

УДК 621.391:517:518:510.52

В.А. ИГНАТОВ, С.А. КУДРЕНКО, М.И. ВЕЛЬДЯСКИНА, В.И. НИКУЛИН*Национальный авиационный университет, Киев, Украина*

НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ОБРАБОТКОЙ СИГНАЛОВ В ИНТЕГРИРОВАННЫХ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

Определены необходимые условия оптимального управления обработкой сигналов в интегрированных аэрокосмических навигационных системах. Сформулирована лемма о свойствах абсолютных погрешностей при прямых и косвенных измерениях. Доказана теорема о необходимых условиях построения математической модели результата косвенных измерений в виде суммы истинного значения измеряемого параметра и аддитивной погрешности измерения. Для этого были произведены прямые измерения физической величины с последующим использованием формулы косвенных измерений, которая представляет собой в общем случае нелинейную функцию случайного аргумента. Полученные результаты носят фундаментальный характер и являются теоретической основой построения точных комплексов из неточных систем при неравноточных измерениях.

Ключевые слова: прямые измерения, косвенные измерения, погрешность, математическое ожидание, дисперсия, аппроксимация, оптимальное комплексирование.

Введение

Развитие радионавигационных средств на протяжении всей истории их существования неизменно стимулировалось расширением области применения и усложнением задач, возлагавшихся на них, и, прежде всего, ростом требований к их дальности действия, точности и быстродействию [1 – 3].

Если в первые десятилетия радионавигационные системы обслуживали морские корабли и самолеты, то затем состав их потребителей значительно расширился, и в настоящее время охватывает все категории подвижных объектов, принадлежащих различным ведомствам. Если для первых радионавигационных систем – амплитудных радиомаяков и радиопеленгаторов – была достаточна дальность действия в несколько сотен километров, то затем постепенно требования к дальности возросли до 1...2,5 тыс. км (для внутриконтинентальной навигации). Для межконтинентальной навигации требования к дальности увеличились до 8...10 тыс. км. И, наконец, эти требования превратились в требования глобального (в пределах всего земного шара) навигационного обеспечения.

Что касается точности, то поначалу пользователей вполне устраивала точность в пределах нескольких километров, затем оказалось возможным обеспечить точности в сотни метров и, наконец, с появлением технических возможностей для создания сетевых радионавигационных систем, удалось удовлетворить требования на уровне среднеквадратических погрешностей – до десятка метров и даже

долей длины воздушных трансконтинентальных лайнеров. Повышение точности достигается применением методов комплексирования систем [4]. С теоретической точки зрения это обозначает применение оптимальной обработки результатов неравноточных измерений. Подобная проблема актуальна также: в теории приближенных вычислений, при обработке результатов эксперимента, при контроле и диагностировании, во многих других случаях, когда в измерениях применяют датчики, построенные на различных физических принципах и которые имеют различные погрешности измерений [5].

Выход на воздушные трассы глобальных авиалайнеров типа Boeing 777 – 200 LR, практическая реализация концепции глобального управления воздушным движением (“seamless sky conception” or “CNS/ATM conception”) открывают принципиально новые возможности для повышения безопасности полетов, качества обслуживания пассажиров, коммерческой эффективности производственной деятельности авиакомпаний. Глобальные авиалайнеры Boeing 777 – 200 LR с 300 пассажирами на борту обеспечивают дальность беспосадочного полета более 17000 км. Использование глобальной аэронавигационной телекоммуникационной сети (ATN), которая объединяет системы телекоммуникации, навигации и наблюдения (“CNS/ATM conception”), позволяет обеспечивать связь в реальном масштабе времени между любыми двумя противоположными точками земного шара. Все это создает необходимые условия для глобального управления воздушным движением.

Повышение точности достигается примени-

ем методов комплексирования систем [1, 2]. С теоретической точки зрения это обозначает применение оптимальной обработки результатов неравноточных косвенных измерений [2, 5]. Задачам построения высокоточных аэрокосмических комплексов из относительно неточных систем посвящена работа [6].

Цель работы. Определить необходимые условия оптимального управления обработкой сигналов в интегрированных аэрокосмических навигационных системах. Для достижения этой цели необходимо сформулировать лемму о том, какими свойствами обладают случайные абсолютные и относительные погрешности результатов прямых измерений и доказать теорему о необходимых условиях построения математической модели результата косвенных измерений в виде суммы истинного значения измеряемого параметра и аддитивной погрешности измерения.

