

УДК 629.78.054

И.Н. БАНДУРА, И.Ю. ДЫБСКАЯ, И.В. ПХАЙКО*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина***ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО АЛГОРИТМА ДЕМПФИРОВАНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА**

Одним из основных показателей качества систем управления угловым положением космических аппаратов (КА) является расход рабочего тела. Поэтому синтез оптимальных по расходу рабочего тела алгоритмов управления угловым положением КА является актуальным. В статье синтезируется оптимальный алгоритм в одном из режимов работы системы управления угловым положением, а именно демпфирование начальных угловых скоростей КА с использованием управляющих реактивных двигателей стабилизации. При наличии начальных угловых скоростей в трех каналах управления в системе демпфирование осуществляется одновременным включением реактивных двигателей по трем каналам, что приводит к перерасходу рабочего тела. Здесь поставлена задача синтеза оптимального по расходу рабочего тела алгоритма демпфирования начальных угловых скоростей осесимметричного КА, для которого центральные моменты инерции относительно двух осей связанной системы координат КА совпадают.

Ключевые слова: режим демпфирования, оптимальный алгоритм, расход рабочего тела, гашение угловых скоростей, оптимальная траектория движения.

Введение

Система ориентации и стабилизации (СОС) предназначена для управления положением связанных осей объекта относительно осей базовой системы координат в процессе полета [1, 2]. Поэтому СОС должна обеспечивать гашение начальных угловых скоростей после отделения от носителя и участков неориентированного полета; восстановление трехосной орбитальной или инерциальной ориентации из неориентированного положения; развороты объекта для выставки связанных осей в требуемое положение; стабилизацию осей объекта относительно заданного положения, которое может изменяться по определенной программе.

Для решения этих задач СОС работает в следующих режимах [3]:

- 1) демпфирования;
- 2) разворотов;
- 3) стабилизации;
- 4) восстановления ориентации.

Более 60 лет назад в научной литературе появились постановки и решения конкретных экстремальных задач по анализу и синтезу управляемых динамических систем (Б.В. Булгаков, А.А. Фельдбаум). Затем были созданы и общие методы решения таких экстремальных задач (Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Р. Беллман) [4–6]. Постепенно сформировалась новая область математики – оптимальное управление динамиче-

скими системами, или теория оптимизации управляемых систем [7].

Основная задача системы ориентации и стабилизации, работающей в режиме успокоения, заключается в том, чтобы погасить угловую скорость космического корабля относительно инерциального пространства, которая возникает в момент отделения космического корабля от ракеты-носителя и длительного неориентированного полета КЛА [1, 2].

1. Синтез алгоритма демпфирования

Уравнения движения для осесимметричного объекта (примем, что осью симметрии является ось X) записываются в следующем виде (возмущающие моменты предполагаются малыми и не учитываются):

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_X &= m_X, \\ \dot{\omega}_Y - a\omega_Z\omega_X &= m_Y, \\ \dot{\omega}_Z + a\omega_Y\omega_X &= m_Z, \end{aligned} \quad (1)$$

$$a = \frac{I_Z - I_X}{I_Z},$$

где $\omega_X, \omega_Y, \omega_Z$ – проекции угловой скорости КА на оси связанной системы координат;

m_X, m_Y, m_Z – проекции приведенного управляющего момента;

I_X, I_Y, I_Z – моменты инерции объекта относительно осей связанной системы координат.

Приведенные управляющие моменты, создаваемые реактивными микродвигателями, определяются по формуле

$$m_i = \frac{M_i}{I_i} = \frac{P_i l_i}{I_i} = d_i P_i \quad (i = X, Y, Z), \quad (2)$$

где l_i – плечо,

M_i – управляющий момент,

P_i – тяга двигателя,

$d_i = \frac{l_i}{I_i}$ – постоянная величина и удовлетворяют

ограничениям $|m_i| \leq m_{im}$.

