

УДК 517.977.58

С.И. ОСАДЧИЙ

Кировоградский национальный технический университет, Украина

НЕРЕКУРСИВНЫЙ КОМБИНИРОВАННЫЙ АЛГОРИТМ ФАКТОРИЗАЦИИ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ МАТРИЦ

В процессе классификации известных алгоритмов факторизации полиномиальных матриц в статье определены и представлены причины снижения точности ее результата. С помощью комплексного применения методов канонического разложения полиномиальных матриц, понижения порядка их элементов и понятия матричной знаковой функции обоснован новый комплексный алгоритм решения задачи факторизации. Его отличительной особенностью является исключение из перечня выполняемых операций поиска определителя исходной полиномиальной матрицы и определения его нулей.

Ключевые слова: полиномиальная матрица, факторизация, каноническое разложение, понижение порядка, матричная знаковая функция.

Введение

Общая характеристика проблемы. Одним из наиболее эффективных методов создания конкурентоспособных систем автоматического управления движением летательных аппаратов, в том числе беспилотных многомерных автономных подвижных, функционирующих в условиях стохастических внешних воздействий, является метод динамического проектирования оптимальных систем стабилизации [1].

Наиболее сложной задачей или даже проблемой при осуществлении этапов такого проектирования в частотной области является факторизация полиномиальных матриц с минимальной потерей значащих цифр.

Задача факторизации полиномиальных матриц, как показано, например, в работах [2 – 11], состоит в представлении положительно определенной матрицы A с элементами в виде полиномов комплексного аргумента $s=j\omega$ как произведений

$$A = N * N \quad (1)$$

или

$$A = N N^*, \quad (2)$$

где N – полиномиальная матрица (устойчивый результат факторизации), определитель которой является аналитической функцией в ППП комплексной переменной s ; „*” – знак эрмитового сопряжения матриц [12]. При этом произведение (1) называют правосторонней факторизацией, а (2) – левосторонней [13].

Анализ исследований и публикаций. Анализ многочисленных алгоритмов такой факторизации показал, что они могут быть разделены на две груп-

пы в зависимости от метода решения поставленной выше задачи. К первой группе относят алгоритмы [2, 3, 9–11], которые сводятся к последовательному исключению корней полинома-определителя исходной матрицы $|A|$ путем умножения ее слева и справа на специальным образом построенные матрицы. Умножение происходит до тех пор, пока не будет получена числовая матрица, факторизация которой тривиальна. Ко второй группе принадлежат методы [4 – 8], которые не предусматривают нахождения определителя исходной полиномиальной матрицы A , а сводят факторизацию к процедуре решения матричных алгебраических уравнений Риккати или Ляпунова.

Главные недостатки алгоритмов из первой группы связаны с невозможностью точного нахождения определителя полиномиальной матрицы A и особенно его корней, что может привести к катастрофической потере точности результата факторизации. В то же время, данные алгоритмы имеют потенциальную возможность получить не только матрицу N , но и обратную N^{-1} , что является достаточно важным не только для решения задач синтеза оптимальных многомерных систем в частотной области, но и для структурной идентификации.

Вторая группа методов выполняет операцию факторизации при условии наличия эффективных методов решения матричных уравнений указанного выше класса, но не позволяет получать обратную полиномиальную матрицу N^{-1} без выполнения специальных процедур обращения. Другим источником неприятностей при использовании данного подхода является внесение дополнительных нулей в определитель исходной матрицы в случае отличий в порядках полиномов ее элементов. Таким образом,

точность факторизации при применении методов данной группы также ограничена.

Цель статьи. Статья направлена на создание нового алгоритма решения задачи факторизации положительно определенной полиномиальной матрицы, который не требовал бы поиска полинома-определителя исходной матрицы и его нулей, а также позволял бы выполнять обращение полиномиальной матрицы.

1. Основные результаты исследования

Новый алгоритм базируется на трех подходах: канонического разложения полиномиальной матрицы [9], понижения порядков полиномов матрицы [2] и использования матричной знаковой функции для факторизации полиномов [14, 15].