Постановка задачи. Предполагается производство прямых измерений физической величины и последующее использование формулы косвенных измерений, которая представляет собой в общем случае нелинейную функцию случайного аргумента. Требуется определить необходимые и достаточные условия, при которых можно использовать линейаризацию функции косвенных измерений и строить математическую модель косвенных измерений в виде суммы истинного значения измеряемого параметра и аддитивной погрешности измерения.

Метод решения. Применяется метод линейаризации случайной нелинейной функции одного аргумента путем ее разложения в ряд Тейлора в окрестности точки, которая соответствует математическому ожиданию измеряемой величины (истинному значению измеряемого параметра), с последующей аппроксимацией реального распределения получаемой линейной функции гаусовским распределением [2].

Решение задачи

Покажем, как выполняют решение поставленной задачи методом линейаризации и гаусовской аппроксимации. Для определения необходимых условий оптимальной обработки результатов неравноточных измерений сформулируем лемму о свойствах абсолютных погрешностей при прямых и косвенных измерениях и докажем теорему о необходимых условиях построения математической модели результата косвенных измерений в виде суммы истинного значения измеряемого параметра и аддитивной погрешности измерения.

Чтобы теоретически обосновать справедливость использования математической модели результата косвенных измерений в виде:

$$Y_i(t) = X_0(t) + \xi_i(t), \quad (1)$$

где $i=1, m$, рассмотрим лемму и теорему. В них доказываются свойства случайных абсолютной и от-

носительной погрешностей результатов прямых измерений, а также необходимые условия использования математической модели (1).

Напомним, что в теории приближенных вычислений и математической статистики традиционно используют термин «погрешность», в то время как в теории измерений чаще используют термин «ошибка». В дальнейшем эти термины используются как синонимы, предпочтение отдается общепринятым терминам математической статистики.

Лемма о свойствах случайных абсолютной и относительной погрешностей результатов прямых измерений. Если истинное значение X_0 параметра измеряется со случайной абсолютной погрешностью прямых измерений:

$$\Delta = X - X_0, \quad (2)$$

и случайный результат прямого измерения X имеет гауссово распределение с числовыми характеристиками:

$$M[X] = X_0, \quad D[X] = \sigma_x^2, \quad (3)$$

где через $M[.]$ и $D[.]$ обозначены операции определения математического ожидания и дисперсии случайных величин, которые заключены в скобки, то абсолютная и относительная погрешности результатов прямых измерений также имеют гауссовы распределения со следующими числовыми характеристиками:

$$M[\Delta] = \Delta_0 = 0, \quad D[\Delta] = \sigma_x^2, \quad (4)$$

$$M[\Delta/X_0] = M[\delta] = 0,$$

$$D[\Delta/X_0] = D[\delta] = V_x^2 = \frac{\sigma_x^2}{X_0^2}, \quad (5)$$

где V_x – коэффициент вариации результата прямых измерений; δ – относительная погрешность, численно равная V_x .

Следствие 1.1. Соотношения (4) обозначают, что отсутствие так называемой «систематической погрешности прямых измерений» достигается за счет допущения о несмещенности оценки прямых измерений (3).

Следствие 1.2. Соотношения (4) показывают, что абсолютная погрешность (2) прямых измерений при выполнении условия (3) имеет такую же дисперсию, что и результат прямых измерений.

Следствие 1.3. Соотношения (5) показывают, что при выполнении условия (3) математическое ожидание относительной погрешности δ равно нулю, а ее дисперсия равна квадрату коэффициента вариации X :

$$V_x = \sigma_x/X_0. \quad (6)$$

Теорема о необходимых условиях построения математической модели результата косвенных измерений в виде (1). Пусть коэффициент вариации (6) результата прямого измерения X

$$V_x \ll 1 \quad (7)$$

и при этом выполняются следующие необходимые условия:

$$M[X] = X_0, \quad (8)$$

$$M[\Delta] = \Delta_0 = 0, \quad (9)$$

$$D[\Delta] = D[X] = \sigma_x^2, \quad (10)$$

$$\left[\left[\frac{dy(X_0, \Delta_0)}{dx} \right]^2 + \left[\frac{dy(X_0, \Delta_0)}{d\Delta} \right]^2 \right] = 1, \quad (11)$$

где $M[.]$ и $D[.]$ – операции определения математического ожидания и дисперсии.

