

УДК 629.7.03.018

А.А. СТАСЕВИЧ, Б.Б. КОРОВИН

ФГУП РФ «Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова», Россия

ИТЕРАЦИОННЫЙ МЕТОД КОРРЕКЦИИ ДИНАМИЧЕСКОГО СПЕКТРА ГТД

Рассмотрены теоретические и практические аспекты повышения информативности цифрового Фурье-анализа применительно к анализу структур динамического спектра ГТД. На основе аналогии между формулой гипотез для условных вероятностей совместных событий и соотношением, связывающим истинную спектральную оценку с реальной, обоснован итерационный метод повышения разрешения спектральной оценки по частоте. Показано, что предлагаемый метод позволяет повысить точность определения мгновенной частоты составляющей динамического спектра вибропроцесса до величины расчетного разрешения спектра по частоте. Эффективность метода продемонстрирована на реальной экспериментальной информации, полученной при вибропрочностных испытаниях перспективных ГТД.

Ключевые слова: динамический спектр, вибросигнал, частотная модель ГТД, сонограмма, идентификация, интегральное преобразование Фурье.

Введение

Определение частот узкополосных составляющих динамического спектра ГТД – важная процедура их идентификации, на которой, во многом, базируется вибродиагностика роторных машин. Указанная процедура, как правило, осуществляется с помощью Фурье-преобразования.

Как известно, Фурье-преобразование применительно к обрабатываемому сигналу, как функции времени – математическая операция, дающая его однозначное представление в частотной области, при том, что точность оценки частоты сигнала неразрывно связана с длительностью анализируемого временного интервала и используемыми методами уменьшения просачивания энергии.

При оценке спектра ГТД исследователя интересует именно «мгновенный спектр», максимально локализованный во времени, невозможность получения которого следует из фундаментального свойства преобразования Фурье: точность оценки частоты обратно пропорциональна временному интервалу, для которого осуществляется преобразование.

Настоящее сообщение посвящено разработке процедуры, позволяющей максимально уменьшить влияние конечности интервала цифровой обработки процесса на получаемую спектральную оценку, включая оценку частоты анализируемого процесса.

1. Формулирование проблемы и методы ее решения

Использование преобразования Фурье применительно к анализу частотной структуры спектра

ГТД имеет свои характерные особенности. Основной спецификой сигналов, характеризующих виброактивность ГТД является их линейчатость – группирование энергии как на частотах, генерируемыми вращающимися элементами конструкции ГТД, так и на частотах, процессы которых являются результатом взаимодействия элементов из предыдущей группы. Основным инструментом исследования структуры спектра ГТД является модель генерации частот, представляющая из себя ряд кинематических коэффициентов, связывающих частоты вращения роторов с совокупностью виброактивных элементов ГТД. Очевидно, что успешность идентификации составляющих спектра ГТД в первую очередь, определяется двумя факторами:

- точностью измерения частот вращений роторов;
- разрешением спектральной оценки по частоте.

Оценка частоты вращения роторов благодаря современному развитию программно-аппаратных средств в пределах заданной погрешности вполне правомерно может быть отнесена к категории «мгновенная частота», чего нельзя сказать об оценке «мгновенной» частоты анализируемого процесса, получаемой при спектральном анализе в силу того, что интервал идентификации имеет определенную длительность.

Как известно [1], получаемая оценка спектральной плотности $S'_t(\omega_0)$ является сверткой истинной спектральной плотности $S_t(\omega_0)$ с спектральным окном $G\tau(\omega)$ для прямоугольного импульса длительностью τ . В аналитическом виде это можно записать в следующем виде:

$$S'_t(w_0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_t(w_0) \cdot G_{\tau}(w_0 - w) dw, \quad (1)$$

где $S'_t(w_0)$ – получаемая оценка спектральной плотности;

$S_t(w_0)$ – истинная спектральная плотность;

$G_{\tau}(w_0 - w)$ – спектральное окно.

