

УДК 539.421(045)

Н.С. КУЛИК, А.Г. КУЧЕР, В.Е. МИЛЬЦОВ*Национальный авиационный университет, Киев, Украина***СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПОВРЕЖДЕННОСТИ И ОСТАТОЧНОЙ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИИ С РАЗЛИЧНЫМИ ДЕФЕКТАМИ ТИПА ТРЕЩИН ПРИ ДЕЙСТВИИ СПЕКТРА НАГРУЗОК**

Рассмотрены вопросы определения скорости развития трещин и остаточной долговечности в зависимости от начальной длины трещины для равномерного растяжения плоскости с одиночной трещиной по нормали к линии трещины, полосы с центральной поперечной трещиной, полосы с эксцентрично расположенной поперечной трещиной, а также полосы с двумя симметричными краевыми трещинами при одноосном растяжении при соответствующих коэффициентах интенсивности напряжений для наиболее известных уравнений Периса, Эрдогана и Формана. Получены зависимости и приведены результаты расчета накопленной поврежденности и остаточной долговечности отмеченных элементов конструкции при действии спектра нагрузок.

Ключевые слова: механика разрушения, коэффициент интенсивности напряжений, трещина, пластическая зона, скорость развития трещины, остаточная долговечность, спектр нагрузок, поврежденность.

Введение

Как известно, долговечность – это свойство объекта сохранять работоспособность до предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонта (ТОиР) авиационной техники (АТ). Предельное состояние может быть обусловлено: неустранимым нарушением требований безопасности полетов из-за нарушения прочности конструкции. Одними с наиболее опасных дефектов являются трещины, которые при достижении предельных размеров могут приводить к потере ее несущей способности. Однако полеты самолетов с трещинами безопасных размеров установленная практика. Поэтому исследования трещиностойкости конструкций является актуальной задачей.

В статье проведен анализ остаточной долговечности элементов конструкции обшивки из материала Д-16 с различными дефектами типа трещин при действии спектра нагрузок с использованием методов механики разрушения.

1. Расчет коэффициента интенсивности напряжений

В основе применения принципов механики разрушения лежит коэффициент интенсивности напряжений. Существенной частью решения задачи о разрушении в рамках линейной механики разрушения является установление зависимости коэффициента интенсивности напряжений от длины трещины для данного конструктивного элемента.

Для упрощения задачи, связанной с определением коэффициента интенсивности напряжений можно использовать принцип Бюкнера. Он позволяет заменить более сложную задачу об определении коэффициента интенсивности напряжений, когда нагрузка приложена в произвольных точках элемента конструкции, менее сложной задачей, когда нагрузка приложена к берегам трещины. Идея метода Бюкнера рассмотрена в [1].

Справочные данные по коэффициентам интенсивности напряжений приведены в монографиях [2, 3].

Важнейший момент при изучении любого из видов разрушения – формулировка условия разрушения в кончике трещины. Наиболее просто это условие формулируется в теории квазихрупких трещин, когда пластическая деформация считается сосредоточенной в тонком слое вблизи поверхности трещины. Простейший вариант этого условия был предложен Дж. Ирвином, который обосновал понятие коэффициента интенсивности напряжений. Особое значение исследования Ирвина заключается в том, что оно открыло путь для анализа упругих напряжений в телах с трещинами.

Для упрощения задачи ограничимся рассмотрением случая нормального отрыва. Напряженное состояние у фронта трещины для упругого тела полностью определяется коэффициентом интенсивности напряжений K_1 . Поэтому эта величина лежит в основе силовых критериев линейной механики разрушения. Первый критерий такого типа предложил Ирвин для разрушения квазихрупких тел.

Критерий Ирвина формулируется так: трещина начинает распространяться в упругом теле, когда значение коэффициента интенсивности напряжений достигает некоторого критического для данного материала значения.

Значение K_I , при достижении которого трещина будет распространяться неустойчиво, является константой материала, и называется критическим коэффициентом интенсивности напряжений. Критический коэффициент интенсивности напряжений при статическом приложении нагрузки в условиях плоской деформации обозначается через K_{IC} , а при обобщенном плоском напряженном состоянии – через K_C .

Таким образом, условия разрушения для тела с трещиной имеет вид

$$K_I = K_{IC} \quad \text{или} \quad K_I = K_C \quad (1)$$

Следовательно, трещина, имеющаяся в детали или элементе конструкции, расти не будет, если $K_I < K_{IC}$ или $K_I < K_C$.

Коэффициент интенсивности K_I зависит от нагрузки, размера трещины и геометрии детали. Он определяется, как правило, теоретически используя методы теории упругости. Величины K_{IC} и K_C определяются экспериментально и являются постоянными материальными величинами. Величина K_{IC} и K_C зависит от температуры и скорости деформации, а K_C зависит кроме того от толщины пластины.

Коэффициент интенсивности напряжений имеет размерность $\text{Н/м}^{2/3}$ ($\text{кгс/мм}^{2/3}$).

Величины K_C и K_{IC} с одной стороны характеризуют способность материала сопротивляться развитию трещины, а с другой – входят в условия разрушения, устанавливающие ту величину коэффициента интенсивности напряжений, при котором наступает быстрый неконтролируемый рост трещины.

Рассмотрим формулы для коэффициента интенсивности напряжений для некоторых часто встречающихся случаев [2, 3].

1. Равномерное растяжение плоскости с одиночной трещиной по нормали к линии трещины (рис. 1, а). В этом случае

$$K_I = \sigma(\pi a)^{1/2}.$$

2. Полоса с центральной поперечной трещиной при одноосном растяжении (рис. 1, б). В этом случае

$$K_I = \sigma(\pi a)^{1/2} F_I(\alpha); \quad \alpha = 2a / W.$$

Приближенное решение

$$F_I(\alpha) = \left(\sec \frac{\alpha\pi}{2} \right)^{1/2},$$

более точное решение

$$F_I(\alpha) = \left(1 - 0,025\alpha^2 + 0,06\alpha^4 \right) \left(\sec \frac{\alpha\pi}{2} \right)^{1/2}.$$

3. Полоса с эксцентрично расположенной поперечной трещиной при растяжении (рис. 1, в). В этом случае:

$$K_{IA} = \sigma(\pi a)^{1/2} F_{IA}(\alpha, \beta);$$

$$\alpha = 2a / (W - 2e); \quad \beta = 2e / W;$$

$$F_{IA}(\alpha, \beta) = \left(\sec \frac{\pi\alpha \sin 2\alpha\beta}{2 \cdot 2\alpha\beta} \right)^{1/2}.$$

Так как $K_{IA} \geq K_{IB}$, то приведена формула только для K_{IA} .