В работе [9] доказано, что в случае, когда:

– исходная полиномиальная матрица A размерности $m \times m$ представлена в виде произведения

$$A = C \cdot D \cdot F, \quad (3)$$

где D – диагональная полиномиальная матрица

$$D = \begin{bmatrix} d_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & d_m \end{bmatrix},$$

каждый последующий элемент (полином) главной диагонали которой d_i делится без остатка на предыдущий d_{i-1} , а C и F – неособенные полиномиальные матрицы с числовыми определителями;

– указанная выше матрица D представлена как

$$D = L \cdot L_*, \quad (4)$$

где L – диагональная полиномиальная матрица, определитель которой является аналитической в ППП функцией комплексного аргумента;

– получена положительно определенная полиномиальная квадратная неособенная эрмитова матрица с числовым определителем

$$N = L^{-1} \cdot C \cdot F_* \cdot L, \quad (5)$$

которая расщеплена так, что

$$N = P \cdot P_*, \quad (6)$$

то результат левосторонней факторизации исходной полиномиальной матрицы A из выражения (2) определяется как произведение

$$H = C \cdot L \cdot P. \quad (7)$$

Таким образом, процесс факторизации матрицы A сводится к последовательному выполнению четырех этапов: поиска матриц C , D , F и L^{-1} , необ-

ходимых для приведения A к диагональному виду в соответствии с выражениями (3); факторизации диагональной полиномиальной матрицы D (формула (4)); факторизации полиномиальной матрицы с числовым определителем N из соотношения (6) и вычисления результата H на основе алгоритма (7).

Поиск матриц C , D , F и L^{-1} для представления исходной матрицы A в каноническом виде (3) происходит на первом этапе путем ее умножения на соответствующим образом построенные элементарные матрицы $S^{(1)}$, $S^{(2)}$, $S^{(3)}$ и $T^{(1)}$, $T^{(2)}$, $T^{(3)}$, такие что

$$D = S^{(0)} \cdot A \cdot T^{(0)}, \quad (8)$$

где

$$\tilde{N}^{-1} = S^{(0)} = \prod_{i=1}^{n1} S_i^{(k)}; F^{-1} = T^{(0)} = \prod_i^{n2} T_i^{(k)}; \\ \forall k = 1, 2, 3; \tilde{N} = \left(S^{(k)} \right)^{-1}; F = \left(T^{(k)} \right)^{-1}; \quad (9)$$

$S^{(1)}$, $T^{(1)}$ – диагональные матрицы, все диагональные элементы которых кроме i -го равняются 1, а i -й элемент – некоторая константа;

$S^{(2)}$, $T^{(2)}$ – элементарные матрицы, все диагональные элементы которых равняются единице, все боковые элементы за исключением $S_{k,j}^{(2)}$ и $T_{i,k}^{(2)}$ равняются нулю;

$S^{(3)}$, $T^{(3)}$ – квадратные матрицы, все диагональные элементы которых – единицы кроме $S_{ii}^{(3)}=0$ и $T_{ii}^{(3)}=0$, а недиагональные элементы – нули за исключением $S_{ik}^{(3)}=1$ и $T_{ki}^{(3)}=1$. Порядок умножения в формулах (9), количества сомножителей $n1$ и $n2$, класс элементарной матрицы и значения ее элементов зависят от исходных данных и определяются циклически.

В терминах работы [9] преобразование матрицы A к диагональному виду D осуществляется в результате выполнения следующих операций:

а) перестановкой столбцов и строк матрицы A путем формирования $S^{(3)}$, $T^{(3)}$ и соответствующего умножения достичь того, чтобы полином $a_{11}(s)$ имел наименьший порядок среди всех элементов A ;

б) в результате деления элементов первой строки и первого столбца на полином $a_{11}(s)$ определить номер k столбца или строки, где находится полинома остаток с минимальным порядком;

с) построить матрицу $T^{(2)}$ или $S^{(2)}$ в зависимости от результата выполнения операции б), так, чтобы $T_{1,k}^{(2)}$ равнялось частному от деления $-a_{1k}(s)$ на $a_{11}(s)$, или чтобы $S_{k,1}^{(2)}$ равнялось частному от деления $-a_{k1}(s)$ на $a_{11}(s)$, и осуществить соответствующее умножение $A=A \cdot T^{(2)}$ или $A=S^{(2)} \cdot A$;

д) перестановкой столбцов и строк матрицы A путем формирования $S^{(3)}$ и $T^{(3)}$ и соответствующего умножения достичь того, чтобы полином $a_{11}(s)$ имел наименьший порядок среди всех элементов A ;

е) операции б) – с) повторять до тех пор, пока все полиномы в первом столбце и в первой строке A будут делиться без остатка на элемент $a_{11}(s)$;

