$ – мгновенная доплеровская частота и ее первые n производных на момент t_3 , φ_0 – фаза отраженного сигнала на момент t_3 . Сигнал $s(t)$ в приемнике переводится на частоту подставки $f_{\text{пд}} > |f_{\text{д, min}}|$, где $f_{\text{д, min}}$ – минимально возможное отрицательное значение доплеровской частоты. Такое преобразование позволяет измерять как положитель-

ные, так и отрицательные доплеровские сдвиги частот.

Представим входной сигнал измерительной системы в матричном виде

$$s(t, \theta, A) = A \cdot U(t) \cdot \cos(\mathbf{k}(t) \cdot \theta), \quad (3)$$

где $\theta = (\varphi_0, f_0, \dots, f_n)^T$ – $N_\theta \times 1$ вектор подлежащих измерению параметров, $N_\theta = n + 2$, $\varphi(t) = \mathbf{k}(t) \cdot \theta$ – мгновенная фаза отраженного сигнала, $\mathbf{k}(t) = (1, 2\pi t, 2\pi t^2 / 2!, \dots, 2\pi t^{n+1} / (n+1)!)$ – вспомогательная вектор-строка.

Отраженный сигнал наблюдается на фоне нормально распределенной некоррелированной помехи с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_η^2 на дискретном интервале времени

$\Delta t = \{\Delta t_l = \Delta t \cdot l \mid l = 0 \dots N_d\}$, где Δt – шаг дискретизации, $N_d = T / \Delta t + 1$ – число дискретных отсчетов отраженного сигнала. Уравнение наблюдения имеет вид

$$\mathbf{s}(\theta, A) = \{s(t, \theta, A) \mid t \in \Delta t\}, \quad \boldsymbol{\eta} = \{\eta(t) \mid t \in \Delta t\},$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{s}(\theta, A) + \boldsymbol{\eta} = \{u(t) = s(t, \theta, A) + \eta(t) \mid t \in \Delta t\}, \quad (4)$$

где $\eta(t) \rightarrow N(0, \sigma_\eta^2)$, $\langle \eta(t_1) \cdot \eta(t_2) \rangle = \sigma_\eta^2 \cdot \delta(t_1, t_2)$.

Вектор \mathbf{u} будем называть отраженным сигналом или опорной выборкой.

Дополнительно задан вектор прогноза, $\theta_{\text{пр}}$, распределенный нормально с корреляционной матрицей $\mathbf{R}_{\text{пр}}$ и математическим ожиданием, совпадающим с истинным значением вектора параметров. Прогноз вырабатывается ИДРЛС путем обработки измерений параметров траектории объекта сопровождения, полученных на нескольких последовательных интервалах измерения.

В следующем разделе статьи предлагается МП измеритель вектора θ по заданным модели наблюдения (4) и векторе прогноза $\theta_{\text{пр}}$.

3. Максимально правдоподобный измеритель доплеровской частоты и ее высших производных

Логарифмическая функция правдоподобия (ФП) выборки \mathbf{u} с точностью до константы, не зависящей от вектора параметров, имеет вид

$$P(\theta, A) = \ln L(\mathbf{u} / \theta, A) =$$

$$-\frac{1}{2} \left[\sigma_\eta^{-2} (\mathbf{u} - \mathbf{s}(\theta, A))^T \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{s}(\theta, A)) - \right.$$

$$\left. - (\theta_{\text{пр}} - \theta)^T \cdot \mathbf{R}_{\text{пр}}^{-1} \cdot (\theta_{\text{пр}} - \theta) \right]. \quad (5)$$

Чтобы подчеркнуть зависимость $P(A, \theta)$ от времени наблюдения T будем использовать запись

$P(\theta, A, T)$. МП оценкой вектора θ является вектор $\hat{\theta}$, максимизирующий $P(\theta, A, T)$. При наличии начального приближения $\hat{\theta}^0(T)$ находящегося в пределах главного лепестка $P(\theta, A, T)$ вектор $\hat{\theta}$ может быть найден по методу Ньютона [5]:

$$\hat{\theta}^{i+1}(T) = \hat{\theta}^i(T) - \left. \frac{\partial P(\theta, A)}{\partial \theta} \right|_{\theta = \hat{\theta}^i(T)} \cdot \Phi(T)^{-1}, \quad (6)$$

где $\Phi(T) = \Phi_{\theta}(T) + R_{\text{пр}}^{-1}$ - матрица Фишера, $\Phi_{\theta}(T)$ - матрица Фишера при отсутствии вектора прогноза. Элемент $\Phi_{\theta(i,j)}$ матрицы $\Phi_{\theta}(T)$ равен

$$\Phi_{\theta(i,j)} = \frac{1}{\sigma_{\eta}^2} \cdot \left[\left(\frac{\partial s}{\partial \theta_i} \right)^T \left(\frac{\partial s}{\partial \theta_j} \right) \right], \quad i, j = 1 \dots n + 2.$$