4. Полоса с двумя симметричными краевыми трещинами при одноосном растяжении (рис. 1, г). В этом случае:

$$K_{IA} = \sigma(\pi a)^{1/2} F_{IA}(\alpha, \beta); \quad \alpha = 2a / W;$$

$$F_I(\alpha) = \left(1 + 0,122 \cos^2 \frac{\pi\alpha}{2} \right) \left(\frac{2}{\pi\alpha} \operatorname{tg} \frac{\pi\alpha}{2} \right)^{1/2}.$$

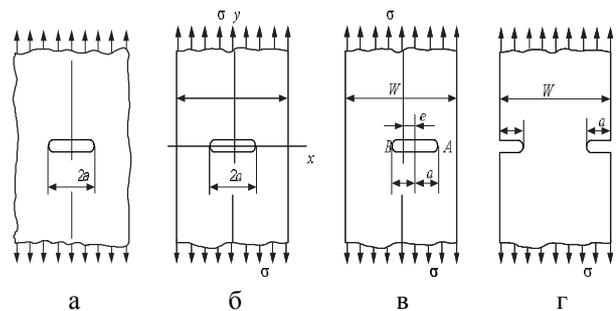


Рис. 1. Типовые образцы:
а – плоскость с трещиной;
б – полоса с центральной трещиной;
в – полоса с эксцентрично расположенной трещиной; г – полоса с краевыми трещинами

На рис. 2 приводятся кривые изменения коэффициентов интенсивности напряжений (КИН) построенные для четырех случаев [1]: материал Д16; механические характеристики материала – критический КИН $K_C = 84,4 \text{ МПа м}^{1/2}$, условная граница текучести $\sigma_{0,2} = 400 \text{ МПа}$, параметры трещиностойкости – наибольший коэффициент интенсивности напряжений цикла для случая полосы с центральной трещиной при скорости распространения 10^{-7} м/цикл , $K^* = 92,3 \text{ МПа м}^{1/2}$, показатель степени $n = 4$; коэффициент асимметрии цикла $\gamma = 0,33$; максимальная интенсивность нагружения $\sigma_{\max} = 140 \text{ МПа}$; ширина элемента $2W = 0,20 \text{ м}$; высота элемента $2h = 0,40 \text{ м}$; толщина элемента $t = 2 \text{ мм}$.

Критическая длина трещины a_K определяется из условия разрушения Ирвина (1). В нашем случае $K_I = K_C = 84,4 \text{ МПа}$, $\sigma_K = 140 \text{ МПа}$, $a_K = 0,063 \text{ м}$, $\alpha_K = 0,63$, $e=0,02 \text{ м}$.

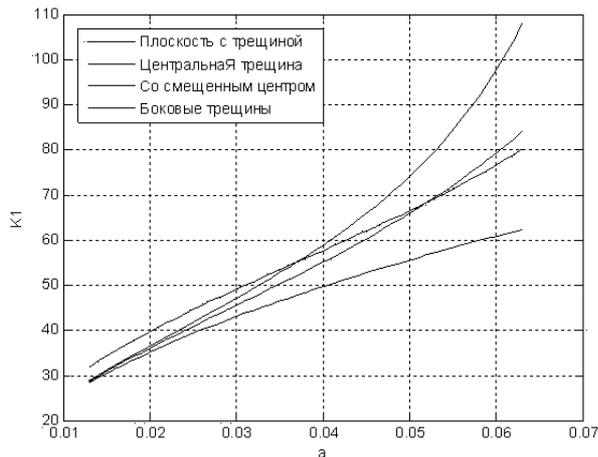


Рис.2. Зависимости коэффициентов интенсивности напряжений K_I от длины трещины a

2. Определение критического напряжения, пластической зоны, коэффициента запаса прочности

Напряжения, действующие у вершины трещины, превосходят предел текучести материала до того, как достигается критическое состояние вследствие образования пластической зоны, в которой теряют силу законы упругости и наблюдается упрочнение материала. Наличие зоны, в которой материал пластически течет, приводит при оценке момента разрушения к образованию ошибки. Влиянием пластического течения в ряде случаев можно пренебречь или внести поправку на образование пластической зоны, если размеры этой зоны существенно малы по сравнению с длиной трещины и толщиной материала.

Методы механики разрушения позволяют определить критическую длину трещины, при которой начинается нестабильный ее рост (при заданном значении рабочего напряжения). Можно также найти критическое напряжение для элемента конструкции с трещиной данной длины как напряжение, при котором происходит немедленное разрушение. Запас прочности элемента конструкции определяется как отношение критического напряжения (при наличии трещины заданной длины) к рабочему напряжению.

Остановимся более подробно на вопросах определения критического напряжения и критической длины трещины.

В качестве примера рассмотрим полосу конечной ширины (рис. 1,б). Для нее

$$K_I = \sigma(\pi a)^{1/2} F_I(\alpha); \quad \alpha = 2a / W.$$

В момент начала нестабильного роста трещины, из условия (1)

$$K_I = K_{IC} \text{ или } K_I = K_C.$$

Следовательно в этот момент

$$K_{IC} = \sigma_K (\pi a)^{1/2} F_I(\alpha)$$

Отсюда находим

$$\sigma_K = \frac{K_{IC}}{(\pi a)^{1/2} F_I(\alpha)} \quad (2)$$

По этой формуле можно найти критическое напряжение σ_K для полосы (рис. 1,б) с трещиной данной длины при плоской деформации.

Аналогично, при обобщенном плоском напряженном состоянии

$$\sigma_K = \frac{K_C}{(\pi a)^{1/2} F_I(\alpha)} \quad (3)$$

Согласно [1] размер пластической зоны у вершины трещины можно определить по формуле:

$$r_y = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_{0,2}} \right)^2.$$

В момент разрушения $K_I = K_C$ и предельный размер пластической зоны будет равен

$$r_y^* = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_C}{\sigma_{0,2}} \right)^2, \quad (4)$$

где $\sigma_{0,2}$ – условный предел текучести материала.

По формуле (4) можно определить предельный размер пластической зоны в случае обобщенного плоского напряженного состояния. Для случая плоской деформации, предельный размер пластической зоны равен

$$r_{ly}^* = \frac{1}{6\pi} \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_{0,2}} \right)^2 \quad (5)$$

На рис. 3 показано расположение пластической зоны у кончика трещины.

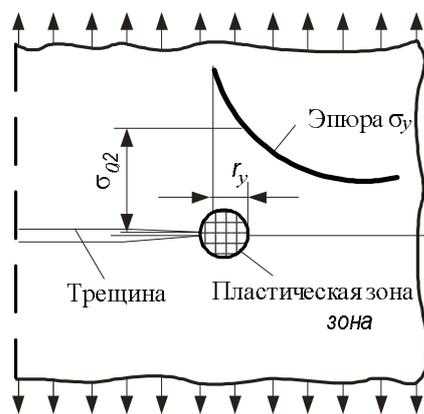


Рис. 3. Расположение пластической зоны около вершины трещины

Для учета влияния пластической зоны в линейной механике разрушения Ирвин предложил считать, что вершина трещины лежит на расстоянии r_y от границы фактического разделения материала.

На рис. 4. приводятся зависимости r_y от длины трещины для четырех отмеченных случаев.