Допустим, в начальный момент времени составляющие угловой скорости удовлетворяют соотношению $\omega_i = \omega_{i0}$. Найдем свободное движение объекта путем интегрирования системы (1) при $m_i = 0$:

$$\begin{aligned} \omega_X &= \omega_{X0}, \\ \omega_Y &= \omega_{Y0} \cos(a\omega_{X0}t) + \omega_{Z0} \sin(a\omega_{X0}t), \\ \omega_Z &= \omega_{Z0} \cos(a\omega_{X0}t) - \omega_{Y0} \sin(a\omega_{X0}t). \end{aligned} \quad (3)$$

Систему (3) можно записать в более удобном виде:

$$\begin{aligned} \omega_X &= \omega_{X0}, \\ \omega_Y &= r_0 \sin(\alpha' + \alpha_0), \\ \omega_Z &= r_0 \cos(\alpha' + \alpha_0), \\ r_0 &= \sqrt{\omega_{Y0}^2 + \omega_{Z0}^2}, \end{aligned} \quad (4)$$

$\alpha' = a\omega_{X0}t$ – текущий угол между проекцией вектора угловой скорости на плоскость $\omega_Z\omega_Y$ и осью ω_Z в начальный момент.

В фазовом пространстве траектория движения изображающей точки для системы (4) имеет вид, показанный на рис. 1.

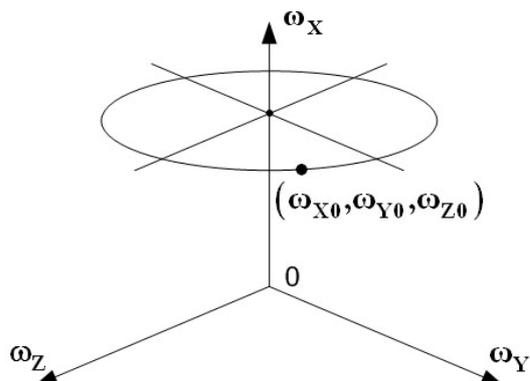


Рис. 1. Траектория движения в фазовом пространстве изображающей точки

Скорость движения изображающей точки определяется как

$$\dot{\alpha} = a\omega_X. \quad (5)$$

Расход рабочего тела при гашении угловых скоростей можно рассчитать по формуле

$$G = \sum G_{C_i} \cdot t_i \quad (i = X, Y, Z), \quad (6)$$

где $G_{C_i} = \frac{P_i}{P_{уд_i}}$ – секундный расход рабочего тела в

i -м канале;

$P_{уд_i}$ – удельный импульс тяги двигателя;

$t_i = \frac{\omega_i}{m_i}$ – время гашения скорости в i -м канале.

Подставляя значения G_{C_i} и m_i в выражение (6), получим

$$G = \sum \left| \frac{\omega_i}{P_{уд_i} d_i} \right| \quad (i = X, Y, Z). \quad (7)$$

Исключая в (6) ω_i с помощью (7), найдем зависимость расхода от величины угла $\alpha = \alpha' + \alpha_0$:

$$G = \frac{|\omega_{X0}|}{P_{удX} d_X} + \frac{r_0 |\sin(\alpha' + \alpha_0)|}{P_{удY} d_Y} + \frac{r_0 |\cos(\alpha' + \alpha_0)|}{P_{удZ} d_Z}. \quad (8)$$

При неограниченном времени демпфирования T минимизируем функцию (8). Считая $P_{уд_i}$ постоянной величиной, найдем минимальное значение G . Производная от этой величины является кусочно-непрерывной функцией, исследуя которую можно установить, что зависимость (8) достигает минимумов при $\alpha = \pi n$ и $\alpha = (1+n)\frac{\pi}{2}$ ($n = 0, 1, \dots$). Абсолютный минимум получаем при $\alpha = \pi n$, если $P_{удY} d_Y < P_{удZ} d_Z$, и при $\alpha = (1+n)\frac{\pi}{2}$ ($n = 0, 1, \dots$), если $P_{удY} d_Y > P_{удZ} d_Z$. В случае $P_{удY} d_Y = P_{удZ} d_Z$ минимальное значение G при $\alpha = \pi n$ и $\alpha = (1+n)\frac{\pi}{2}$ ($n = 0, 1, \dots$) равны. Для определенности предположим, что $P_{удY} d_Y < P_{удZ} d_Z$, в этом случае

$$G_{min} = \frac{|\omega_{X0}|}{P_{удX} d_X} + \frac{r_0}{P_{удZ} d_Z}. \quad (9)$$