Для рассматриваемого сигнала в виде когерентной пачки импульсов для $\Phi_{\theta(i,j)}$ можно получить следующие приближенные выражения (см., например, [6] для частного случая совместного измерения начальной фазы и доплеровской частоты):

$$\Phi_{1,1} = 2\mu; \quad \Phi_{1,j} = \Phi_{j,1} = 4\pi\mu \frac{T^{j-1}}{j!};$$

$$\Phi_{i,j} = (2\pi)^2 2\mu \frac{T^{i+j-2}}{(i-1)!(j-1)!(i+j-1)},$$

где $\mu = (A^2 \cdot T \cdot t_{\text{имп}}) / (4\sigma_{\eta}^2 \cdot \Delta t \cdot T_{\text{имп}})$ - энергетическое отношение сигнал/помеха. Оценку амплитуды сигнала \hat{A} получим из уравнения для средней энергии отраженного сигнала

$$\left\langle \sum_i u_i^2 \right\rangle = \frac{A^2 T t_{\text{имп}}}{2\Delta t T_{\text{имп}}} + N\sigma_{\eta}^2,$$

где N - число отсчетов опорной выборки. Тогда

$$\hat{A} = \frac{2\Delta t T_{\text{имп}}}{T t_{\text{имп}}} \left(\sum_i u_i^2 - N\sigma_{\eta}^2 \right). \quad (7)$$

Выражение (6) повторяется итерационно до выполнения условий сходимости: $\|\hat{\theta}^{i+1}(T) - \hat{\theta}^i(T)\| \leq \varepsilon$, где ε - константа. В данной работе выбрано $\varepsilon = 10^{-3}$. Итоговые оценки $\hat{\theta}(T)$ (включая оценку начальной фазы) принимается за искомый аргумент главного максимума функции $P(\theta, A, T)$. Потенциальная точность измерения вектора θ алгоритмом (6) задается матрицей $R_{\theta, \text{пот}} = \Phi^{-1}(T)$.

Алгоритм (6) представляет собой уравнение оптимального по методу МП многомерного дискриминатора [7]. Ширина его дискриминационной характеристики задается матрицей $\Phi(T)$, описывающей кривизну главного лепестка ФП (5).

При сопровождении маневрирующего объекта, когда точность прогноза $\theta_{\text{пр}}$ меняется в широких пределах, применение дискриминатора (6) с фиксированной шириной дискриминационной характеристики нецелесообразно: узкая дискриминационная характеристика обеспечивает высокую точность измерений, но при этом повышается вероятность срыва сопровождения. Для широкой дискриминационной характеристики ситуация меняется на обратную: снижается вероятность срыва при одновременном снижении точности оценивания.

Для достижения максимальной точности оценивания при заданной вероятности срыва сопровождения, в данной статье предлагается метод оценивания доплеровской частоты и ее производных высшего порядка, который можно понимать как набор оптимальных дискриминаторов (6) с различными, специально подобранными ширинами дискриминационных характеристик. Первый дискриминатор, с наиболее широкой дискриминационной характеристикой, захватывает сигнал с начальной максимальной невязкой и помещает его в полосу захвата следующего дискриминатора, с более узкой дискриминационной характеристикой. Второй дискриминатор дополнительно уточняет оценку вектора параметров сигнала и обеспечивает работу следующего дискриминатора. Последний дискриминатор с наиболее узкой дискриминационной характеристикой обеспечивает потенциально достижимую точность измерения параметров сигнала.

Для изменения ширины дискриминационной характеристики дискриминатора (6) предлагается использовать ее зависимость от длины сигнала T . Тогда описанная выше идея состоит в поиске такой последовательности времен T_k , что аргумент главного экстремума ФП $P(\theta, A, T_{k-1})$ с вероятностью P_{Δ} находится в пределах главного лепестка ФП $P(\theta, A, T_k)$.

Положим, что вектор прогноза $\theta_{\text{пр}}$ попадает в пределы главного лепестка функции $P(\theta, A, T_0)$ при некотором $T_0 \geq T_{\text{min}}$, где T_{min} - минимальное время наблюдения. Времена T_0 и T_{min} будут определены ниже. Тогда (рис. 1):

1. Используя $\theta_{\text{пр}}$ как начальное приближение $\hat{\theta}^0(T_0)$, с помощью (6) находим аргумент $\hat{\theta}(T_0)$ главного лепестка функции $P(\theta, A, T_0)$. Так как прогноз $\theta_{\text{пр}}$ не содержит оценки начальной фазы, то на первом этапе нужно дополнительно выполнить поиск по начальной фазе. Для этого оценка $\hat{\theta}(T_0)$ находится при нескольких значениях начальной фазы и выбирается та из них, которая максимизирует

$P(\theta, A, T_0)$. В дальнейшем поиск по начальной фазе выполнять не требуется. Задаем $k = 1$;

2. Увеличиваем время наблюдения до T_k .