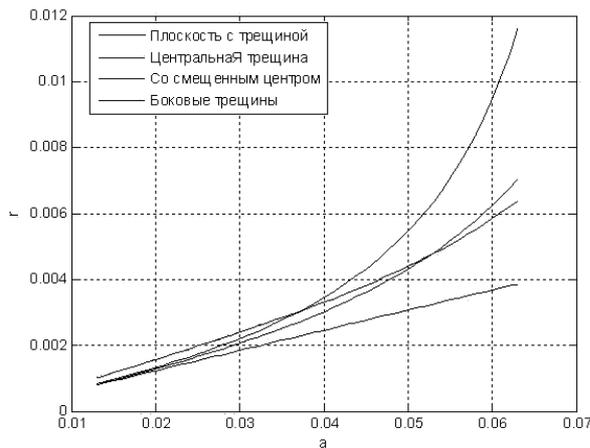


Рис. 4. Зависимости радиуса пластической зоны у кончика трещины от длины трещины

При определении критического напряжения σ_K в случае плоской деформации по формуле (2) поправкой на пластическую зону r_y^* можно пренебречь, так как она незначительна (см. (5)).

В случае обобщенного плоского напряженного состояния поправку на размер пластической зоны следует учитывать.

С учетом поправки на пластическую зону формула (3) принимает вид:

$$\sigma_{\epsilon} = \frac{K_C}{\pi^{1/2} (a + r_y^*)^{1/2} F_1(\alpha^*)};$$

$$\alpha^* = 2(a + r_y^*) / W, \quad (6)$$

где r_y^* определяется соотношением (4).

Результаты расчета сведены в рис. 5.

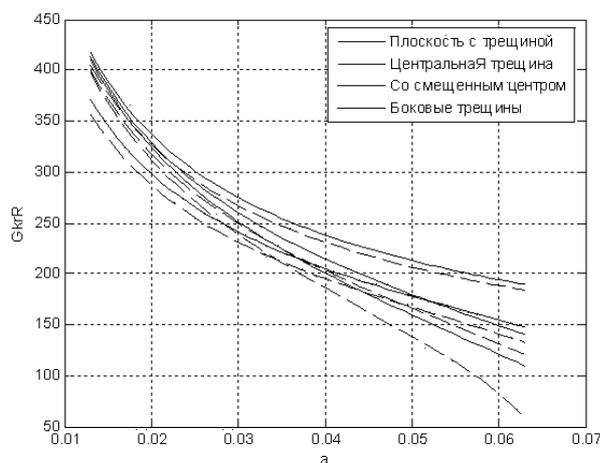


Рис. 5. Зависимости критического напряжения с учетом и без учета пластической зоны от длины трещины

Рассмотрим вопрос об определении запаса прочности конструкции. Фактический коэффициент запаса прочности n элемента конструкции с трещиной равен отношению критического напряжения σ_K (при наличии трещины заданных размеров) к рабочему напряжению σ в данном элементе конструкции, т.е.

$$n = \frac{\sigma_R}{\sigma}$$

Из условия прочности следует, что должно выполняться соотношение

$$n \geq [n],$$

где $[n]$ – требуемый коэффициент запаса прочности.

Можно построить графики зависимости фактического коэффициента запаса прочности от размера трещины (рис. 6) при заданном значении рабочего напряжения σ . Из этого графика следует, что коэффициент запаса прочности уменьшается с увеличением размера трещины (рис. 6).

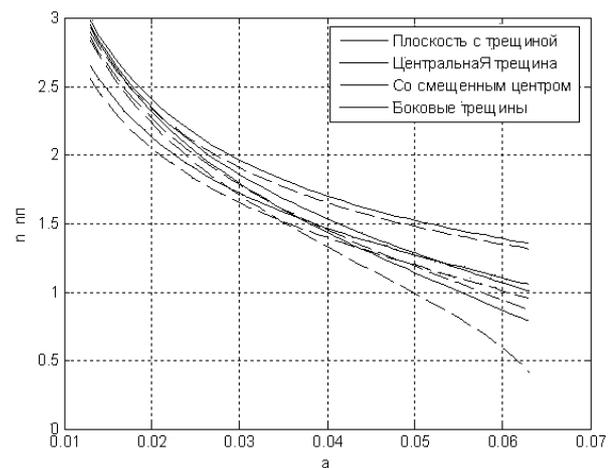


Рис.6. Зависимости коэффициента запаса без (сплошная) и с учетом (штриховая линии) пластической зоны от начальной длины трещины

3. Расчет скорости развития трещин

Напряжения, возникающие в деталях машин в процессе эксплуатации, в большинстве случаев переменны во времени. Если уровень переменных напряжений превышает определенный предел, то в материале детали протекает процесс постепенного накопления повреждений, производящих к образованию трещины, ее развитию и окончательному разрушению детали. Этот процесс называют усталостью материалов, а соответствующее разрушение – усталостным.

Проблема предотвращения усталостных разрушений весьма актуальна в авиации, где аварии

вследствие разрушения ответственных деталей ведут к катастрофическим последствиям.

Многочисленными исследованиями установлено, что зарождение трещины усталости в образцах с надрезом при напряжениях ниже предела текучести происходит после небольшого числа циклов нагружения, составляющих 3...10% общей долговечности, следовательно долговечность образцов и деталей машин практически определяется скоростью роста макротрещины.

Общепринято представлять экспериментальные данные о развитии усталостных макротрещин в материалах в виде диаграммы усталостного разрушения материала, называемых также диаграммами циклической трещиностойкости материала, которые изображают зависимость скорости роста трещины v от размаха коэффициента интенсивности напряжений за цикл ΔK или его максимального значения K_{max} .

Диаграмма, построенная в логарифмических координатах (рис. 7), состоит из двух криволинейных участков (1) низких (обычно $v < 10^{-8}$ м/цикл) и (3) высоких (обычно $v > 10^{-6}$ м/цикл) скоростей роста трещины и среднего участка (2), аппроксимируемого прямой.

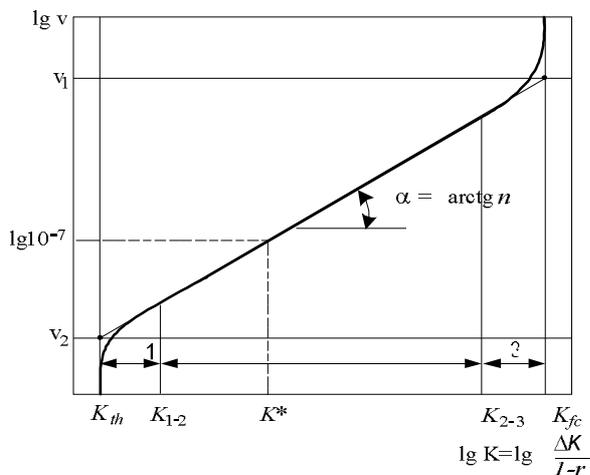


Рис. 7. Диаграмма циклической трещиностойкости материала

Диаграмма усталостного разрушения дает наиболее полную информацию о сопротивлении развитию трещины материала при циклическом нагружении. По ней устанавливают следующие основные характеристики усталостной трещиностойкости материала:

- пороговый коэффициент интенсивности напряжений K_{th} – максимальное значение наибольшего коэффициента интенсивности напряжений цикла, при котором трещина не развивается на протяжении заданного числа циклов;

- критический коэффициент интенсивности напряжений (циклическая вязкость разрушения) K_{fc} – значение наибольшего коэффициента интенсивности напряжений цикла, при котором наступает полом образца;

- K^* и n – параметры зависимости

$$v = 10^{-7} \left(K_{max} / K^* \right)^n, \text{ м/цикл};$$

- аппроксимирующей средний участок диаграммы усталостного разрушения.

