

УДК 539.3.621

В.И. ЕРШОВ¹, З.Г. ЕРШОВА¹, А.В. ГРИГОРЕНКО²¹Тутаевский филиал ГОУ ВПО «Рыбинская государственная авиационная технологическая академия им. П.А. Соловьева», Россия²ОАО «НПО «Сатурн», Рыбинск, Россия

КОЛЕБАНИЯ ГИБКОГО ВАЛА С УЧЕТОМ СДВИГА

Рассмотрены колебания вращающегося вала с дисками. При выводе динамических уравнений используются соотношения теории упругости Тимошенко С.П. (с учетом сдвига). Учитывается влияние гироскопических моментов. В качестве примера рассмотрены колебания вращающегося гибкого вала, закрепленного на упругих опорах, с диском на конце вала. Определены собственные частоты колебаний вала. Приведено сравнение с результатами, полученными другими авторами с использованием вычислительных комплексов, основанных на методе конечных элементов.

колебания, гироскопические моменты, ротор, сдвиг, собственные частоты, метод конечных элементов

Общая постановка проблемы

Гибкие, быстровращающиеся валы являются одним из основных элементов газотурбинных двигателей (ГТД). Роторы ГТД всегда имеют некоторую неуравновешенность, что приводит к возникновению гармонических возмущающих сил и моментов. Следовательно, возможно возникновение резонансных явлений, сопровождающихся значительным повышением деформации валов и переменных нагрузок на опоры и корпус. Таким образом, динамика гибких вращающихся валов включает в себя большой комплекс проблем, главными из которых являются – расчетное определение собственных частот и форм колебаний вала, анализ условий возникновения резонансов и мер по их устранению и другие.

Обзор публикаций и анализ перечисленных проблем. Значительное влияние уделялось в разное время исследованиям динамической прочности гибких вращающихся валов. Здесь следует отметить работы И.А. Биргера, Б.Ф. Шорра, В.Л. Бидермана, Ф.М. Диментберга, Г.С. Скубачевского, В.Н. Вернигора и др.

Роторы ГТД в большинстве работ моделируются гибкими валами с насаженными на него жесткими дисками. При исследовании колебаний вращающе-

гося ротора необходимо учитывать гироскопические моменты, действующие на вал со стороны дисков [1, 2].

Для расчета критических частот вращения ротора используются методики, основанные на представлении колебаний ротора как поперечных колебаний стержня переменного поперечного сечения.

В последнее время для динамических расчетов используются вычислительные комплексы, основанные на методе конечных элементов (ANSYS, Nastran и др.).

Однако применение вышеописанных вычислительных комплексов требует создания корректной конечно-элементной модели ротора, кроме того некоторые комплексы не содержат необходимого набора специальных опций, позволяющих рассчитывать вращающиеся роторы. В этом случае необходимо разработать специальные технологии расчета. В частности в работах [3, 4] представлена технология расчета в ANSYS колебаний валов с учетом гироскопического эффекта на основе созданных специальных программ – макросов. Однако не полностью исчерпаны возможности классических подходов к исследованию колебаний вращающихся валов, которые позволяют провести качественный анализ

вышеописанных проблем. Кроме того, в большинстве работ для вывода уравнений колебаний ротора используются соотношения теории упругости Кирхгофа-Лява, однако при решении таких задач целесообразно применять и другие соотношения, в частности, соотношения теории упругости Тимошенко (с учетом сдвига) [5, 6].

Целью исследований является определение собственных частот колебаний гибкого вращающегося вала с дисками с учетом сдвига, а также анализ влияния гироскопических моментов.

Решение проблемы

Рассмотрим гибкий вал переменного поперечного сечения, который вращается вокруг оси z с угловой скоростью ω (рис. 1)..

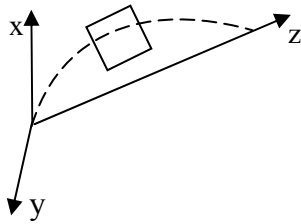


Рис. 1. Схема вращения гибкого вала

В качестве уравнений колебаний гибкого ротора с учетом сдвига используется система уравнений, записанная в специальной форме. Аналогичная схема представления уравнений колебаний вала приведена в работе [7] на основе классической модели Кирхгофа-Лява:

$$\begin{aligned} \frac{dQ_x}{dz} - \rho(z)\ddot{x} &= 0; \quad \frac{dQ_y}{dz} - \rho(z)\ddot{y} = 0; \\ Q_x + \frac{\partial M_x}{\partial z} &= M_x^{zu}; \quad Q_y + \frac{\partial M_y}{\partial z} = M_y^{zu}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $M_x^{zu} = J_1\ddot{\theta}_x + J_0\omega\ddot{\theta}_y$; $M_y^{zu} = J_1\ddot{\theta}_y - J_0\omega\ddot{\theta}_x$, J_1, J_0 — диаметральный и полярный моменты инерции сечения вала, в частности, для сплошного кругового вала

$$\begin{aligned} J_1 &= \frac{\rho r^2}{4}; \quad J_0 = \frac{\rho r^2}{2}; \quad \theta_y = \frac{\partial y}{\partial z}; \quad \theta_x = \frac{\partial x}{\partial z}; \\ Q_x &= SG\gamma_x k; \quad Q_y = SG\gamma_y k; \\ \gamma_x &= \frac{\partial x}{\partial z} - \theta_x; \quad \gamma_y = \frac{\partial y}{\partial z} - \theta_y; \end{aligned}$$

где ω — угловая скорость вала;

x, y — проекции смещения центра сечения на оси x и y ;

$\rho(z)$ — погонная плотность кругового сечения;

γ — плотность материала вала;

r — радиус кругового сечения вала;

Q_x, Q_y — перерезывающие силы;

M_x, M_y — изгибающие моменты;

M_x^{zu}, M_y^{zu} — гироскопические моменты;

θ_x, θ_y — углы поворота сечения вала;

γ_x, γ_y — деформации сдвига.