Задаем $\hat{\theta}^0(T_k) = \hat{\theta}(T_{k-1})$ и определяем аргумент $\hat{\theta}(T_k)$ главного экстремума функции $P(\theta, A, T_k)$. Увеличиваем на единицу индекс k ;

3. Повторяем этап два до достижения при некотором k условия $T_k = T$. Полученная оценка $\hat{\theta}(T_k) = \hat{\theta}(T)$ является искомым решением задачи минимизации $P(\theta, A, T)$.

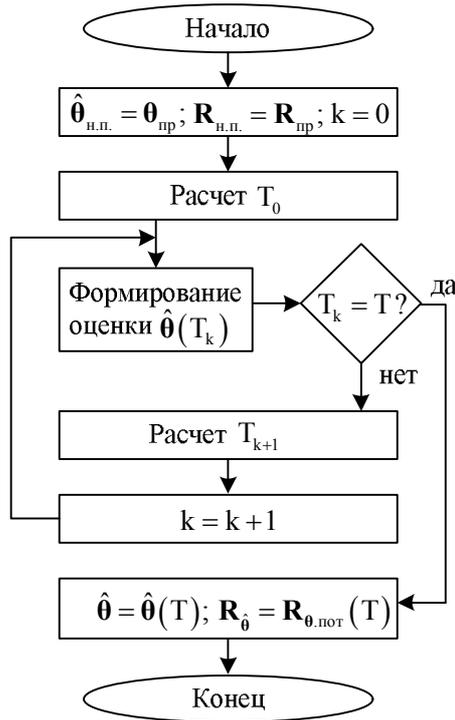


Рис. 1. Блок-схема алгоритма оценивания доплеровской частоты и ее высших производных путем последовательного увеличения времени наблюдения отраженного сигнала

Далее рассчитаем требуемую последовательность времен $T_1, T_2, \dots, T_k, \dots, T$. Для этого решим частную задачу, а именно проверим, попадает ли вектор $\theta_{н.п.}$ с корреляционной матрицей $R_{н.п.}$ в пределы главного лепестка логарифмической ФП сигнала длиной T : $P(\theta, A, T) = \ln L(\mathbf{u}(T)/\theta)$.

В окрестности максимума $\ln L(\mathbf{u}(T)/\theta)$ можно представить в виде [6]:

$$\ln L(\mathbf{u}(T)/\theta) \approx \ln L(\mathbf{u}(T)/\theta_{\max}) - \frac{1}{2}(\theta - \theta_{\max})^T \Phi(T)(\theta - \theta_{\max}), \quad (8)$$

где θ_{\max} - аргумент главного максимума функции $\ln L(\mathbf{u}(T)/\theta)$. Степень изменения $\ln L(\mathbf{u}(T)/\theta)$ при

отклонении $\theta_{н.п.}$ от θ_{\max} на величину $\Delta\theta = \theta_{\max} - \theta_{н.п.}$ будем измерять величиной квадратичной формы

$$Z = \Delta\theta^T \cdot \Phi(T) \cdot \Delta\theta. \quad (9)$$

Размах функции $\ln L(\mathbf{u}(T)/\theta)$ от ее максимального значения до среднего уровня боковых лепестков приближенно равен 2μ [6]. Будем считать, что при $Z < \mu$ вектор $\theta_{н.п.}$ попадает в пределы главного лепестка. Вводя матрицу вторых производных функции неопределенности сигнала (2) $\mathbf{H}(T) = \Phi(T)/(2\mu)$, условие попадания $\theta_{н.п.}$ в пределы главного лепестка ФП запишем в виде

$$\Delta\theta^T \cdot \mathbf{H}(T) \cdot \Delta\theta < 1. \quad (10)$$

Вектор $\Delta\theta$ является нормально распределенной случайной величиной. При этом неравенство (10) должно выполняться в вероятностном смысле: начальное приближение $\theta_{н.п.}$ попадает в пределы главного лепестка, если

$$P(\Delta\theta^T \cdot \mathbf{H}(T) \cdot \Delta\theta < 0.5) > P_{\Delta}, \quad (11)$$

где P_{Δ} заданная пороговая вероятность.