Дополнительными характеристиками трещиностойкости материала и не менее важными с прикладной точки зрения при циклическом нагружении являются значения наибольшего коэффициента интенсивности напряжений цикла, определяющие начало (K_{1-2}) и конец (K_{2-3}) среднего участка диаграммы усталостного разрушения.

Выбор параметров n и K^* в качестве основных характеристик обусловлен тем, что с их помощью, независимо от значений K_{th} и K_{fc} , можно описать средний участок диаграммы усталостного разрушения. Параметры n и K^* являются самостоятельными характеристиками циклической трещиностойкости материала. Параметр K^* имеет четкий физический смысл наибольшего коэффициента интенсивности напряжений цикла при скорости роста трещины 10^{-7} м/цикл. Скорость $v^* = 10^{-7}$ м/цикл находится всегда в пределах среднего участка всех известных диаграмм усталостного разрушения.

Некоторыми исследователями на основе различных физических представлений получены зависимости скорости роста трещины от числа циклов приложенного напряжения и длины трещины. Недостатком этих зависимостей является то, что они удовлетворительно описывают лишь какие-то определенные участки кривых роста усталостных трещин и не носят общего характера.

С развитием механики разрушения стало возможным рассмотреть процесс роста усталостных трещин с общих позиций.

Было установлено, что скорость роста трещины является функцией КИН K .

Было предложено несколько десятков зависимостей связывающих между собой скорость роста трещины v и КИН. Наибольшую известность получили:

$$v = C \left(K_{max} / K^* \right)^n; \tag{7}$$

уравнение Периса

$$v = C_1 (\Delta K)^n; \tag{8}$$

уравнение Эрдогана

$$v = C_2 K_{max}^m (\Delta K)^n = C_2 K_{max}^{m+N} (1-r)^n; \tag{9}$$

уравнение Формана

$$v = \frac{C_3 (\Delta K)^n}{(1-r) K_C - \Delta K}, \quad (10)$$

где $K = K_1$; $\Delta K = K_{\max} - K_{\min}$; K_{\max} и K_{\min} – КИНЫ соответственно при максимальной и минимальной нагрузках цикла; r – коэффициент асимметрии цикла; $C, C_1, C_2, C_3, m, N, n$ – экспериментально определяемые константы.

Усталостная трещина, возникающая при циклическом нагружении, или любой другой начальный дефект конструкции будут расти при дальнейшем циклическом нагружении до тех пор, пока они не достигнут критического размера, после чего в соответствии с законами механики разрушения начнется быстрое распространение до катастрофического разрушения. Как правило, время роста возникшей усталостной трещины или существовавшего дефекта до критического размера составляет значительную часть времени полезного использования конструкции. Результаты расчетов v для различных формул (7 – 10) сведены в рис. 8.

При постоянном напряжении σ_{\max} в первых трех случаях параметры уравнений можно задать так, что кривые скорости роста усталостной трещины будут идентичны. Для исходных данных значения соответствующих коэффициентов равны:

$$C=1e-7; K^*=93; n=4;$$

$$C1=1e-7/(K^*(1-r))^n=6.8374e-15; N= 2; m=2;$$

$$C2=1e-7/(K^*(N+m)*(1-r)^m)=3.0693e-15;$$

$$C3=1e-7/(K^*(1-r))^n= 6.8374e-15. \sigma_{\max}=140.$$

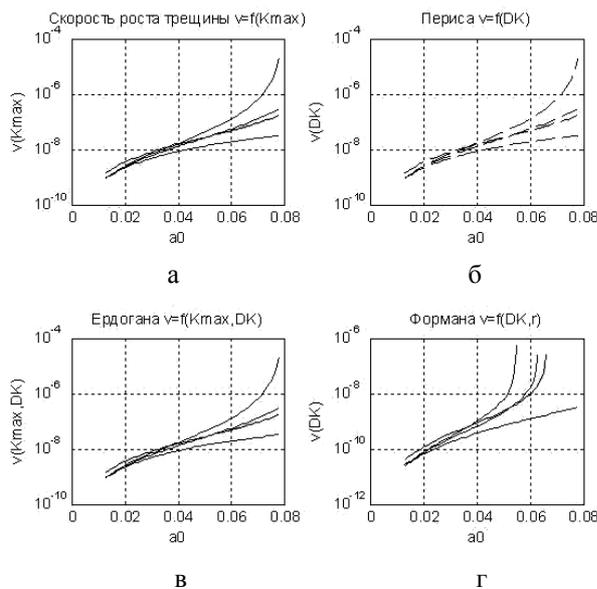


Рис. 8. Зависимость скорости роста трещин от начальной длины трещины для уравнений: а – $v = f(K_{\max})$; б – Периса; в – Ердогана; г – Формана

4. Определение остаточной долговечности элемента конструкции с трещиной

В отличие от обычных подходов к расчетам на усталость здесь рассматривается стадия роста усталостной трещины, а стадия возникновения усталостной трещины во внимание не принимается. Предполагается, следовательно, что в элементе конструкции либо присутствуют начальные трещины, либо они возникают на раннем этапе эксплуатации.

Таким образом, основная задача состоит в том, чтобы охарактеризовать кинетику роста усталостной трещины и оценить ожидаемый срок службы.

В основу расчета долговечности образца положим формулу (7). Учитывая, что $v = da/dN$, эту формулу представим в таком виде:

$$\frac{da}{dN} = 10^{-7} \left(K_{\max} / K^* \right)^n, \quad (11)$$

где N – число циклов; a – длина (полудлина) трещины.

Уравнение (11) является дифференциальным уравнением развития трещины. Оно связывает между собой размер трещины a и число циклов N . Чтобы проинтегрировать уравнение (11) перепишем его в такой форме:

$$dN = 10^7 \left(\frac{K^*}{K_{\max}} \right)^n da.$$

Интегрируя это уравнение, получаем

$$N_K - N_0 = 10^7 \int_{a_0}^{a_K} \left(\frac{K^*}{K_{\max}} \right)^n da, \quad (12)$$

где a_0 – начальная длина трещины, соответствующая числу циклов N_0 ; a_K – критическая длина трещины, соответствующая числу циклов в момент разрушения N_K .