ф) для всех $k=2, m$ построить матрицы $T^{(2)}$ или $S^{(2)}$ так, чтобы элемент $T^{(2)}_{1,k}$ равнялся частному от деления $-a_{1k}(s)$ на $a_{11}(s)$, или чтобы элемент $S^{(2)}_{k,1}$ равнялся частному от деления $-a_{k1}(s)$ на $a_{11}(s)$, и выполнить соответствующее умножение $A=A \cdot T^{(2)}$ или $A=S^{(2)} \cdot A$. В итоге будет сформирована матрица A вида

$$A = \begin{bmatrix} a_{11}(s) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22}(s) & \dots & a_{2m}(s) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & a_{m2}(s) & \dots & a_{mm}(s) \end{bmatrix}; \quad (10)$$

г) в результате повторения процедур а) – ф) для остальных строк матрицы A , начиная со второй, привести ее к диагональной форме и принять, что

$$D = A.$$

Таким образом, в результате выполнения операций первого этапа определяются искомые полиномиальные матрицы C , D , F и обратные к ним, которые составляют необходимые данные для выполнения алгоритма (4) – (7).

Операции второго этапа факторизации предназначены для поиска диагональных матриц L и L^{-1} из выражения (4). Это предполагает представление диагонального полинома d_i матрицы D в виде

$$d_i(s) = b(s) = a(s)a(-s),$$

где $b(s)$ – полином четной степени, который равен

$$b(s) = s^{2n} + b_2 s^{2n-2} + \dots + b_{2n};$$

$a(s)$ – полином степени n с устойчивыми нулями.

Традиционный подход к решению данной задачи (поиска представления (11)) предусматривает нахождение всех корней полинома $d_i(s)$. Выполнения данной операции можно избежать с помощью метода, примененного в работе [15] для сепарации дробно-рациональной функции.

Алгоритм вычислений, реализующий такой метод, основан на представлении нормализованного полинома $d_i(s)$, который не имеет нулей на мнимой оси комплексной плоскости, в виде передаточной функции

$$\frac{1}{b(s)} = \frac{1}{a(s) \cdot a(-s)} = c(E \cdot s - A)^{-1} d, \quad (12)$$

где

$$A = \begin{bmatrix} 0 & E_{2n-1} \\ -b_{2n} & 0 \dots -b_2 0 \end{bmatrix};$$

$$c = [1, 0, \dots, 0]; \quad d' = [0, \dots, 0, 1],$$

и заключается в определении полинома $a(s)$ как результата выполнения следующих действий:

– нахождение матричной знаковой функции, как предела вида [14, 15]:

$$\text{sign}A = \lim_{k \rightarrow 2n} A_k, \quad (13)$$

в котором матрицы A_k определяются на основе выполнения рекуррентной процедуры

$$g_k = \frac{1}{1 + |A_k|_{2n}}, \quad q_k = 1 - g_k,$$

$$A_0 = A, \quad A_{k+1} = g_k \cdot A_k + q_k \cdot A_k^{-1};$$

– построение проекторов A^+ на A^- , которые отображают положительную и отрицательную части спектра матрицы A на инвариантные подпространства так, что

$$\frac{1}{b(s)} = c(Es - AA_+)^{-1} A_+ d +$$

$$+ c(Es - AA_-)^{-1} A_- d$$

на основе алгоритма

$$A_+ = (E - \text{sign}A)/2,$$

$$A_- = (E + \text{sign}A)/2; \quad (14)$$

(11) формирование вспомогательной блочной матрицы X в виде

$$X = \begin{bmatrix} c(AA_+)^{n+1} & \dots & c(AA_+)' \end{bmatrix}; \quad (15)$$

– нахождение элементов последней строки матрицы U , которая приводит X к блочно-треугольной форме

$$U \cdot X = \begin{bmatrix} \triangleleft & 0 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (16)$$

– определение коэффициентов искомого полинома $a(s)$ в порядке уменьшения показателей степени, которые являются элементами последней строки матрицы U .

Определение $\text{sign}A$ в соответствии с выражением (13) рекурсивным образом вызывает появление погрешностей в коэффициентах, которые могут быть уменьшены, в результате решения полиномиального уравнения

$$b(s) - a(s)a(-s) = a(s)e(-s) + a(-s)e(s) \quad (17)$$

относительно полиномов поправок $e(s)$. Уточненные коэффициенты искомого полинома определяются из формулы $a(s)=a(s)+e(s)$, причем уточнение происходит до тех пор, пока разность $b(s)-a(s)a(-s)$ не станет постоянной.