При неограниченном времени демпфирования алгоритм управления следующий. Сначала гасится скорость ω_{X0} таким образом, что изображающая точка при $\omega_X = 0$ попадает в плоскость $\omega_Z\omega_Y$ на ось $\omega_Z(\omega_Y)$ (при этом $\omega_Y(\omega_Z) = 0$, $\omega_Z(\omega_Y) = r_0$). После этого производится гашение угловой скорости по $\omega_Z(\omega_Y)$. Оптимальная траектория имеет вид, показанный на рис. 2.

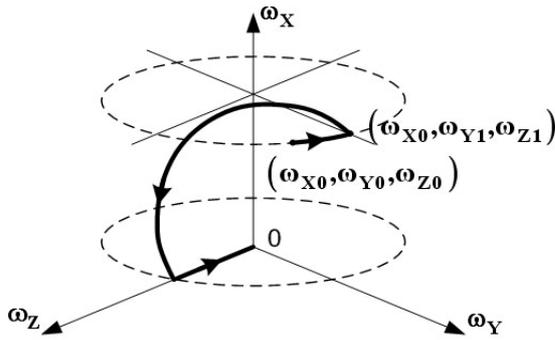


Рис. 2. Оптимальная траектория

Процесс оптимального демпфирования можно разбить на два участка:

1) управление угловой скоростью ω_X в течение времени T_X ;

2) управление скоростью r_0 в течение времени T_Z .

Управление на первом участке обеспечивает поворот вектора \vec{r}_0 на угол $\alpha_0 - \alpha_1$, а затем гашение ω_X , где α_1 – угол между проекцией вектора угловой скорости на плоскость $\omega_Z\omega_Y$ и осью ω_Z в момент начала гашения скорости ω_{X0} (рис. 3).

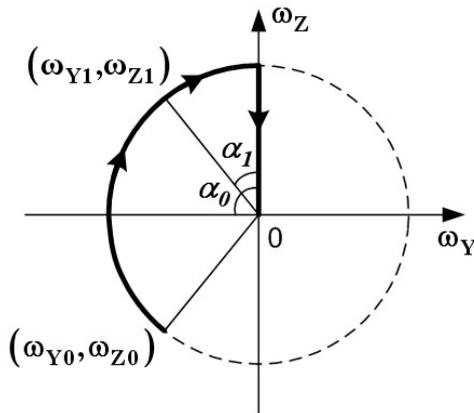


Рис. 3. Процесс оптимального демпфирования

Длительность первого участка

$$T_X = \frac{\alpha_0 - \alpha_1}{\dot{\alpha}} + \frac{\dot{\alpha}}{\alpha d_X P_X}, \quad (10)$$

длительность второго участка

$$T_Z = \frac{r_0}{d_Z P_Z}, \quad (11)$$

поэтому суммарное время оптимального демпфирования начальных угловых скоростей составляет

$$T = T_X + T_Z = \frac{\alpha_0 - \alpha_1}{\dot{\alpha}} + \frac{\dot{\alpha}}{\alpha d_X P_X} + \frac{r_0}{d_Z P_Z}. \quad (12)$$

2. Моделирование динамики системы управления в режиме демпфирования

Промоделируем алгоритм демпфирования для конкретного объекта с помощью прикладного пакета программы MatLab Simulink. Машинная модель системы приведена на рис. 4. На схеме блоки Step, Step1, ..., Step5 задают внешние моменты, действующие на КА, блоки констант задают значения моментов инерции I_X, I_Y, I_Z объекта относительно осей связанной системы координат.