Значение коэффициента k принято равным $\frac{5}{6}$.

Следуя [7] представим переменные в комплексной форме:

$$u = x + iy; \quad Q = Q_x + iQ_y;$$

$$\theta = \theta_x + i\theta_y; \quad \gamma = \gamma_x + i\gamma_y;$$

$$M = M_x + iM_y.$$

Решение полученной системы ищем в виде:

$$\begin{aligned} u &= u_0(t)e^{ipt}; \quad Q = Q_0e^{ipt}; \\ \theta &= \theta_0(t)e^{ipt}; \quad M = M_0e^{ipt}. \end{aligned} \quad (2)$$

В этом случае система уравнений преобразуется к виду относительно действительных величин u_0, Q_0, θ_0, M_0 (в дальнейшем индекс 0 — опущен), здесь p — собственная частота изгибных колебаний вала.

Введя новые переменные $V_1 = u$, $V_2 = \theta$, $V_3 = M$, $V_4 = Q$, система, описывающая колебания вала, приводится к виду:

$$\begin{cases} \frac{dV_1}{dz} = V_2 + \frac{V_4}{GS(z)k}; \\ \frac{dV_2}{dz} = \frac{V_3}{EJ}; \\ \frac{dV_3}{dz} = -V_4 - (J_1p^2 - J_0p\omega)\theta = 0; \\ \frac{dV_4}{dz} = -\rho(z)p^2V_1. \end{cases} \quad (3)$$

Дополнив систему (3) граничными условиями получаем краевую задачу. Для решения указанной задачи была составлена программа расчета на ЭВМ по методу прогонки.

В качестве примера использования данной методики выполнен расчет двухопорного консольного вала. В рассматриваемом примере расстояние между опорами принято равным 1 м; длина консоли – 0,2 м, наружный диаметр вала $D = 0,07$ м, внутренний диаметр – $d = 0,06$ м, масса диска $m_d = 73,54$ кг, модуль упругости материала $E = 2 \cdot 10^{11} \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$, плотность материала $\rho = 7860 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Внутренний диаметр диска принят равным 0,07 м, его наружный диаметр $D_1 = 0,495$ м, толщина диска $h = 0,053$ м. Жесткости правой и левой опоры приняты равными $C_{II} = 15 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$, $C_{LI} = 33 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

Данный пример рассмотрен в работе [4].

В табл. 1 представлены результаты расчета собственных частот рассматриваемого ротора, а также приведены результаты расчета частот из работы [4].

Таблица 1

Результаты расчета
собственных частот рассматриваемого ротора

Номер формы колебаний	Предложенная методика	Вычислительный комплекс на основе МКЭ	Погрешность
1	34,78	43,38	19%
2	148,83	151,72	2%
3	354,49	366,23	3,2%
4	815,89	847,37	3,7%

Приведенные результаты показывают, что расчет собственных частот по данной методике позволяет получить относительно точные результаты. Данная методика может быть использована для проведения качественных оценок.

Литература

1. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний: Учебник для вузов. – М: Высшая школа, 1980. – 480 с.
2. Динамика авиационных газотурбинных двигателей / Под ред. д-ра техн. наук, проф. И.А. Биргера, д-ра техн. наук, проф. Б.Ф. Шорра. – М: Машиностроение, 1981. – 232 с.
3. Вернигор В.Н., Михайлов А.Л. Технологические расчеты роторов ГТД в среде ANSYS с учетом действия гироскопических моментов // Сборник трудов второй конференции пользователей программного обеспечения CAD-FEM GmbH (Москва, 17-18 апреля 2002 г.); Под ред. А.С. Шацкого. – М. – 2002. – С. 77.
4. Отчет о научно-исследовательской работе «Технические расчеты параметров вибраций ротора авиационного двигателя с исследованиями пакета программы ANSYS: Научный руководитель и ответственный исполнитель д-р физ.-мат. наук, проф. В.Н. Вернигор. – Рыбинск, 2001. – 73 с.
5. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. – М.: Наука, 1975. – 576 с.
6. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле / Пер. с англ. Л.Г. Корнейчука; Под. ред. Э.И. Григолюка – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.
7. Ершов В.И., Ершова З.Г., Григоренко А.В. Влияние гироскопических моментов на частоты собственных колебаний ротора ГТД // Авиационно-космическая техника и технология. – 2007. – № 3 (44). – С. 187-188.

Поступила в редакцию 30.05.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.А. Шатульский, Рыбинская государственная авиационная технологическая академия им. П.А. Соловьева, Рыбинск, Россия.