Повторение действий, предусмотренных алгоритмом (13) – (16) для всех элементов главной диагонали матрицы D позволяет найти все полиномиальные элементы матрицы L . Если

$$d_i(s) = b_{2n},$$

то

$$a_i(s) = \sqrt{b_{2n}}.$$

Элементы главной диагонали матрицы L^{-1} находят в результате обращения соответствующих полиномов матрицы L .

Цель третьего этапа заключается в факторизации полиномиальной эрмитовой матрицы N с числовым определителем. Для ее достижения целесообразно использовать этапы понижения порядков полиномов и разложением числовой матрицы на произведение двух треугольных из алгоритма факторизации Девиса, приведенного в статье [2].

Работа данного алгоритма основана на выполнении двусторонних умножений исходной матрицы N на элементарные матрицы T_i и T_i^* , определенные так, что после m повторов этой операции N превращается в положительно определенную числовую симметричную матрицу V :

$$V = T_m T_{m-1} \dots T_1 N T_1^* \dots T_{m-1}^* T_m^*. \quad (18)$$

Если полученную таким образом матрицу V представить в виде произведения двух треугольных матриц

$$V = V_0 \cdot V_0', \quad (19)$$

где „ $'$ ” – означает операцию транспонирования, а вместо N в соотношение (18) подставить произведение (6), то должно выполняться условие

$$V_0 = T_m \cdot T_{m-1} \dots T_1 \cdot P. \quad (20)$$

Исходя из уравнения (20), искомая матрица P определяется следующим образом:

$$P = T_1^{-1} \dots T_{m-1}^{-1} \cdot T_m^{-1} \cdot V_0, \quad (21)$$

а обратная к ней матрица P^{-1} равняется

$$P^{-1} = V_0^{-1} \cdot T_m \cdot T_{m-1} \dots T_1. \quad (22)$$

Количество, структура и параметры матриц в соотношениях (21) и (22) зависят от структуры и параметров полиномов, которые входят в полиномиальную матрицу N с числовым определителем.

Четвертый этап факторизации предусматривает определение матрицы H из уравнения (7) и обратной к ней матрицы H^{-1} на основе следующей формулы

$$H^{-1} = P^{-1} \cdot L^{-1} \cdot C^{-1}. \quad (23)$$

Таким образом, получен алгоритм решения задачи левосторонней факторизации (2), который не требует ни нахождения корней определителя полиномиальной матрицы, ни поиска решения матричного алгебраического уравнения Риккати, и позволяет найти как прямую H , так и обратную к ней матрицу H^{-1} .

2. Пример использования алгоритма

В работе [16] (с. 63) приведен пример синтеза оптимального по квадратичному критерию качества многомерного регулятора, в ходе выполнения которого необходимо факторизовать положительно определенную полиномиальную матрицу

$$\Phi' = \begin{bmatrix} -2s^2 + 1 & 3s^2 - 7s - 5 \\ 3s^2 + 7s + 5 & -5s^2 + 41 \end{bmatrix}. \quad (24)$$

В результате канонического разложения матрицы (24), выполненного на первом этапе предложенного алгоритма, установлено, что матрицы C , F и D имеют вид:

$$\begin{aligned} C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -0,286s^3 - 0,142s^2 + 2,143s - 0,429 & 1 \end{bmatrix} \\ F &= \begin{bmatrix} -4s^2 + 2 & 6s^2 + 14s - 10 \\ -0,286s - 0,143 & 0,429s + 2,143 \end{bmatrix}, \\ D &= \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 2s^4 - 16s^2 + 32 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (25)$$

Матрицы C и F обладают числовыми определителями, а определитель матрицы D совпадает с определителем исходной матрицы (24).