При дальнейшем необходимо конкретизировать форму конструктивного элемента или образца. В качестве примера возьмем полосу с центральной трещиной при одноосном растяжении (рис. 1, б). В этом случае

$$K_1 = \sigma (\pi a)^{1/2} F_1(\alpha); \quad \alpha = 2a / W,$$

где функция $F_1(\alpha)$ определяется соотношением 2.

В случае переменных напряжений

$$K_{1\max} = K_{\max} = \sigma_{\max} (\pi a)^{1/2} F_1(\alpha). \quad (13)$$

Подставляя (13) в (12) и переходя к переменной интегрирования α , имеем

$$N_K - N_0 = 10^7 \left(\frac{K^*}{\sigma_{\max}} \right)^n \frac{1}{\pi^{n/2} \left(\frac{2}{W} \right)^{n-1}} \int_{\alpha_0}^{\alpha_K} \frac{d\alpha}{\alpha^{n/2} F_1^n(\alpha)}, \quad (14)$$

где $\alpha_0 = \frac{2a_0}{W}$, $\alpha_K = \frac{2a_K}{W}$.

Разность ($N_K - N_0$) представляет собой остаточную долговечность элемента конструкции с трещиной.

Интеграл, входящий в выражение (14), вычислить в замкнутом виде невозможно. Поэтому, для вычисления этого интеграла, следует применить одну из квадратурных формул (например, формулу Симпсона или Ньютона–Котеса 8 порядка).

Обычно основная часть долговечности (срок службы) приходится на начальный период роста трещины. По мере развития трещины происходит увеличение скорости роста, так что на стадию быстрого роста остается лишь небольшая часть срока службы. Критические длины трещины для каждой детали соответственно равны $a_K(1)=[0,116; 0,063; 0,055; 0,066]$. Результаты расчетов остаточной долговечности в зависимости от начальной длины трещины a_0 приведены на рис.9.

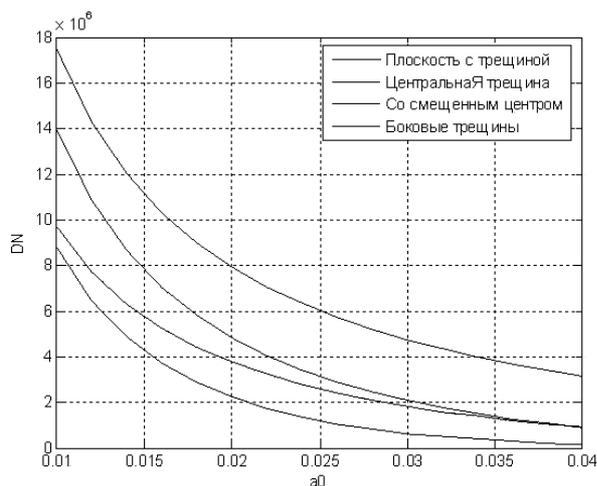


Рис. 9. Остаточная долговечность в зависимости от начальной длины трещины

5. Спектр и программа нагружения

Обычно на детали планера и силовой установки во время полета действуют переменные нагрузки с различными значениями максимальных напряжений σ_{max} . Спектром нагрузок в данном случае является частотность напряжений разной интенсивности. В качестве примера рассмотрим спектр нагрузок действующий на детали в корневой части крыла отгибающего момента, вызванных турбулентностью атмосферы. Проведенный в [4] анализ интенсивности полетных нагрузок разных типов ВС показывает, что их спектры амплитуд подчиняются логарифмическому закону $\sigma_a = f(\ln(N_\sigma))$ и лежат с небольшими отклонениями в одних и тех же границах. Величина

спектра нагрузок может быть выражена как отношение σ_f / σ_c , где σ_f значение текущей нагрузки, а σ_c - среднее значение нагрузки, возникающей в полете, и характеризующей условия полета.

Непрерывный спектр нагружения, для ограничения числа нагрузок может быть заменен ступенчатой функцией, что значительно упрощает систему расчетов. Всего спектр разбит на 10 ступенек с максимальным значением $\sigma_1 / \sigma_c = 1,6$ и минимальным $\sigma_{10} / \sigma_c = 0,222$ (табл. 1).

Таблица 1

Дискретный спектр нагружения

σ_i / σ_c	1,6	1,50	1,30	1,15	0,995
n_σ	1	2	5	18	52
σ_i / σ_c	0,84	0,685	0,530	0,3750	0,2220
n_σ	152	800	4170	34800	358665

Максимальные напряжения и соответствующие КИН последних двух ступенек находятся ниже уровня порогового коэффициента интенсивности напряжений K_{th} и поэтому в расчет не принимаются. В нижней части табл. 1 приведено соответствующее данной нагрузке число циклов нагружения n_σ , заданного уровня присутствующее в спектре. В данном блоке максимальные нагрузки встречаются 1 раз, а минимальные – 4170 раз на каждые 5200 циклов нагружения.

Очевидно, что:

$$\sigma_{max} = \sigma_c + \sigma_a ; \quad \sigma_{min} = \sigma_c - \sigma_a .$$

$$\text{Коэффициент асимметрии цикла } r = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$$

На рис. 10 приводятся максимальные и минимальные нагрузки спектра нагружения при заданном среднем значении нагрузки $\sigma_n = 70$ МПа.

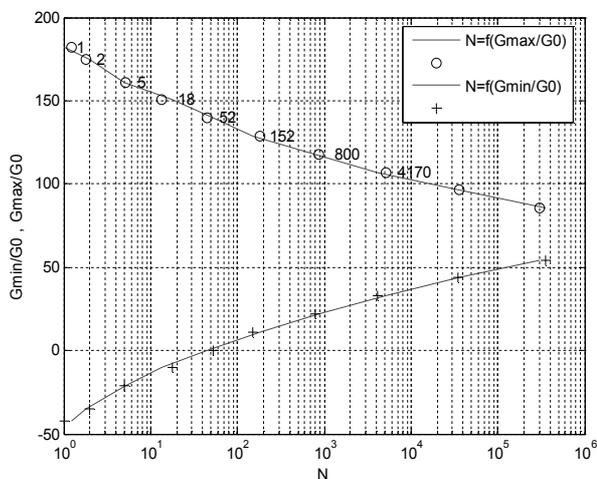


Рис. 10. Непрерывный и дискретный спектры нагружения

Уравнения кривых спектра максимальных и минимальных напряжений при $\sigma_c = 70$ имеют вид:

$$\ln(N_{\max i}) = 0.0003477 \cdot \sigma_{\max}^2 - 14892 \cdot \sigma_{\max} + 15.669; \quad (15)$$

$$\ln(N_{\min i}) = 0.0003477 \cdot \sigma_{\min}^2 + 0.051552 \cdot \sigma_{\min} + 1.6357,$$

где $\sigma_{\max i} = \sigma_c \left(1 + \frac{\sigma_i}{\sigma_c}\right)$; $\sigma_{\min i} = \sigma_c \left(1 - \frac{\sigma_i}{\sigma_c}\right)$.