Первый и второй моменты квадратичной формы $\Delta\theta^T \cdot \mathbf{H} \cdot \Delta\theta$ от нормально распределенного случайного вектора $\Delta\theta$ с корреляционной матрицей $R_{\Delta\theta}$ определены в [8]:

$$E(\Delta\theta^T \cdot \mathbf{H} \cdot \Delta\theta) = \text{tr}(R_{\Delta\theta} \cdot \mathbf{H}), \quad (12)$$

$$D(\Delta\theta^T \cdot \mathbf{H} \cdot \Delta\theta) = 2\text{tr}([R_{\Delta\theta} \cdot \mathbf{H}]^T [\mathbf{H} \cdot R_{\Delta\theta}]),$$

или, учитывая симметричность матриц $R_{\Delta\theta}$ и \mathbf{H}

$$D(\Delta\theta^T \cdot \mathbf{H} \cdot \Delta\theta) = 2\text{tr}([\mathbf{H} \cdot R_{\Delta\theta}]^2), \quad (13)$$

где $\text{tr}(\cdot)$ - операция вычисления следа матрицы.

Плотность распределения формы $\Delta\theta^T \cdot \mathbf{H} \cdot \Delta\theta$, а также ее моменты высших порядков рассчитаны в [9]. Показано, что в частном случае $\mathbf{H} = R_{\Delta\theta}^{-1}$ квадратичная форма $\Delta\theta^T \cdot \mathbf{H} \cdot \Delta\theta$ подчиняется χ^2 распределению с N_{θ} степенями свободы. В этом случае $\langle \Delta\theta^T \cdot \mathbf{H} \cdot \Delta\theta \rangle = N_{\theta}$ и $D(\Delta\theta^T \cdot \mathbf{H} \cdot \Delta\theta) = 2N_{\theta}$. При больших N_{θ} χ^2 -распределение стремится к нормальному. В общем случае выражение для плотности распределения $\Delta\theta^T \cdot \mathbf{H} \cdot \Delta\theta$ достаточно сложно. Далее мы будем использовать только первый и второй моменты этой плотности (гауссову аппроксимацию) для проверки условия (11). Полагая $P_{\Delta} = 0,99$ и учитывая (12) и (13), (11) запишем в виде

$$\text{tr}(\mathbf{R}_{\Delta\theta} \cdot \mathbf{H}) + 3 \cdot \sqrt{2\text{tr}([\mathbf{H} \cdot \mathbf{R}_{\Delta\theta}]^2)} \leq 1. \quad (14)$$

Выражение (14) позволяет решить две задачи, необходимые для реализации предлагаемой схемы оценивания доплеровской частоты и ее высших производных. Первая из них состоит в определении времени T_0 , зная корреляционную матрицу $\mathbf{R}_{\text{пр}}$ вектора прогноза $\boldsymbol{\theta}_{\text{пр}}$. В этом случае

$$\boldsymbol{\theta}_{\text{н.п.}} = \boldsymbol{\theta}_{\text{пр}} \text{ и } \boldsymbol{\theta}_{\text{max}} = \hat{\boldsymbol{\theta}}(T_0);$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}(T_0) = (\boldsymbol{\Phi}(T_0) + \mathbf{R}_{\text{пр}}^{-1}) / (2\mu);$$

$$\mathbf{R}_{\Delta\theta} = \mathbf{R}_{\Delta\theta}(T_0) = \mathbf{R}_{\text{пр}} - (\boldsymbol{\Phi}(T_0) + \mathbf{R}_{\text{пр}}^{-1})^{-1}.$$

Подставляя $\mathbf{H} = \mathbf{H}(T_0)$ и $\mathbf{R}_{\Delta\theta} = \mathbf{R}_{\Delta\theta}(T_0)$ в (14) получим, что T_0 является решением уравнения

$$\text{tr}(\mathbf{R}_{\Delta\theta}(T_0)\mathbf{H}(T_0)) + 3 \cdot \sqrt{2\text{tr}([\mathbf{H}(T_0)\mathbf{R}_{\Delta\theta}(T_0)]^2)} = 1. \quad (15)$$

Вторая задача состоит в расчете последовательности $T_1, T_2, \dots, T_k, \dots, T$. Определим вид матриц в выражении (14) для этого случая. Учитывая, что $\boldsymbol{\theta}_{\text{н.п.}} = \hat{\boldsymbol{\theta}}(T_k)$, $\boldsymbol{\theta}_{\text{max}} = \hat{\boldsymbol{\theta}}(T_{k+1})$ и $\Delta\boldsymbol{\theta} = \hat{\boldsymbol{\theta}}(T_{k+1}) - \hat{\boldsymbol{\theta}}(T_k)$, получим

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}(T_{k+1}) = (\boldsymbol{\Phi}(T_{k+1}) + \mathbf{R}_{\text{пр}}^{-1}) / (2\mu),$$

$$\mathbf{R}_{\Delta\theta} = \mathbf{R}_{\Delta\theta}(T_k, T_{k+1}) =$$

$$(\boldsymbol{\Phi}(T_k) + \mathbf{R}_{\text{пр}}^{-1})^{-1} - (\boldsymbol{\Phi}(T_{k+1}) + \mathbf{R}_{\text{пр}}^{-1})^{-1}.$$