Факторизация диагональной полиномиальной матрицы D в соответствии с выражением (4) сводится к факторизации полинома d_2 , который с учетом соотношения (25) равен

$$d_2 = 2(s^4 - 8s^2 + 16). \quad (26)$$

После представления этого полинома выражениями (12) на втором этапе факторизации в соответствии с алгоритмом (13) найдена матричная знаковая функция

$$\text{sign}A = \begin{bmatrix} 0 & 0,75 & 0 & -0,0625 \\ 1 & 0 & 0,25 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0,25 \\ -4 & 0 & 3 & 0 \end{bmatrix},$$

подстановка которой в уравнение (14) позволила найти проектор A_+ , который соответствует устойчивым нулям функции (26)

$$A_+ = \begin{bmatrix} 0,5 & -0,375 & 0 & 0,03125 \\ 0,5 & 0,5 & -0,125 & 0 \\ 0 & -0,5 & 0,5 & -0,125 \\ 2 & 0 & -1,5 & 0,5 \end{bmatrix}.$$

Теперь, согласно выражению (15), может быть определена вспомогательная матрица X:

$$X = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1,5 & 0,5 \\ 0 & -0,5 & 0,5 & -0,125 \\ -0,5 & 0,5 & -0,125 & 0 \end{bmatrix}, \quad (27)$$

которую с помощью некоторой числовой матрицы U необходимо привести к блочно-треугольному виду (16). Как показано выше, элементы последней строки U представляют собой коэффициенты результата факторизации полинома в порядке убывания степеней. Следовательно, полностью формировать матрицу преобразования U нет необходимости, а достаточно сформировать на основе (16) и (27) систему уравнений, определяющих лишь элементы последней ее строки.

Для вспомогательной матрицы (27) справедлива следующая система однородных алгебраических уравнений, записанная в матричной форме

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -0,5 \\ 0 & -0,5 & 0,5 \\ -1,5 & 0,5 & -0,125 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

где a_0, a_1, a_2 – коэффициенты искомого полинома (элементы последней строки матрицы U). Поскольку коэффициент при старшей степени a_0 равен единице, то

$$a_1 = 4, \quad a_2 = 4.$$

Таким образом, результат факторизации матрицы (25) имеет вид

$$L = \begin{bmatrix} \sqrt{5} & 0 \\ 0 & \sqrt{2}(s^2 + 4s + 4) \end{bmatrix}. \quad (28)$$

Подстановка результатов (25) и (28) на третьем этапе в формулу (5) позволила найти следующую неособенную положительно определенную полиномиальную матрицу N с числовым определителем

$$N = \begin{bmatrix} -4s^2 + 2 \\ -0,571s^3 + 2s^2 - 1,143s - 1,143 \\ 0,571s^3 + 2s^2 + 1,143s - 1,143 \\ 0,0816s^4 - 0,6328s^2 + 1,153 \end{bmatrix}, \quad (29)$$

которая подлежит факторизации. Поскольку матрица (29) имеет числовой определитель, то для нахождения полиномиальной матрицы P использована

операция понижения порядка по Девису и получено следующее выражение

$$P = \begin{bmatrix} 2s - 0,2 & -1,4 \\ 0,286s^2 - 1,029s + 0,814 & -0,2s + 0,7 \end{bmatrix}.$$

На четвертом этапе, перемножив согласно (7) матрицы C, L и P, найден результат факторизации исходной матрицы (24) в виде

$$H = \sqrt{2} \begin{bmatrix} s - 0,1 & -0,7 \\ -1,5s + 3,3 & 0,5s + 3,1 \end{bmatrix},$$

который полностью соответствует примеру, представленному в работе [16].

Выводы

Применение методов канонического разложения полиномиальных матриц, понижения порядка их элементов и матричных знаковых функций позволило получить новый комбинированный алгоритм факторизации полиномиальных матриц.

Обоснованный в статье алгоритм не требует поиска полинома определителя исходной матрицы, его корней и не предполагает поиска решений матричных алгебраических уравнений Риккати или Ляпунова. Наибольший выигрыш от использования данного алгоритма достигается, если, во-первых, порядки полиномов исходной матрицы значительно отличаются и, во-вторых, в полиноме определителе есть кратные корни.

Литература

1. Азарсков В.Н. Методология конструирования оптимальных систем стохастической стабилизации: монография / В.Н. Азарсков, Л.Н. Блохин, Л.С. Житецкий. – К.: Изд. НАУ, 2006. – 437 с.
2. Davis M.C. Factoring the spectral matrix / M.C. Davis // IEEE Trans. Automat. Contr. – 1963. – AC-8, N 4. – P. 296-305.
3. Янушевский Р.Т. Теория линейных оптимальных многосвязных систем управления / Р.Т. Янушевский. – М.: Наука, 1973. – 464 с.
4. Алиев Ф.А. Факторизация полиномиальных матриц относительно мнимой оси и единичной окружности / Ф.А. Алиев, В.А. Бордюг, В.Б. Ларин // Автоматика. – 1989. – №4. – С. 51-58.
5. Ларин В.Б. Обобщенное уравнение Ляпунова и факторизация матричных полиномов / В.Б. Ларин // Автоматика. – 1992. – №6. – С. 3-8.
6. Ларин В.Б. Обобщенное уравнение Риккати, ортогональные проекторы и факторизация матричных полиномов / В.Б. Ларин // Автоматика. – 1989. – №6. – С. 70-74.
7. Алиев Ф.А. Временные и частотные методы синтеза оптимальных регуляторов / Ф.А. Алиев,