Блок DEE (Differential Equation Editor – блок решения дифференциальных уравнений) реализует систему уравнений (1) и задание ненулевых начальных скоростей, приведенных в табл. 1. В блоки Transfer Fnc вводим передаточные функции, описывающие динамику датчиков угловых скоростей относительно соответствующих осей КА. Блоки Dead Zone (зона нечувствительности) и Saturation (насыщение) отражают нелинейности, присущие статическим характеристикам датчиков. Задача заключается в обеспечении гашения угловых скоростей КА до нуля относительно всех координатных осей.

Таблица 1

Начальные значения угловых скоростей

ω_{X0}	$4^0/c$
ω_{Y0}	$-2^0/c$
ω_{Z0}	$2^0/c$

Реализуемый алгоритм:

1. Задаем начальные условия (моделируем для значений табл. 1.)

2. Измеряем ω_Y и ω_Z и определяем угол $\alpha = \alpha_0 + \alpha'$ и скорость $\dot{\alpha}$ (5):

$$\alpha_0 = \arctg \frac{\omega_{Y0}}{\omega_{Z0}} + \frac{\pi}{2} (1 - \text{sign } \omega_{Z0}).$$

Рассчитанные значения углов и угловой скорости приведены в табл. 2.

Таблица 2

Рассчитанные значения углов и угловой скорости

$\dot{\alpha}, ^0/c$	3,2
$\alpha', ^0$	$3,2t$
$\alpha_0, ^0$	-45
$\alpha, ^0$	$3,2t-45$

3. При $m_i = 0$ ожидаем момент времени, когда $\omega_Y = 0$ или $\omega_Z = 0$.

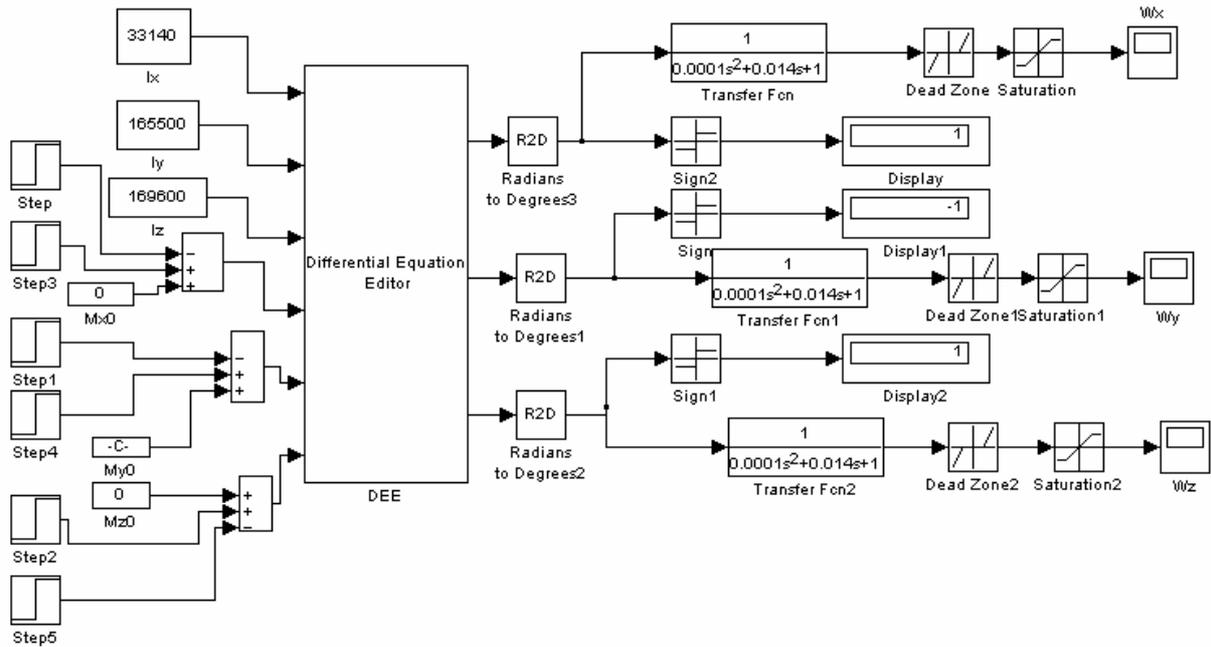


Рис. 4. Схема моделирования системы в режиме демпфирования

4. Включаем m_X и при достижении $\omega_X=0$ отключаем m_X .