Программа нагружения строится на основании формирования отдельных спектров, которые, в свою очередь, получают из основного спектра путем исключения отдельных его составляющих – первого, первых двух и т.д. При этом каждый спектр характеризует условия нагружения в отдельном полете – при полном спектре – моделируются наиболее сложные условия полета в неспокойной турбулентной атмосфере (грозе), в других случаях в менее опасных ситуациях. Случайная очередность выбора спектров нагружения и формирование программы позволяет моделировать условия полета близкие к реальному.

6. Определение поврежденности при действии спектра нагрузок

Согласно гипотезе линейного суммирования повреждений степень внесенного повреждения пропорциональна отношению числа циклов $n_{\sigma i}$ к предельному числу циклов $N_{\Pi i}$ для заданной i -й нагрузки $\sigma_{\max i}$

$$\Pi_m = \sum_{i=1}^m \frac{n_{\sigma i}}{N_{\Pi i}}, \quad (16)$$

где условием разрушения будет $\Pi_m > 1$

Однако в формуле (14) число циклов до разрушения (остаточная долговечность) зависит не только от действующего максимального напряжения но и от текущей длины трещины a_0 , т.е. имеет место нелинейная гипотеза суммирования повреждений.

В формуле (14) при переменных максимальных напряжениях σ_{\max} – var параметры трещиностойкости K^* – наибольший коэффициент интенсивности напряжений цикла при скорости роста трещины $1e-7$ м/цикл и n - показатель степени являются функциями σ_{\max} . В рассматриваемой модели расчета поврежденности эти параметры предлагается взять линейными функциями σ_{\max} .

$$n_i = n_1 + (n_2 - n_1) \frac{\sigma_{\max i} - \sigma_{\max 1}}{\sigma_{\max 2} - \sigma_{\max 1}}, \quad (17)$$

где $n_1 = 4$; $n_2 = 5,1$; $\sigma_{\max 1} = 140$; $\sigma_{\max 2} = 182$;

$$K_i^* = K_1^* + (K_2^* - K_1^*) \frac{\sigma_{\max i} - \sigma_{\max 1}}{\sigma_{\max 2} - \sigma_{\max 1}}, \quad (18)$$

где $K_1^* = 93$; $K_2^* = 73$; $\sigma_{\max 1} = 140$; $\sigma_{\max 2} = 182$.

Зависимой от σ_{\max} также является критическая длина трещины a_k .

Согласно (2) критическую длину трещины при заданном σ_{\max} можно определить из уравнения

$$\frac{K_{Ic}}{\sqrt{\pi a_k} F_1(\alpha_k)} - \sigma_{\max} = 0, \quad (19)$$

где $\alpha_k = \frac{2a_k}{W}$.

На рис. 11 приводятся зависимости критической длины трещины a_k от уровня максимального напряжения σ_{\max}

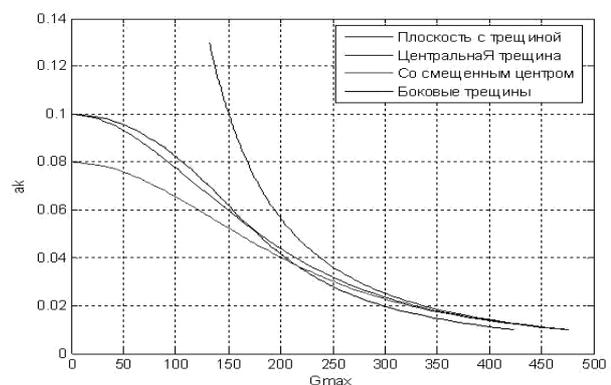


Рис. 11. Характер зависимости $a_k = f(\sigma_{\max})$

Таким образом, расчет текущего значения числа циклов до разрушения можно провести в два этапа (14).

Определить коэффициент K_{0i} , который зависит только от σ_{\max} и вычислить, численным методом, определенный интеграл с зависимыми от σ_{\max} и текущей длины трещины пределами:

$$K_{0i} = 10^7 \left(\frac{K_i^*}{\sigma_{\max}} \right)^{n_i} \frac{1}{\pi^{n_i/2} \left(\frac{2}{W} \right)^{\frac{n_i-1}{2}}}; \quad (20)$$

$$N_{pi} = K_{0i} \int_{a_0}^{a_k} \frac{d\alpha}{\alpha^{n_i/2} F_1^{n_i}(\alpha)}. \quad (21)$$

На рис. 12 – 14 приводятся зависимости числа циклов до разрушения N_{pi} , накопленной поврежденности при постоянной нагрузке Π_m и поврежденности за один цикл Π_1 от начальной длины трещины при наибольшем и наименьшем значении максимальной нагрузки ($\sigma_{\max m} = 182$ МПа и $\sigma_{\max n} = 107$ МПа).

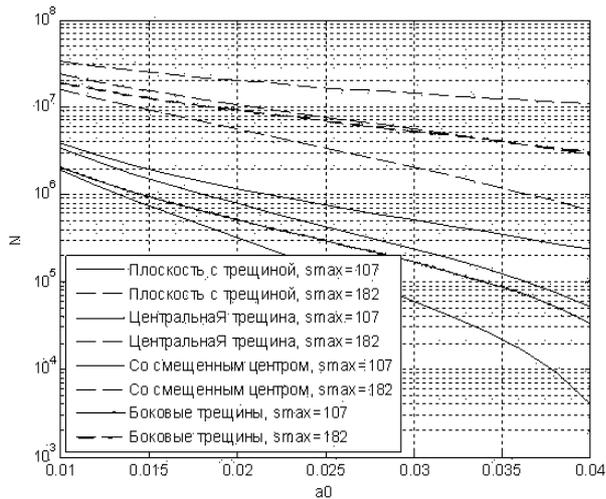


Рис. 12. Зависимость числа циклов до разрушения от начальной длины трещины при наибольшем и наименьшем значении максимальной нагрузки

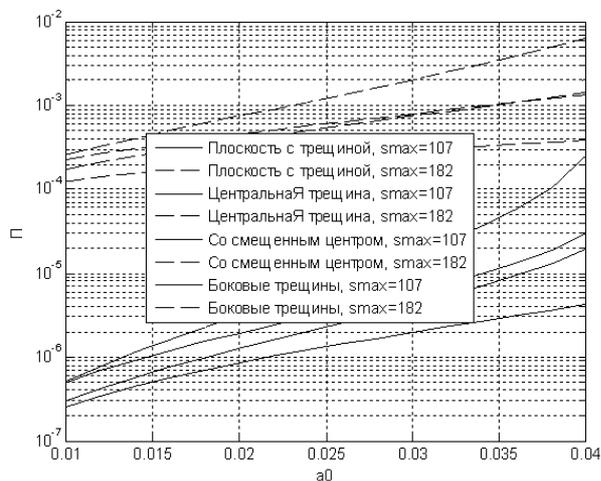


Рис. 13. Зависимость накопленной поврежденности от начальной длины трещины при наибольшем и наименьшем значении максимальной нагрузки