Введем следующие обозначения:

$S_{ideal}(w)$ – истинная оценка спектральной плотности для процесса с истинной частотой w ;

$S_{real}(w')$ – действительная или первичная оценка спектральной плотности для частоты w' ;

$G_{\tau}(w - w')$ – спектральное окно прямоугольной функции длительностью τ для частоты w' ;

w – ряд частот ортогональной системы функций ядра преобразования.

Перепишем (1) в принятых обозначениях:

$$\int_{-\infty}^{\infty} S_{ideal}(w') \cdot G_{\tau}(w - w') dw' = S_{real}(w) \quad (2)$$

Интегральное соотношение между истинной и реальной спектральной оценками в форме (2) позволяет сформулировать задачу: найти истинную (идеальную) оценку спектральной плотности $S_{ideal}(w)$ и истинную частоту w на основе полученных реальных спектральной оценки $S_{real}(w)$, частоты w' и расчетной функции спектрального окна для прямоугольной функции длительностью τ $G_{\tau}(w, w')$. В силу того, что спектральное окно $G_{\tau}(w, w')$ прямоугольной функции длительностью τ для частоты w' в рамках соотношения (2) можно рассчитать только для отдельной составляющей, естественным ограничением на решение будет являться то, что предлагаемый метод корректно может быть использован только для анализа узкополосных процессов с высокой концентрацией энергии в узкой полосе частот.

Спектр вибросигналов ГТД в полной мере отвечает последнему требованию, поэтому корректность получаемых результатов будет зависеть только от правильности выбора параметров расчета (анализируемый диапазон частот, число итераций и интервал идентификации).

2. Решение проблемы

2.1. Вывод итерационной формулы коррекции спектральной оценки на конечном временном интервале

Используемое в рамках теории преобразования Фурье интегральное соотношение или уравнение вида (2) представляет из себя интегральное уравнение I-го рода [2].

Интегральное уравнение (2) имеет внешнюю аналогию с формулой полной вероятности или формулой гипотез Байеса [3]:

$$\int_a^b u(\tau) p(t/\tau) d\tau = p(t), \quad (3)$$

где $p(t)$ – полная вероятность события t ; $t \in [c, d]$;

$u(\tau)$ – плотность вероятности события из полной группы событий $\tau \in [a, b]$;

$p(t/\tau)$ – условная вероятность события t при условии, что произошло событие τ .

Ниже, в табл. 1 приведена аналогия составляющих интегрального уравнения (3) и формулы полной вероятности (4) [4]:

Таблица 1

Аналогия между составляющими интегрального уравнения и формулой полной вероятности (формулой гипотез)

Интегральное уравнение	Формула полной вероятности
w'	t
w	τ
$G_{\tau}(w, w')$	$p(t/\tau)$
$S_{ideal}(w')$	$u(\tau)$
$S_{real}(w)$	$p(t)$

По аналогии с (3) в силу симметричности совместных событий можно записать формулу полной вероятности для события τ :

$$\int_c^d p(t) q(\tau/t) dt = u(\tau) \quad (4)$$

Условные вероятности совместных событий t и τ связаны формулой Байеса (формулой гипотез):

$$q(\tau/t) = p(t/\tau) \frac{u(\tau)}{\int_a^b u(\tau) p(u/\tau) d\tau} \quad (5)$$

Проинтегрируем формулу Байеса (5) по t :

$$\int_c^d q(\tau/t) dt = u(\tau) \int_c^d \frac{p(t/\tau)}{\int_a^b u(\tau) p(t/\tau) d\tau} dt = 1 \quad (6)$$

Интеграл (6) равен единице в силу того, что группа событий τ является полной. Аналогичное выражение может быть получено и для некоторой другой функции $u'(\tau)$:

$$u'(\tau) \int_c^d \frac{p(t/\tau)}{\int_a^b u'(\tau) p(t/\tau) d\tau} dt = 1 \quad (7)$$

Приравняем левые части (6) и (7) друг другу и

выполним замену составляющих формулы в соответствии с аналогией, определенной в табл. 1:

$$v'(x) \int_c^d \frac{A(x, z)}{\int_a^b v'(x) p(x, z) dz} dx = \quad (8)$$

$$v(x) \int_c^d \frac{A(x, z)}{\int_a^b v(x) A(x, z) dz} dx$$

Перепишем выражение (8) в следующем виде:

$$v^{j+1}(x) = v^j(x) \left\{ \frac{\int_c^d \frac{A(x, z)}{\int_a^b v^j(x) p(x, z) dz} dx}{\int_c^d \frac{A(x, z)}{\int_a^b v(x) A(x, z) dz} dx} \right\}, \quad (9)$$

где j – номер итерации.