Результат косвенных измерений $Y(X, \Delta)$, как функцию двух переменных, с учетом числовых характеристик (2), (3) можно приближенно описать тремя членами ряда Тейлора в точке (X_0, Δ_0) :

$$Y(X, \Delta) = Y(X_0, \Delta_0) + \frac{dx(X_0, \Delta_0)}{dx}(X - X_0) + \frac{dx(X_0, \Delta_0)}{d\Delta}(\Delta - \Delta_0), \quad (12)$$

то тогда и только тогда результат косвенных измерений может быть приближенно представлен в виде суммы результата прямых измерений и абсолютной погрешности измерений:

$$Y(X, \Delta) = X + \Delta. \quad (13)$$

Доказательство. Математическое ожидание и дисперсию результата косвенных измерений определим с помощью стандартного метода усреднения по множеству реализаций. Получим:

$$\begin{aligned} M[Y(X, \Delta)] &= M[Y(X_0, \Delta_0)] + \\ &+ M\left\{ \frac{dx(X_0, \Delta_0)}{dx}(X - X_0) + \frac{dx(X_0, \Delta_0)}{d\Delta}(\Delta - \Delta_0) \right\} = \\ &= X_0 + M[\Delta] \left\{ \frac{dx(X_0, \Delta_0)}{dx} + \frac{dx(X_0, \Delta_0)}{d\Delta} \right\} = X_0, \quad (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D[Y(X, \Delta)] &= D[X_0] + \left[\frac{dx(X_0, \Delta_0)}{dx} \right]^2 D[X] + \\ &+ \left[\frac{dx(X_0, \Delta_0)}{d\Delta} \right]^2 D[\Delta] = D[X] \times \\ &\times \left\{ \left[\frac{dx(X_0, \Delta_0)}{dx} \right]^2 + \left[\frac{dx(X_0, \Delta_0)}{d\Delta} \right]^2 \right\} = \sigma_x^2. \quad (15) \end{aligned}$$

Следовательно, при выполнении необходимых условий (1)-(6) результат косвенных измерений представляет собой несмещенную оценку, которая имеет гауссовское распределение с параметрами:

$$M[Y(X, \Delta)] = X_0, \quad (16)$$

$$D[Y(X, \Delta)] = \sigma_x^2, \quad (17)$$

и его можно представлять в виде (13), что и т.д.

Следствие 2.1. Косвенные измерения по формуле (13) дают несмещенные оценки при условии несмещенности прямых измерений (4) и отсутствия в них систематических погрешностей (9).

Следствие 2.2. С инженерной точки зрения производные в (11) характеризуют коэффициенты передачи преобразователей результатов прямых измерений в косвенные измерения с учетом их абсолютных погрешностей.

Следствие 2.3. Условие (11) по существу является условием такой нормировки коэффициентов передачи преобразователей, которая обеспечивает адекватность прямых и косвенных измерений.

Следствие 2.4. Так как:

$$\frac{dx(X_0, \Delta_0)}{dx} = \frac{dx(X_0, \Delta_0)}{d\Delta}, \quad (18)$$

из условия (11) следует, что:

$$2 \left[\frac{dx(X_0, \Delta_0)}{dx} \right]^2 = 1, \frac{dx(X_0, \Delta_0)}{d\Delta} = \sqrt{1/2} = 0,707. \quad (19)$$

Следствие 2.5. Если в прямых измерениях достигается абсолютная точность, то есть когда они являются эталонными, результат прямых измерений соответствует истинному значению:

$$X = X_0, \sigma_x^2 = 0, \quad (20)$$

и тогда коэффициент передачи преобразователей в косвенных измерениях:

$$\frac{dx(X_0, \Delta_0)}{dx} = 1. \quad (21)$$

Выводы

1. Оптимальное комплексирование аэрокосмических навигационных систем является важной и актуальной проблемой, решение которой будет способствовать также повышению точности приближенных вычислений, аппроксимации функций, научно обоснованному введению и использованию избыточных объемов измерительной информации, оптимальному построению алгоритмов обработки неравноточных измерений, контролю и диагностированию систем, построению точных комплексов из неточных систем.

2. Сформулирована лемма о свойствах абсолютных погрешностей при прямых и косвенных измерениях. Доказана теорема о необходимых условиях построения математической модели результата косвенных измерений в виде суммы истинного значения измеряемого параметра и аддитивной погрешности измерения.

3. Полученные результаты носят фундаментальный характер и являются теоретической основой построения точных комплексов из неточных систем при неравноточных измерениях.

Литература

1. Copps E.M. Optimal Processing of GPS Signals / E.M. Copps, G.J. Geier, W.C. Fidler, P.A. Grundy // Navigation: Journal of the Institute of Navigation. – 1980. – Vol. 27, № 3. – P. 32-38.