Подставляя \mathbf{H} и $\mathbf{R}_{\Delta\theta}$ в (14) получим, что T_{k+1} является решением уравнения

$$\text{tr}(\mathbf{R}_{\Delta\theta}(T_k, T_{k+1}) \cdot \mathbf{H}(T_k)) + 3 \cdot \sqrt{2\text{tr}([\mathbf{H}(T_k) \cdot \mathbf{R}_{\Delta\theta}(T_k, T_{k+1})]^2)} = 1. \quad (16)$$

Уравнение (16) полностью определяет последовательность $T_1, T_2, \dots, T_k, \dots, T$. Для нахождения корня уравнений (15) и (16) может быть использован метод Ньютона для численного решения нелинейных уравнений [5]. При этом нужно учитывать, что T_k может принимать только дискретные значения, кратные $T_{\text{имп}}$.

Как уже отмечалось выше, при сопровождении высокоманевренных объектов точность прогноза $\boldsymbol{\theta}_{\text{пр}}$ может варьироваться в широких пределах. Для применения предложенного алгоритма измерения доплеровской частоты и ее производных высшего

порядка, ИДРЛС должно адекватно оценивать точность вырабатываемого прогноза $\boldsymbol{\theta}_{\text{пр}}$ вектора параметров маневрирующего объекта, то есть оценивать матрицу $\mathbf{R}_{\text{пр}}$. При этом на участке траектории, где объект не совершает маневры и точность прогноза высока, начальное время T_0 будет выбрано близко к T . На участках интенсивного маневрирования, когда точность прогноза падает, время T_0 будет уменьшено для предотвращения срыва сопровождения. Следовательно, в процессе сопровождения маневрирующего объекта должна одновременно решаться задача детектирования его маневров.

Однако, начальное время T_0 не может быть выбрано произвольно малым. Уменьшение T_0 приводит к сокращению отношения сигнал/помеха μ , а при малых значениях μ выбросы шумовой составляющей ФП маскируют главный экстремум сигнальной составляющей, недопустимо повышая вероятность аномальных измерений.

Зададим минимально допустимое отношение сигнал/помеха равным μ_{min} . Учитывая выражение для μ , получим

$$T_{\text{min}} = 4\mu_{\text{min}} \Delta t (\sigma_{\eta}^2 T_{\text{имп}}) / (A^2 t_{\text{имп}}). \quad (17)$$

В (17) входит неизвестная амплитуда A , вместо нее следует использовать оценку \hat{A} .

Таким образом, были получены выражения для всех составляющих предложенного алгоритма оценивания доплеровской частоты и ее высших производных по когерентной пачке импульсов. Далее рассмотрим его функционирование на синтезированных сигналах.

4. Экспериментальная часть

Рассмотрим неподвижную ИДРЛС, использующую в качестве зондирующего сигнала когерентную пачку импульсов с высокой частотой повторения импульсов (ВЧПИ) и скважностью 10. Параметры зондирующего сигнала:

$$T_{\text{имп}} = 10\text{мкс}, \quad t_{\text{имп}} = 1\text{мкс},$$

$$n_{\text{пачки}} = 30000, \quad T_{\text{пачки}} = T = 0,3\text{с},$$

$$f_{\text{зонд}} = 10\text{Гц}, \quad \Delta t = 10^{-6}\text{с}.$$

Радиальная скорость сопровождаемого ЛА на интервале наблюдения $T = 0,3\text{с}$ меняется нелинейным образом: на интервалах времени $[0\text{с}; 0,1\text{с}]$, $[0,1\text{с}; 0,2\text{с}]$ и $[0,2\text{с}; 0,3\text{с}]$ радиальная скорость меняется соответственно от 0 до 350м/с, далее от 350м/с до 450м/с и от 450м/с до 475м/с.