Выражение (9) в дискретной форме имеет вид:

$$V^{i+1} = V^i \left\{ \frac{\sum_{i=1}^m \frac{A_{i,j}}{\sum_{k=1}^n V_k^j \cdot A_{i,j}}}{\sum_{l=1}^m \frac{A_{j,l}}{\sum_{r=1}^n V_r \cdot A_{r,l}}} \right\} \quad (10)$$

Перепишем рабочую итерационную формулу (10) учетом принятых обозначений при определении соотношения между истинной и первичной спектральными оценками (2):

$$S_{ideal}^{j+1} = S_{ideal}^j \left\{ \frac{\sum_{i=1}^m \frac{G_{\tau}^{i,j}}{\sum_{k=1}^n S_{ideal}^j \cdot G_{\tau}^{k,m}}}{\sum_{l=1}^m \frac{G_{\tau}^{r,l}}{\sum_{r=1}^n S_{real}^r}} \right\}, \quad (11)$$

где $S_{ideal}(w')$ – действительная (идеальная) спектральная оценка для процесса частотой w' ;

$S_{real}(w)$ – расчетная (реальная) спектральная оценка для процесса частотой w ;

$G_{\tau}(w-w')$ – спектральное окно прямоугольной функции длительностью T для частоты w' .

Структуру итерационной формулы (11) также можно представить в следующем виде:

$$S_{ideal}^{j+1} = S_{ideal}^j \left\{ \frac{\sum G/AU}{\sum G/SP} \right\}, \quad (12)$$

где $AU = \sum G \cdot S_{ideal}^j$ – свертка найденной S_{ideal} на последней j -м шаге итерации с расчетным спектральным окном прямоугольной функции G_{τ} ;

SP – расчетная (реальная) спектральная оценка S_{real} для исходного процесса.

2.2. Примеры расчетов спектральной плотности для вибропроцессов ГТД с использованием итерационной формулы коррекции спектральной оценки

Пример 1.

В качестве оцениваемого процесса воспользуемся модельным синусоидальным сигналом, частота которого меняется в диапазоне от 209.2 до 210.8 Гц. или $\pm 0.4\%$ относительно исходной частоты, изображенный на рис. 1. Исходная и конечная частота процесса составляет 210 Гц. Частота дискретизации составляет 8192 Гц, размер исходной реализации 8192 отсчетов. Из рис. 1 видно, что на временном интервале 600 мс исходная частота модельного сигнала меняется в диапазоне от 209.2 до 210.8 Гц.

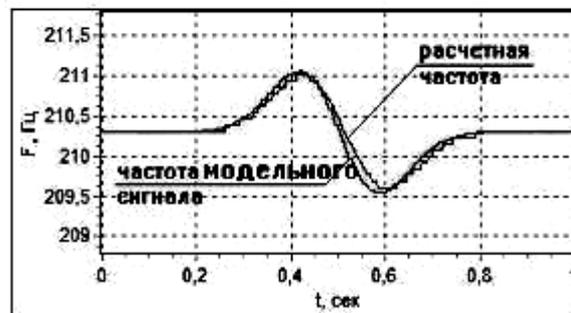


Рис. 1. Результаты расчета мгновенной частоты для модельного сигнала.

Параметры модельного сигнала:

- исходная и конечная частота – 210 Гц;
- диапазон изменения (колебаний) частоты 209.2...210.8 Гц;
- интервал колебаний частоты – 0.6 с.;
- частота дискретизации 8192 Гц.

Результаты расчета мгновенной частоты методом, суть которого была приведена выше, показаны на рис. 1 линией темного цвета.