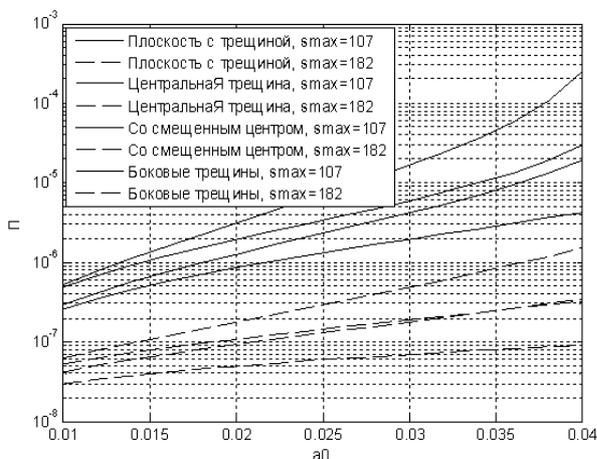


Рис. 14. Зависимость поврежденности за один цикл от начальной длины трещины при наибольшем и наименьшем значении максимальной нагрузки

На рис. 15 – 16 приведены те же зависимости от максимальной нагрузки при двух крайних значениях начальной длины трещины ($a_{0n} = 0.01$ м; $a_{0m} = 0.04$ м). С рисунков видно, что степень внесенной поврежденности существенно зависит от текущей длины трещины и увеличивается при приближении к критической длине, а также нелинейно зависят от σ_{max} .

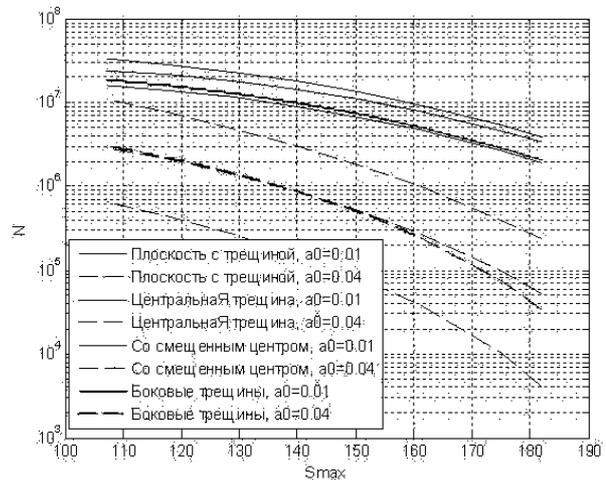


Рис. 15. Зависимость числа циклов до разрушения от максимальной нагрузки при двух крайних значениях начальной длины трещины

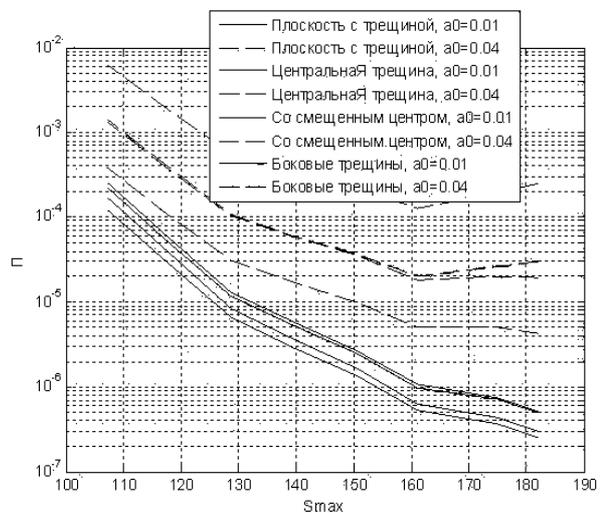


Рис. 16. Зависимость накопленной поврежденности от максимальной нагрузки при двух крайних значениях начальной длины трещины

Нелинейный характер накопления повреждений при больших значениях элементарных повреждений обуславливает возникновение ошибок расчета, а также зависимость результата от очередности суммирования.

Для устранения ошибок каждый полный цикл спектра нагружения разбит на ряд подциклов (22), после расчета которых выполняется пересчет новой текущей длины трещины.

$$P_1 = \sum_{i=1}^n \frac{n_{\sigma i}}{N_{pi}} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{n_{bi}} \frac{n_{\sigma ij}}{N_{pi}} \quad (22)$$

В табл. 2 приведено максимальное число циклов в каждом подцикле спектра нагрузок. В частности, пятый элемент спектра разбит на 11 подциклов по 5 в первых десяти и 2-х в 11-ом подцикле. Всего в полном цикле спектра 106 блочных циклов.

Таблица 2

Максимальное число циклов в подцикле

$n_{\sigma i}$	1	2	5	18	52
$n_{\sigma \max i}$	1	1	1	2	5
n_{σ}	152	800	4170	34800	358665
$n_{\sigma \max i}$	10	40	100	500	4000

Приращение длины трещины за каждый полный цикл нагружения (5200 циклов), по определению, пропорционально внесенной поврежденности и поэтому может быть рассчитано по формуле

$$\Delta a_1 = (a_{k,1} - a_{0,1}) \cdot \dot{I}_1 \quad (23)$$

Новая длина трещины, соответственно, равна

$$a_{0,1} = a_{0,1-1} + \Delta a_1 \quad (24)$$

Процесс расчета повторяется до тех пор пока накопленная поврежденность

$$\dot{I}_{\Sigma} = \sum_{l=1}^m \dot{I}_l \quad (25)$$

(m – число полных циклов) не превысит 1 ($\dot{I}_{\Sigma} < 1$).

На рис. 17 показана динамика приращения длины трещины при блочном нагружении $\Delta a_1 = f(BN)$

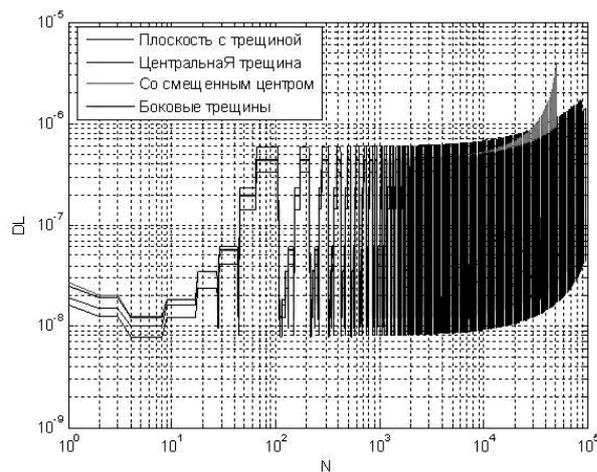


Рис. 17. Динамика процесса приращения длины трещины при блочном нагружении

На рис. 18 приводятся результаты мониторинга процесса поврежденности детали в зависимости от числа блоков $\dot{I}_{\Sigma} = \sum f(BN)$, а на рис. 19 – от числа полных циклов нагружения $\dot{I}_{\Sigma} = \sum f(N)$.