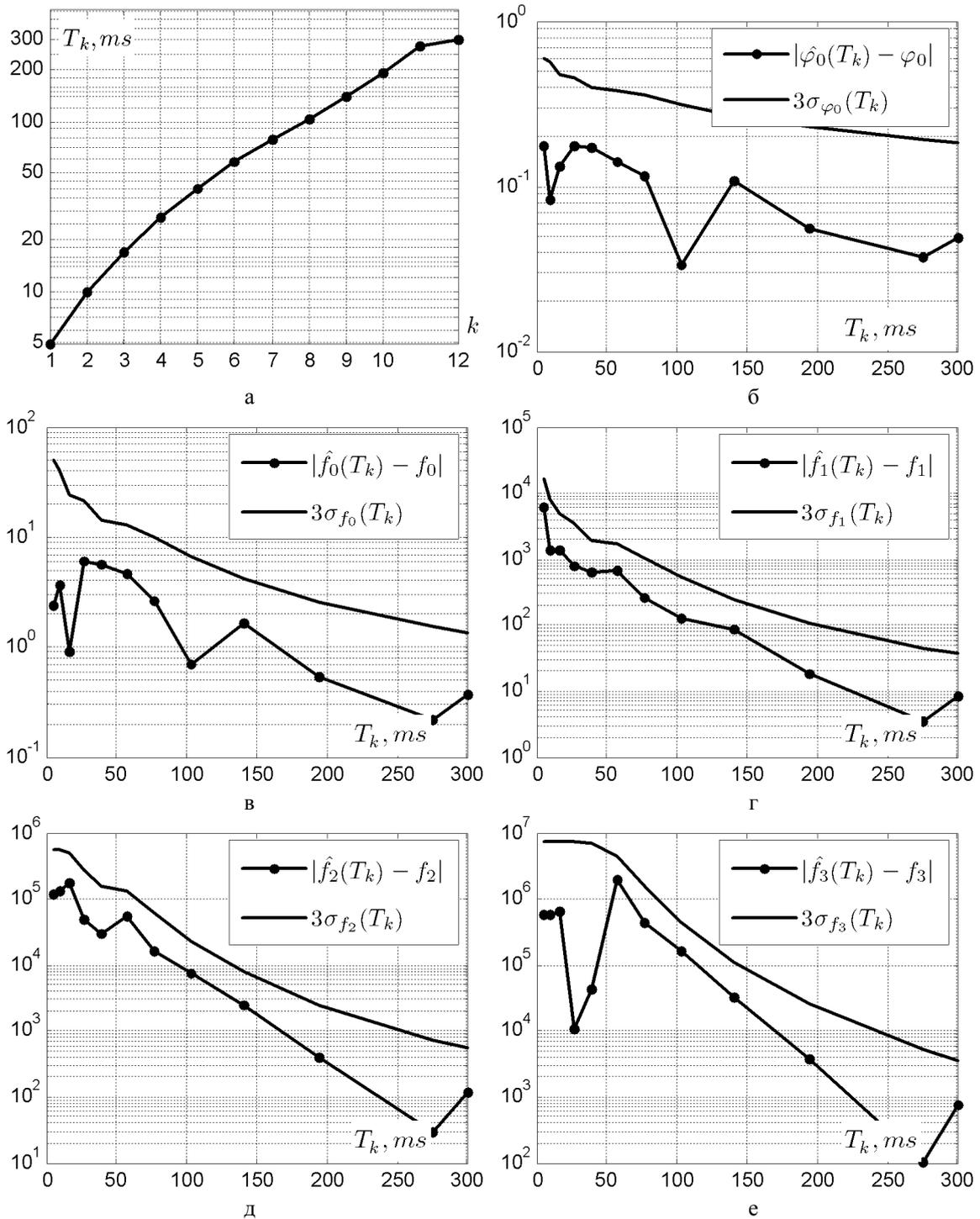


Рис. 2. Зависимость оценок $\hat{\theta}(T_k)$ от времени T_k : а – последовательность T_k как функция индекса k ; б – начальная фаза; в – доплеровская частота; г – первая производная доплеровской частоты; д – вторая производная доплеровской частоты; е – третья производная доплеровской частоты;

В рассматриваемом примере оцениванию под-
лежит доплеровская частота отраженного сигнала и
ее первые 3 производные, то есть $n = 3$. Пересчиты-
вая мгновенную радиальную скорость в доплеровскую
частоту и аппроксимируя ее на интервале наблюдения
полиномом второго порядка, получим, что
 $f_0 = 10 \cdot 10^3 \text{Гц}$, $f_1 \approx 180 \cdot 10^3 \text{Гц}^2$,

$$f_2 \approx -750 \cdot 10^3 \text{Гц}^3, f_3 \approx 1000 \cdot 10^3 \text{Гц}^4.$$

Для заданных параметров зондирующей пачки
импульсов, потенциальные СКО измерений элементов
вектора параметра θ , задаваемые диагональными эле-
ментами матрицы $\mathbf{R}_{\theta, \text{пот}}$, составляют:

$$\sigma_{\varphi_0}(T) = 0,061; \sigma_{f_0}(T) = 0,45 \text{Гц}; \sigma_{f_1}(T) = 12,2 \text{Гц}^2;$$

$$\sigma_{f_2}(T) = 183,38 \Gamma \text{ц}^3; \sigma_{f_3}(T) = 1213,04 \Gamma \text{ц}^4.$$