2. Игнатов В.А. Управление информационной избыточностью систем диагностирования и контроля / В.А. Игнатов, Н.В. Боголюбов // Контроль и управление техн. состоянием авиационного и радиоэлектронного оборудования воздушных судов гражд. авиации: сб. научн. тр. КИИГА. – К., 1990. – С. 3-13.

3. Безпека авіації / В.П. Бабака, В.П. Харченко, В.О. Максимов та ін. – К.: Техніка, 2004. – 584 с.

4. Гутер Р.С. Элементы численного анализа и математической обработки результатов опыта /

Р.С. Гутер, Б.В. Овчинский. – М.: Физматгиз, 1962. – 356 с.

5. Теоретическое обоснование оптимального управления обработкой сигналов в интегрированных аэрокосмических навигационных комплексах / В.А. Игнатов, С.А. Кудренко, В.И. Никулин, М.И. Вельдяскина // Авиационно-космическая техника и технология. – 2007. – № 3(39). – С. 66-71.

6. Игнатов В.А. Характеристические числа высокоточных структур структурно-избыточных информационно-измерительных комплексов из относительно неточных систем / В.А. Игнатов, С.А. Кудренко, В.И. Никулин, М.И. Норица // Авиационно-космическая техника и технология. – 2007. – № 1(37). – С. 40-44.

Поступила в редакцию 20.10.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. декан факультета телекоммуникаций и защиты информации Г.Ф. Конахович, Институт информационно-диагностических систем Национального Авиационного Университета, Киев.

НЕОБХІДНІ УМОВИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ ОБРОБКОЮ СИГНАЛІВ В ІНТЕГРОВАНІХ АЕРОКОСМІЧНИХ НАВІГАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ

В.О. Ігнатов, С.О. Кудренко, М.І. Вельдяскіна, В.І. Нікулін

Визначені необхідні умови оптимального управління обробкою сигналів в інтегрованих аерокосмічних навігаційних системах. Сформульована лема про властивості абсолютних погрешностей при прямих і непрямих вимірах. Доведена теорема про необхідні умови побудови математичної моделі результату непрямих вимірів у вигляді суми істинного значення вимірюваного параметра і адитивної похибки виміру. Для цього були проведені прямі виміри фізичної величини з подальшим використанням формули непрямих вимірів, яка є в загальному випадку нелінійною функцією випадкового аргументу. Отримані результати носять фундаментальний характер і є теоретичною основою побудови точних комплексів з неточних систем при нерівноточних вимірах.

Ключові слова: Прямі виміри, непрямі виміри, похибка, математичне очікування, дисперсія, апроксимація, оптимальне комплексування.

THE NECESSARY CONDITIONS OF SIGNALS PROCESSING OPTIMAL MANAGEMENT IN INTEGRATED AEROSPACE NAVIGATION COMPLEXES

V.A. Ignatov, S.A. Kudrenko, M.I. Veldyaskiva, V.I. Nikulin

The necessary conditions of optimum management treatment of signals are estimated in computer-integrated aerospace navigational complexes. A lemma is formulated about properties of absolute errors at direct and indirect measurements. A theorem is well-proved about the necessary terms of mathematical model construction of the indirect measurements results as a sum of truth value of measurable parameter and additive error of measuring. For this purpose were produced the direct measurements of physical value with the subsequent usage of the indirect measurements formula, which is written as nonlinear function of casual argument in general case.

The obtained results can be estimated as carrying fundamental character and may be used as theoretical basis for construction of exact complexes from the inexact systems at the nonlinear measurements.

Key words: Direct measurements, indirect measurements, error, expected value, dispersion, approximation, optimum complexing.

Ігнатов Володимир Алексеевич – д-р техн. наук, професор, заслужений професор кафедри телекомунікаційних систем інститута інформаційно-діагностических систем Національного авіаційного університету, Київ, Україна.

Кудренко Станіслава Алексеевна – аспірант кафедри телекомунікаційних систем інститута інформаційно-діагностических систем Національного авіаційного університету, Київ, Україна, e-mail: ira_kudrenko@ukr.net.

Вельдяскіна Марія Івановна – аспірант кафедри телекомунікаційних систем інститута інформаційно-діагностических систем Національного авіаційного університету, Київ, Україна, e-mail: noritsa@rambler.ru.

Нікулін Вячеслав Ігорович – аспірант кафедри телекомунікаційних систем інститута інформаційно-діагностических систем Національного авіаційного університету, Київ, Україна, e-mail: nikoolin@ukr.net.