В.А. Бордюг, В.Б. Ларин. – Баку: Ин-т физики АН Азербайджанской ССР, 1988. – 46 с. (Препринт №293/ АН Азербайджанской ССР. Ин-т физики).

8. Лямпе Б.П. Факторизация рациональных матриц в задачах синтеза импульсных систем / Б.П. Лямпе, Е.Н. Розенвасер // Автоматика и телемеханика. – 2001. – №6. – С. 69-84.

9. Лифшиц Н.А. Корреляционная теория оптимального управления многомерными процессами / Н.А. Лифшиц, В.И. Виноградова, Г.А. Голубев. – М.: Сов. радио, 1974. – 328 с.

10. Callier F.M. On polynomial matrix spectral factorization by symmetric extraction / F.M. Callier // IEEE Trans. Automat. Contr. – 1985. – AC-30, N 5. – P. 453-464.

11. Youla D.C. On the factorization of rational matrix / D.C. Youla // IRE Trans. Inform. Theory. – 1961. – V.7, N3. – P. 172-179.

12. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц; 4-е изд. / Ф.Р. Гантмахер. – М.: Наука, 1988. – 552 с.

13. Kucera V. Discrete line control: the polynomial equation approach / V.Kucera. – Praha: Akademie, 1979. – 206 p.

14. Balzer L.A. Accelerated convergence of matrix sign function method of solving Lyapunov, Riccati and other matrix equations / L.A. Balzer // INT. Control. – 1980. – Vol.32., No. 6. – P. 1057-1078.

15. Алиев Ф.А. H_2 – оптимизация и метод пространства состояний в задаче синтеза оптимальных регуляторов / Ф.А. Алиев, В.А. Бордюг, В.Б. Ларин. – Баку: ЭЛМ, 1991. – 326 с.

16. Оптимизация линейных инвариантных во времени систем управления: монография / Ф.А. Алиев, В.Б. Ларин, К.И. Наumenко, В.Н. Сунцев. – К.: Наук. думка, 1978. – 327 с.

Поступила в редакцию: 24.11.2009

Рецензент: д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры автоматизации производственных процессов А.Н. Рева, Кировоградский национальный технический университет, Кировоград, Украина.

НЕРЕКУРСИВНИЙ КОМБІНОВАНИЙ АЛГОРИТМ ФАКТОРИЗАЦІЇ ПОЛІНОМІАЛЬНИХ МАТРИЦЬ

С.І. Осадчий

У процесі класифікації відомих алгоритмів факторизації поліноміальних матриць у статті визначені та представлені причини зменшення точності її результату. З допомогою комплексного застосування методів канонічного розкладання поліноміальних матриць, зниження порядків їх елементів та поняття матричної знакової функції обґрунтовано новий комплексний алгоритм рішення задачі факторизації. Його характерною рисою є виключення з переліку виконуваних операцій пошуку визначника вихідної поліноміальної матриці та його нулів.

Ключові слова: поліноміальна матриця, факторизація, канонічне розкладання, зменшення порядку, матрична знакова функція.

UNRECURSIVE COMBINED ALGORITHM OF POLYNOMIAL MATRICES FACTORIZATION

S.I. Osadchiy

During classification process of the polynomial matrices factorization algorithms author have been certain and represented reasons of its result exactness decline. By complex application of the canonical polynomial matrices decomposition methods, deflations their elements and concept of matrix sign function the new complex algorithm of the factorization task decision is grounded. Exception of the initial polynomial matrix determinant search and determination of its zeros from the list of executable operations are the main distinctive feature of new algorithm.

Key words: polynomial matrix, factorization, canonical decomposition, order deflation, matrix sign function.

Осадчий Сергей Иванович – канд. техн. наук, доцент, заведующий кафедры автоматизации производственных процессов Кировоградского национального технического университета, e-mail: srg2005@ukr.net.