Пусть элементы вектора прогноза $\theta_{\text{пр}}$ некоррелированы и их СКО в 100, 150, 500, 1000 и 2000 раз выше потенциальных СКО соответственно по начальной фазе, доплеровской частоте и ее трем производным. Это задается диагональной корреляционной матрицей $\mathbf{R}_{\text{пр}}$:

$$\sqrt{\text{diag}(\mathbf{R}_{\text{пр}})} = (6,1; 67,5 \Gamma \text{ц}; 6,1 \cdot 10^3 \Gamma \text{ц}^2; 183,38 \cdot 10^3 \Gamma \text{ц}^3; 2,426 \cdot 10^6 \Gamma \text{ц}^4).$$

Значение вектора прогноза $\theta_{\text{пр}}$, использованное при моделировании, получено как реализация нормально распределенного вектора со средним равным истинному значению вектора параметров и корреляционной матрицей $\mathbf{R}_{\text{пр}}$. Амплитуду отраженного сигнала на приемной стороне условно примем равной единице, $A = 1$, а дисперсию помехи $\sigma_{\eta}^2 = 9$.

На первом этапе оценивается амплитуда сигнала по выражению (7): $\hat{A} = 1,17$. Зададим $\mu_{\min} = 5$. Тогда согласно (17) максимальная длина сигнала $T_{\min} = 1,31 \text{ms}$. Найден следующий корень уравнения (15): $T_0 = 1,79 \text{ms}$. Так как $T_0 > T_{\min}$, то условие применимости предложенного алгоритма выполнено.

На рис. 2 а приведена рассчитанная согласно (16) последовательность времен T_k . Для достижения полного времени наблюдения $T = 0,3 \text{с}$ (и соответственно, потенциальной точности измерения) начиная с $T_0 = 1,79 \text{ms}$ требуется 12 итераций.

Результаты работы предложенного алгоритма оценивания отображены на рис. 2б – 2е. Для каждого параметра: начальной фазы, доплеровской частоты и ее трем производным, жирной линией показана зависимость от текущего времени наблюдения T_k абсолютных невязок $\Delta_{\varphi_0}(T_k) = |\hat{\varphi}_0(T_k) - \tilde{\varphi}_0|$ и $\Delta_{f_i}(T_k) = |\hat{f}_i(T_k) - \tilde{f}_i|$, $i = 0, \dots, n$. Пунктирной линией показана граница допустимых значений невязок, определяемая как утроенное потенциальное СКО ошибок: $\sigma_{\varphi_0}(T_k)$ или $\sigma_{f_i}(T_k)$. Индикатором правильной работы предложенного алгоритма оценивания является соблюдение для всех k условий

$$\Delta_{\varphi_0}(T_k) \leq 3\sigma_{\varphi_0}(T_k) \text{ и } \Delta_{f_i}(T_k) \leq 3\sigma_{f_i}(T_k).$$

Графически это означает, что кривая невязок должна располагаться ниже границы допустимого интервала. Видно, что это строго соблюдается для всех элементов вектора параметров. Таким образом, моделирование работы измерителя показывает, что

он способен обеспечить потенциальную точность измерения высших производных доплеровской частоты при низкой точности начального прогноза.

Выводы

В данной статье рассмотрена проблема сопровождения маневрирующих объектов радиотехническим способом. Для повышения точности и уменьшения вероятности срыва сопровождения, предложен максимально правдоподобный измеритель доплеровской частоты и ее производных высшего порядка по когерентной пачке импульсов большой длительности. Его основным достоинством является способность функционировать при низкой точности вектора начального приближения (вектора прогноза). Это позволяет не допустить срыв сопровождения при выполнении сопровождаемым объектом маневра, когда точность прогноза резко падает.

В радиотехнических терминах, предложенный измеритель представляет собой ряд оптимальных дискриминаторов с различными ширинами дискриминационных характеристик. Для изменения ширины дискриминационной характеристики дискриминатора использована ее зависимость от длительности зондирующей пачки импульсов. На начальном этапе измерения выполняется захват сигнала дискриминатором с наибольшей шириной дискриминационной характеристики и передача его в полосу захвата следующего дискриминатора с более узкой дискриминационной характеристикой. В результате последовательной передачи сигнала по последовательности дискриминаторов и уточнения невязки вектора параметров он попадает в полосу захвата последнего дискриминатора, обеспечивающего потенциальную точность измерения.

Выполнено тестирование измерителя на синтезированной когерентной пачке импульсов с ВЧПИ (скважность 10) длиной 0,3с. Оценивались доплеровская частота и ее 3 производные. При точности прогноза более чем в 100 раз ниже потенциальной точности оценивания для сигнала полной длины, потребовалась последовательность из 12-ти оптимальных дискриминаторов (реализованных как МП измеритель) для достижения потенциальной точности оценивания вектора параметров.

Благодаря своим свойствам, предложенный измеритель может быть применен в составе перспективных РЛС сопровождения высокоманевренных объектов по высшим производным доплеровской частоты.