5. Включаем m_Z либо m_Y и при достижении $\omega_Z=0$ или $\omega_Y=0$ отключаем m_Z или m_Y .

Результаты моделирования приведены на рис. 5.

В момент времени $t=13,985$ с составляющая угловой скорости $\omega_Y=0$. Так как $\omega_X > 0$, включаем двигатели и подаем отрицательный момент равный M_X . В момент времени $t=15,88$ с $\omega_X=0$. Так как $\omega_Z > 0$ включаем двигатели и подаем отрицательный момент M_Z . В момент времени $t=19,066$ с все составляющие угловой скорости равны 0. Следовательно, время гашения скоростей составило 19,066 сек.

$$t_{\text{вкл } m_X} = 1,9 \text{ с}; t_{\text{вкл } m_Z} = 3,18 \text{ с}.$$

Найдем оптимальный и неоптимальный расход рабочего тела:

$$G_{i\text{опт}} = G_{\text{сек } i} \cdot t_i, \quad (13)$$

$$G_{i\text{неопт}} = G_{\text{сек } i} \cdot \frac{|\omega_{i0}|}{m_i}. \quad (14)$$

$G_{\text{сек } X,Z} = 0,318$ кг/с, $G_{\text{сек } Y} = 0,159$ кг/с – секундный расход рабочего тела.

Рассчитанные значения оптимального и неоптимального расхода топлива представлены в табл. 3. Как видно из табл. 3, при использовании предложенного алгоритма достигается уменьшение расхода топлива на 0,857 кг, что является существенным для КА.

Таблица 3

Рассчитанные значения оптимального и неоптимального расхода рабочего тела

Время оптимального гашения скоростей	Время неоптимального гашения скоростей	$G_{\text{опт}}$	$G_{\text{неопт}}$	$\Delta G = G_{\text{неопт}} - G_{\text{опт}}$
$t_{\text{вкл } m_X} = 1,9 \text{ с}$ $t_{\text{вкл } m_Z} = 3,18 \text{ с}$	$\frac{ \omega_{X0} }{m_X} = 1,886 \text{ с};$ $\frac{ \omega_{Y0} }{m_Y} = 7,273 \text{ с};$ $\frac{ \omega_{Z0} }{m_Z} = 2,251 \text{ с}.$	1,615 кг	2,472 кг	0,857 кг