Параметры расчета мгновенной частоты посредством итерационной формулы (13):

- диапазон частот – 200-220 Гц;
- число гармоник 256;
- разрешение спектра по частоте – 0.08 Гц;
- временной интервал (T) – 0.147 с.;
- число итераций – 139.

Результаты расчета мгновенной частоты показаны на рис. 1. Из рис. 1 видно, что расхождение между реальной частотой процесса и частотой процесса, определенной посредством использования итерационной формулы (13) находится практически в пределах погрешности самого метода (разрешение спектра по частоте).

Пример 2.

В примерах № 2 и 3 используется графическая форма представления спектральной оценки в виде сонограммы. Ось абсцисс соответствует времени, ось ординат – частоте, а яркость одного пиксела пропорциональна амплитуде сигнала в данной точке. На рис. 2 представлена динамика изменения частоты вращения ротора ВД ТРДДФ на стационарном режиме.

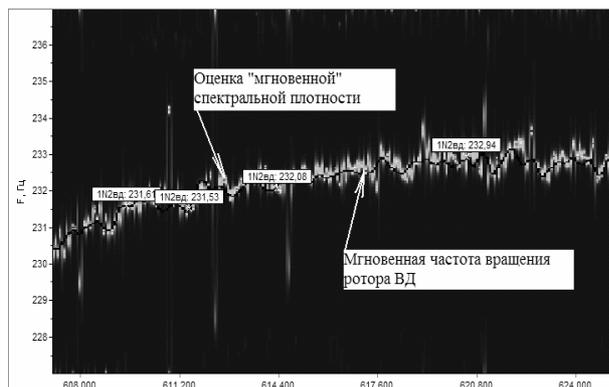


Рис. 2. Мгновенная частота вращения ротора ВД и оценка спектральной плотности

Параметры расчета:

- частота дискретизации – 15625 Гц.;
- временной интервал для расчета – 0.224 с (3500 отсчетов);
- число итераций – 225;
- разрешение спектра по частоте – 0.04 Гц. ;
- шаг измерения частоты вращения – 125 мс.

Из рис. 2 видно удовлетворительное совпадение измеренной частоты вращения РВД с результатами расчета той же частоты предлагаемым методом. Частота вращения РВД на рассматриваемом интервале времени изменилась с 89.2 на 90.2% (на 1 %) или на ~2.5 Гц.

Рис. 2 также показывает относительность понятия «стационарность вибропроцесса» применительно к ГТД.

Пример 3.

На рис. 3 показан динамический спектр, рассчитанный стандартным путем (разрешение по частоте – 0.81 Гц.) для первых винтовых гармоник ТВВД с закапотированным винтовентилятором.

Расчет спектральной плотности полученной итерационной формулой (рис. 4) позволяет надежно различить разделение первые винтовые гармоники для переднего и заднего винтов.

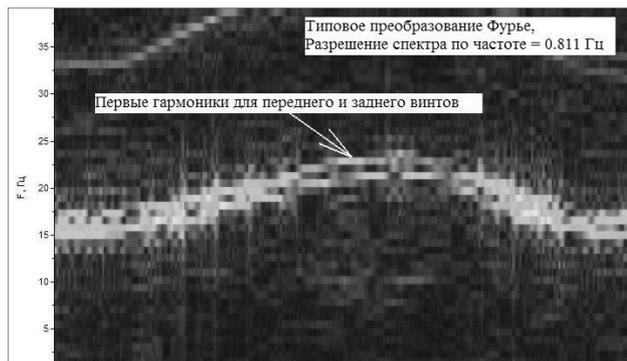


Рис. 3. Динамический спектр 1-х винтовых гармоник, рассчитанный традиционным способом