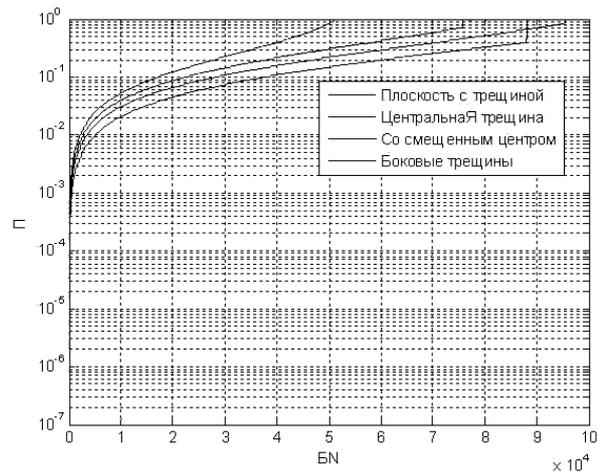


Рис. 18. Мониторинг процесса поврежденности детали в зависимости от числа блоков нагружения

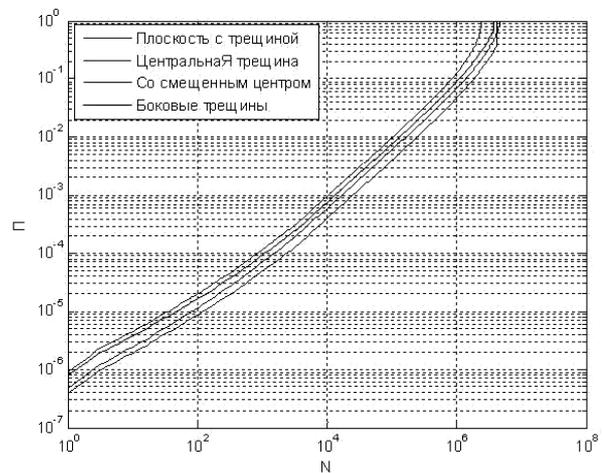


Рис. 19. Мониторинг процесса поврежденности детали в зависимости от числа циклов нагружения

Выводы

Проведенный анализ трещиностойкости конструктивных элементов показывает, что при всех прочих равных условиях нагружения наиболее опасными из четырех рассмотренных случаев являются полоса с эксцентрично расположенной поперечной трещиной и, далее, полоса с двумя симметричными краевыми трещинами. Процесс поврежденности (скорость развития трещины) носят нелинейный характер, ускоряясь при приближении к критической длине трещины. Для анализа остаточной долговечности при действии спектра нагрузок можно воспользоваться хорошо проверенными линейными и нелинейными итерационными моделями накопления повреждений, при построении которых необходимо учитывать зависимость поврежденности за цикл от текущей длины трещины и уровня действующего максимального напряжения в цикле.

Литература

1. Кулик Н.С. *Энциклопедия безопасности авиации* / Н.С. Кулик, В.П. Харченко, М.Г. Луцкий, А.Г. Кучер [и др.]; под ред. Н.С. Кулика. – К.: Техніка, 2008. – 1000 с.

2. *Механика разрушения и прочность материалов: Справ. пособие: В 4 т./ Под общ. ред В.В. Панасюка.- К.: Наук. думка, 1988. – Т. 2. – 620 с.*

3. *Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений: В 2 т. / Под ред. Ю. Мураками. – М.: Мир, 1990. – Т. 1. – 448 с.; т. 2. – 565 с.*

4. Schijve J.A. *standardized load sequence for flight simulation tests on transport aircraft wing structures*//J.B. de Jonge, D. Schutz, H. Lowak, J. Schijve // *LBF Bericht FB – 106, NLR TR 73029 U. – Maroh – 1973. – 52 p.*

Поступила в редакцию 31.05.2009

Рецензент: д-р техн. наук, проф., декан механико-энергетического факультета В.В. Панин, Национальный авиационный университет, Киев, Украина.

**ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ПОШКОДЖУВАНОСТІ І ЗАЛИШКОВОЇ ДОВГОВІЧНОСТІ
ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЇ З РІЗНИМИ ДЕФЕКТАМИ ТИПУ ТРІЩИН
ПРИ ДІЇ СПЕКТРУ НАВАНТАЖЕНЬ**

М.С. Кулик, О.Г.Кучер, В.Є.Мильцов

Розглянуті питання визначення швидкості розвитку тріщин і залишкової довговічності в залежності від початкової довжини тріщини для рівномірного розтягування площини з одиночною тріщиною по нормалі до лінії тріщини, полоси з центральною поперечною тріщиною, полоси з ексцентрично розташованою поперечною тріщиною, а також полоси з двома симетричними крайовими тріщинами при одноосному розтягуванні при відповідних коефіцієнтах інтенсивності напружень для найвідоміших рівнянь Періса, Ердогана і Формана. Одержані залежності і приведені результати розрахунку накопиченої пошкоджуваності і залишкової довговічності відмічених елементів конструкції при дії спектру навантажень.

Ключові слова: механіка руйнування, коефіцієнт інтенсивності напружень, тріщина, пластична зона, швидкість розвитку тріщини, залишкова довговічність, спектр навантажень, пошкоджуваність

**COMPARATIVE ANALYSIS OF DAMAGED AND REMAINING LONGEVITY OF CONSTRUCTION'S
ELEMENTS WITH DIFFERENT DEFECTS OF CRACKS TYPES
AT ACTION OF LOADINGS SPECTRUM**

N.S. Kylyuk, A.G. Kucher, V.E. Miltsov

The questions of determination of speed development of cracks and remaining longevity are considered depending on initial length of crack for even tension of plane with a single crack on normal to the line of crack, bars with a central transversal crack, bars with the eccentrically located transversal crack, and also bars with two symmetric regional cracks at uniaxial tension at the proper coefficients of intensity of tensions for the most known equalizations of Perisa, Erdogana and Formana. Dependences are got and the results of calculation of accumulated damaged and remaining longevity of the noted elements of construction are resulted at the action of spectrum of loadings.

Keywords: mechanics of destruction, coefficient of tensions intensity, crack, plastic area, speed of development of crack, remaining longevity, spectrum of loadings, damaged

Кулик Николай Сергеевич – д-р техн. наук, проф., ректор Национального авиационного университета, Киев, Украина, e-mail: kms@nau.edu.ua.

Кучер Алексей Григорьевич – д-р техн. наук, проф., проф. кафедры авиационных двигателей Национального авиационного университета, Киев, Украина, e-mail: kucher@nau.edu.ua.

Мильцов Владимир Евгеньевич – научный сотрудник кафедры авиационных двигателей Национального авиационного университета, Киев, Украина, e-mail: miltsov@ukr.net.