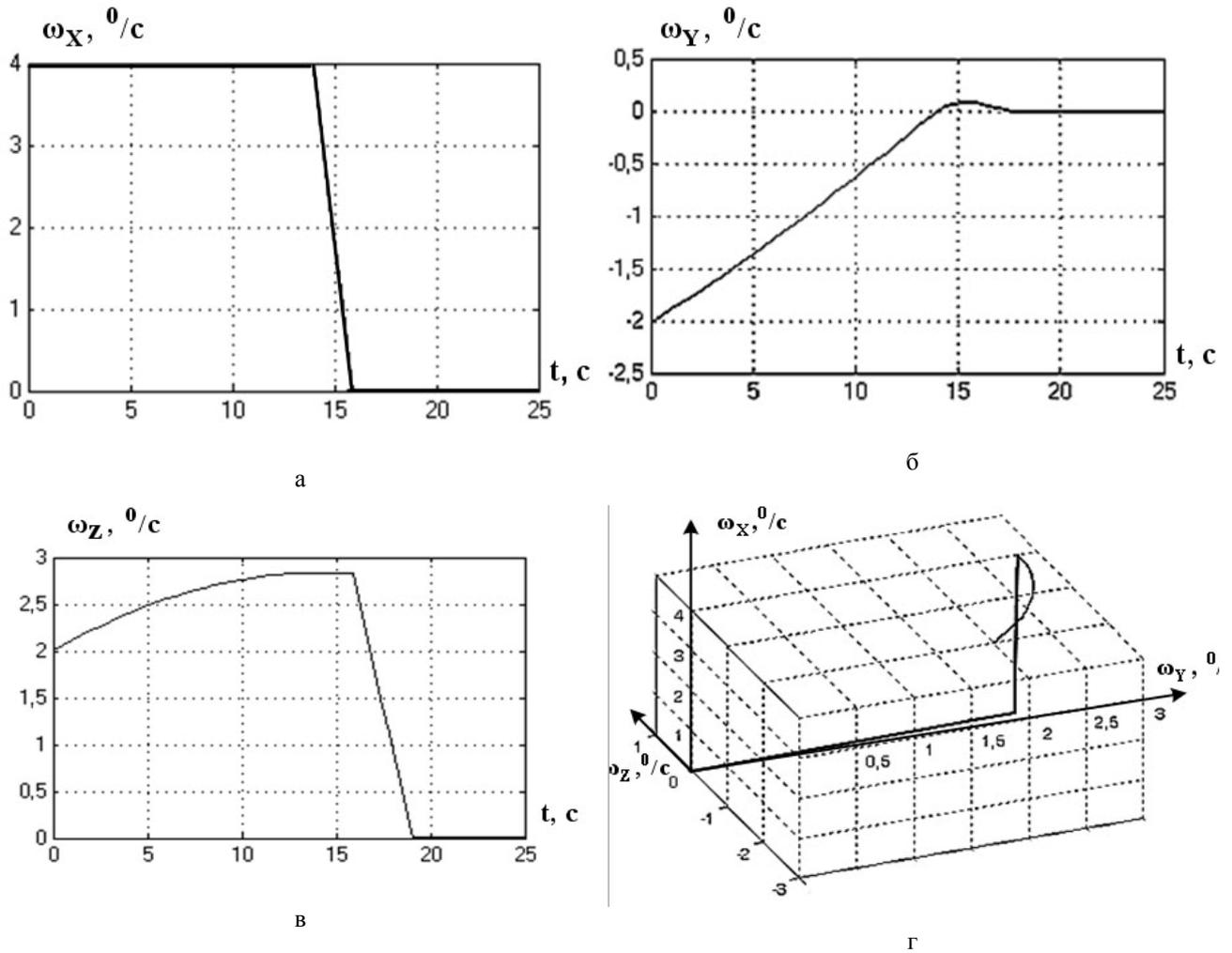


Рис. 5. Изменение угловых скоростей (а, б, в) и оптимальная траектория движения (г)

Заключение

Получен оптимальный по расходу рабочего тела алгоритм демпфирования начальных угловых скоростей космического аппарата, заключающийся в такой последовательности операций: свободное угловое движение (без управления), при котором обеспечивается поворот вектора \bar{T}_0 на угол $\alpha_0 - \alpha_1$; управление угловой скоростью ω_x , при котором производится гашение скорости ω_{x0} ; управление угловой скоростью \bar{T}_0 , при котором происходит гашение скорости t_0 .

Проведено моделирование системы управления по синтезированному алгоритму, получены графики, отражающие гашение угловых скоростей, а также оптимальная траектория движения. Проведен расчет расхода рабочего тела, из которого следует, что при оптимальном управлении уменьшается расход рабочего тела.

Дальнейшие исследования предусматривают проведение полунатурного моделирования системы стабилизации и ориентации КА в режиме гашения угловых скоростей КА.