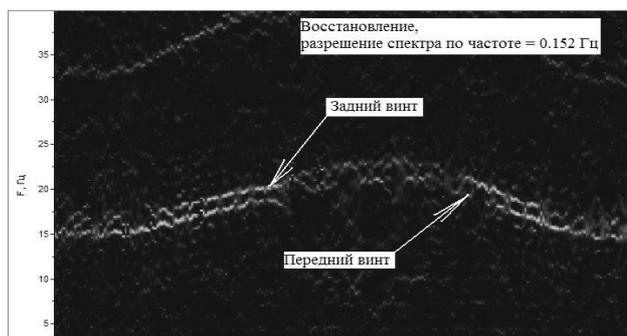


Рис. 4. Динамический спектр 1-х винтовых гармоник, рассчитанный посредством итерационной формулы

Резюмируя вышеизложенное, можно утверждать, что предлагаемый итерационный метод расчета мгновенной спектральной плотности для узкополосных составляющих процессов позволяет существенно повысить разрешение по частоте для спектральных оценок, вычисляемых традиционным дискретным преобразованием Фурье.

Заключение

Предлагаемый итерационный метод коррекции спектра вибропроцессов ГТД успешно апробирован при идентификации узкополосных составляющих вибросигналов на примере двух авиационных ГТД и может быть рекомендован для использования широким кругом специалистов, работающих в области виброконтроля и вибродиагностики.

Литература

1. Иорши Ю.И. Виброметрия / Ю.И. Иорши. – М.: Изд. машиностроительной литературы, 1963. – 773 с.

2. Манжиров А.В. Методы решения интегральных уравнений. Справочник / А.В. Манжиров, А.Д. Полянин. – М.: Факториал, 1999. – 272 с.
3. Тараско М.З. Об одном методе решения линейных систем со стохастическими матрицами / М.З. Тараско. – Препринт ФЭИТ-156 1969. – 1 п.л.
4. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – М.: Наука, 1964. – 540 с.

Поступила в редакцию 31.05.2010

Рецензент: д-р техн. наук М.Е. Колотников, заместитель Генерального конструктора ФГУП «ММПП «Салют», Москва, Россия.

ITERATIVE METHOD OF CORRECTION OF JET ENGINE SPECTRE

A.A. Stasevitch, B.B. Korovin

Theoretical and practical features of digital Fourier transformation for the analysis of gas turbine engines dynamic spectres have been examined. On the basis of analogy between hypothesis formula for conditional probability of joint events and relationship between true and real specter assessments the iteration method of increasing of assessment frequency resolution. It is shown that the suggested method allows to increase the accuracy of instantaneous frequency determination of dynamic specter component for vibration signal up to the value of calculated specter frequency resolution. The method effectiveness was demonstrated on the real data obtained during perspective gas turbine engine vibration tests.

Key words: dynamic specter, vibration signal, frequency generation gas turbine engine model, sonogram, identification, Fourier transformation.

ІТЕРАЦІЙНИЙ МЕТОД КОРЕКЦІЇ ДИНАМІЧНОГО СПЕКТРУ ГТД

A.A. Стасевич, Б.Б. Коровін

Розглядані теоретичні та практичні аспекти збільшення інформативності цифрового Фур'є-аналізу, які застосовані до аналізу структур динамічного спектру ГТД. На основі аналогії між формулою гіпотез для умовних імовірностей сукупних подій та співвідношенням, яке сполучає дійсну спектральну оцінку з реальною, сформульований ітераційний метод підвищення розв'язання спектральної оцінки по частоті. Показано, що метод, який запропоновано, дозволяє отримати будь-яке вирішення спектральної оцінки за частотою. Ефективність методу продемонстрована на реальній експериментальній інформації, яка одержана за умови льотних та наземних вібростійких випробуваннях перспективних ГТД.

Ключові слова: динамічний спектр, вібросигнал, частотна модель ГТД, сонограма, ідентифікація, інтегральне перетворення Фур'є.

Стасевич Аркадій Анатольевич – ведущий инженер КНИО-3 ФГУП ЛИИ им. М.М. Громова, Жуковский, Россия, e-mail: flysim-lii@mtu-net.ru.

Коровин Борис Борисович – д-р техн. наук, начальник лаборатории КНИО-3 ФГУП ЛИИ им. М.М. Громова, Жуковский, Россия, e-mail: flysim-lii@mtu-net.ru.