Литература

1. Канащенков А.И. Облик перспективных бортовых радиолокационных систем. Возможно-

сти и ограничения / А.И. Канащенков, В.И. Меркулов, О.Ф. Самарин. – М.: ИПРЖР, 2002. – 176 с.

2. Фарица А. Цифровая обработка радиолокационной информации / А. Фарица, Ф. Студер. – М.: Радио и связь, 1993. – 204 с.

3. Авиационные системы радиоуправления. В 3-х томах. Т.1. Принципы построения систем радиоуправления. Основы синтеза и анализа / под ред. А.И. Канащенкова и В.И. Меркулова. – М.: Радиотехника, 2003. – 192 с.

4. Перов А.И. Адаптивные системы фильтрации с управляемой шириной апертуры дискриминатора / А.И. Перов, В.Н. Харисов // Радиотехника (Россия). – 1997, – № 7. – С. 56-61.

5. Luenberger D.G. *Linear and Nonlinear Programming. Second Edition* / D.G. Luenberger. - Addison-Wesley, Reading, MA, 1984. – 503 p.

6. Фалькович С.Е. Статистическая теория измерительных радиосистем / С.Е. Фалькович, Э.Н. Хомяков. - М.: Радио и связь, 1981. – 288 с.

7. Максимов М.В. Радиоэлектронные следящие системы. Синтез методами теории оптимального управления / М.В. Максимов, В.И. Меркулов. – М.: Радио и связь, 1990. – 256 с.

8. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов / Т. Андерсон. – М.: Мир, 1976. – 755 с.

9. Камалов М.К. Распределение квадратичных форм в выборках из нормальной совокупности / М.К. Камалов. – Ташкент: АН УзССР, 1958. – 289 с.

Поступила в редакцию 5.11.2010

Рецензент: д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры авиационных радиотехнических систем навигации и посадки, П.Ю. Костенко, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков, Украина.

ОПТИМАЛЬНИЙ ДИСКРИМІНАТОР З КЕРОВАНОЮ ШИРИНОЮ ДИСКРИМІНАЦІЙНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДЛЯ СУПРОВОДУ МАНЕВРЕННОГО ОБ'ЄКТА ПО ДОПЛЕРІВСЬКІЙ ЧАСТОТІ І ЇЇ ПОХІДНИХ ВИЩОГО ПОРЯДКУ

М.Л. Усс, І.В. Барышев, Радван М. Джавад

Розглянуто завдання вимірювання вищих похідних доплерівської частоти сигналу, відбитого від об'єкта, що маневрує. У якості її рішення запропонована послідовність оптимальних багатомірних дискримінаторів по доплерівській частоті і її похідних з шириною дискримінаційної характеристики, що послідовно звужується. Перший з них відповідає за захоплення сигналу, проміжні - за послідовну передачу сигналу в смугу захоплення останнього дискримінатора, що має найбільш вузьку дискримінаційну характеристику й забезпечує потенційну точність вимірів. Така реалізація забезпечує стійкість до різкого падіння точності прогнозу вектора параметрів при здійсненні об'єктом маневру. Теоретичні результати роботи апробовані на синтезованих даних.

Ключові слова: надманеврений літальний апарат, вищі похідні доплерівської частоти, когерентна пачка імпульсів, адаптивний дискримінатор, максимально правдоподібний вимірювач

AN OPTIMAL DISCRIMINATOR WITH CONTROLLABLE DISCRIMINATION CHARACTERISTIC WIDTH FOR TRACKING DOPPLER FREQUENCY AND ITS HIGH-ORDER DERIVATIVES OF HIGH-MANEUVERABLE OBJECTS

M.L. Uss, I.V. Barishev, Radvan M. Djavad

The estimation problem of high-order derivatives of Doppler frequency of the signal reflected from high-maneuverable objects is considered. The proposed solution involves a sequence of Doppler frequency and its high-order derivatives optimal discriminators with discrimination characteristic width decreasing along the sequence. The first discriminator in the sequence provides signal lock, while others transmit signal to the lock-in range of the last discriminator in the sequence with the steepest discrimination characteristic. The last discriminator provides potential estimation accuracy. The advantage of the proposed discriminator is in its robustness to the sharp decrease of object trajectory prediction accuracy due to object maneuvering. The obtained results are verified on simulated data.

Key words: high-maneuverable object, high-order derivatives of Doppler frequency, coherent pulse packet, adaptive discriminator, maximum likelihood estimator

Усс Михаил Леонтьевич - канд. техн. наук, доцент кафедры проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Харьков, Украина, e-mail: uss@xai.edu.ua.

Барышев Игорь Владимирович - д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедры проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Харьков, Украина.

Джавад Радван М. - аспирант кафедры проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Харьков, Украина.