Литература

1. Разыграев А.П. Основы управления полетом космических аппаратов и кораблей / А.П. Разыграев. – М.: Машиностроение, 1977. – 472 с.
2. Алексеев К.Б. Управление космическими летательными аппаратами / К.Б. Алексеев, Г.Г. Бебинин. – М.: Машиностроение, 1974. – 340 с.
3. Каргу Л.И. Системы угловой стабилизации космических аппаратов / Л.И. Каргу. – М.: Машиностроение, 1973. – 176 с.
4. Раушенбах Б.В. Управление ориентацией космических летательных аппаратов / Б.В. Раушенбах, Е.Н. Токарь. – М.: Наука, 1974. – 598 с.
5. Разоренов Г.Н. Системы управления летательными аппаратами (баллистическими ракетами и их головными частями) / Г.Н. Разоренова,

Э.А. Бахранов, Ю.Ф. Титов. – М.: Машиностроение, 2003. – 584 с.

6. Рюмин М.Н. Переориентация существенно несимметричного космического летательного аппарата с двигателями-маховиками / М.Н. Рюмин // XIII Мінародна конференція з автоматичного управління (Автоматика-2006).

Вінниця, 25-28 вересня 2006 р. – Вінниця, 2006. – С. 263.

7. Александров В.В. Оптимальное управление движением / В.В. Александров, В.Г. Болтянский, С.С. Лемак, Н.А. Парусников, В.М. Тихомирова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 376 с.

Поступила в редакцию 25.11.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф., проф. кафедры автоматизации и управления в технических системах А.И. Рогачев, Национальный технический университет „Харьковский политехнический университет”, Харьков.

ДОСЛІДЖЕННЯ ОПТИМАЛЬНОГО АЛГОРИТМУ ДЕМПФІРУВАННЯ КОСМІЧНОГО АПАРАТУ

І.М. Бандура, І.Ю. Дибська, І.В. Пхайко

Одним з основних показників якості систем управління кутовим положенням космічних апаратів (КА) є витрати робочого тіла. Тому синтез оптимальних по витратам робочого тіла алгоритмів управління кутовим положенням КА є актуальним. У статті синтезується оптимальний алгоритм в одному з режимів роботи системи управління кутовим положенням, а саме демпфювання початкових кутових швидкостей КА з використанням керуючих реактивних двигунів стабілізації. При наявності початкових кутових швидкостей у трьох каналах керування в системі демпфювання здійснюється одночасним включенням реактивних двигунів по трьох каналах, що приводить до перевитрат робочого тіла. Тут поставлена задача синтезу оптимального по витраті робочого тіла алгоритму демпфювання початкових кутових швидкостей вісесиметричного КА, для якого центральні моменти інерції щодо двох осей зв'язаної системи координат КА збігаються.

Ключові слова: режим демпфювання, оптимальний алгоритм, витрати робочого тіла, гасіння кутових швидкостей, оптимальна траєкторія руху.

RESEARCH OF OPTIMUM ALGORITHM OF DAMPING MODE OF SPACE VEHICLE

I.N. Bandura, I.G. Dibskaya, I.V. Pkhaiko

One of basic indexes of quality of the control systems by angular position of space vehicles (SV) is the fuel consumptions. Therefore synthesis of optimum on the expense of working body of algorithms of management by angular position SV is actual. An optimum algorithm in of important mode of the control system by angular position is synthesized in the article, namely damping of initial angular velocities SV with the use of control jets of stabilization. At presence of initial angular velocities in three channels of control in the system damping is carried out by the simultaneous switching ramjets on three channels, that results in significant fuel consumption. The task of synthesis of damping of initial angular velocities of symmetric optimum on the fuel consumption is presented, for which central moments of inertia in relation to two axes of the linked system of coordinates SV coincide.

Key words: damping mode, optimum algorithm, fuel consumption, damping angular speed, motion optimum trajectory.

Бандура Иван Николаевич – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры систем управления летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

Дыбская Ирина Юрьевна – канд. техн. наук, доцент кафедры систем управления летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: irinadyb@gmail.com.

Пхайко Ирина Викторовна – магистрант кафедры систем управления летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.