

УДК 621.01:629.7.01

А.В. ТОМАШЕВСКИЙ, Г.В. СНЕЖНОЙ

Запорожский национальный технический университет, Украина

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО КРИТЕРИЯ ВАЛЬДА ДЛЯ ОБНАРУЖЕНИЯ «РАЗЛАДОК» ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ

Технологические операции, используемые при изготовлении авиадвигателей, рассмотрены как стохастические динамические системы и поставлена задача об обнаружении их «разладки». Принято, что состоящие технологической операции характеризуют показатели качества выпускаемой продукции. Поставленная задача заключается в проверке статистических гипотез относительно параметров распределения контролируемых показателей качества. Для проверки гипотез предложено использовать последовательный критерий Вальда, что привело к необходимости вычисления кумулятивных сумм на каждом шаге проверки. Получено общее выражение для слагаемых кумулятивной суммы, расширяющее возможности использования данного критерия для случаев, когда распределение показателя качества отлично от нормального. Полученные результаты создают теоретическую основу для разработки методов обнаружения «разладки» точности технологических операций и перспективны для использования при диагностике состояния авиадвигателей.

авиадвигатель, задача о «разладке», последовательный критерий Вальда, метод кумулятивных сумм, технологические операции, стохастические динамические системы

Введение

1. Задача о «разладке» как научно-практическая задача. Качество выпускаемых авиадвигателей, как и других изделий машиностроений, во многом определяется стабильностью технологических операций. К нарушению стабильности может привести большое число разнообразных факторов, выяснение физической сущности которых, как правило, довольно сложно и трудоемко. Для поддержания стабильности технологических операций нашёл широкое применение метод, известный как статистическое регулирование, и заключающийся в своевременном обнаружении «разладки» технологической операции и её последующей корректировке с помощью управляющего воздействия. Поэтому при статистическом регулировании необходимо решение двух задач: обнаружение «разладки» и определение оптимального управляющего воздействия.

Обнаружение «разладки» должно произойти как можно быстрее с минимальным числом ложных сигналов о «разладке». Своевременность обнаружения «разладки» при изготовлении деталей, комплек-

тующих авиадвигатель, позволяет повысить их качество, тем самым уменьшить вероятность выпуска потенциально ненадежных изделий. Ложные сигналы о «разладке» приводят к проведению ненужных наладок, повышая тем самым трудоемкость изготовления авиадвигателей.

Таким образом, задача о «разладке» технологических операций представляет собой важную научно-практическую задачу.

2. Обзор публикаций и выделение нерешенных задач. Технологические операции в машиностроении можно рассматривать как случайные процессы с изменяющимися в случайные моменты времени характеристиками. Исследованию таких процессов посвящены многие работы (см., например, фундаментальные работы А. Вальда [1], Ширяева А.Н. [2], из последних публикаций можно отметить [3]).

Пусть информация о случайном процессе поступает последовательно во времени, и в некоторый (заранее неизвестный) момент происходит изменение какой-либо вероятностной характеристики про-

цесса (в общем случае, функции распределения). Спрашивается, как обнаружить произошедшее изменение скорейшим образом после того, как оно возникло, но так, чтобы при этом ложные сигналы тревоги не были слишком частыми? Эта задача получила название задачи о «разладке».

Первые работы, посвященные задаче скорейшего обнаружения «разладки» технологических операций были опубликованы еще в 30-х годах. Однако строгой теории тогда построено не было. В 50-х годах появились работы Пейджа, где был предложен метод обнаружения «разладки», основанный на последовательном критерии Вальда и получивший впоследствии название метода кумулятивных сумм.

В 1959 году Колмогоров и Ширяев предложили формальную постановку задачи «последовательного обнаружения спонтанно возникающих эффектов», которая несколько позже была, также, определена как задача о «разладке» (нормального состояния объекта, технологического процесса и т.д.). В цикле работ 1959-1965 годов Ширяев нашел оптимальное решение этой задачи в ситуации полной априорной информации о функции распределения наблюдений и момента «разладки».

Результаты теоретических исследований задачи о «разладке» послужили основой для разработки ряда нормативных документов по статистическому регулированию технологических процессов.

Современные исследования в этой области определяются как задача мониторинга состояния многомерных динамических стохастических систем на основе последовательных наблюдений.

Несмотря на большой объем публикаций по методам обнаружения «разладки», существует множество нерешенных открытых проблем и задач в этой области, среди которых выделим задачу обнаружения «разладки» при различных, отличных от нормального, законах распределения контролируемой характеристики (параметра состояния). Особое значение эта задача имеет для обеспечения качества выпускаемой продукции на этапе производства при

поддержании стабильности технологических операций с помощью статистического регулирования.

Изложение материалов исследования и анализ полученных результатов

Объектом исследования являются технологические операции механической обработке деталей для авиадвигателей. Эти операции рассматриваются как многомерные стохастические динамические системы, состояние которых контролируется параметром состояния y с известной функцией распределения $F(y, \theta)$, где θ – параметры распределения.

Общую схему взаимосвязей входных, выходных переменных и случайных воздействий в такой стохастической системе удобно представить моделью «черного ящика» (рис. 1). Процессы, происходящие в «ящике» из рассмотрения исключаются, исследуются только связи входных и выходных переменных.



Рис. 1. Общая схема представления технологической операции как стохастической динамической системы

Обозначим: x – входные переменные, описывающие «предысторию» реальной системы; y – выходные переменные (показатели качества выпускаемых изделий); ε – случайные (неконтролируемые) факторы, влияние которых на y трудно учесть (измерить); ω – внешние управляющие воздействия.

В общем случае, $y = \{y_1, y_2, y_3, \dots\}$ – это многомерная динамическая характеристика состояния технологической операции, зависящая от совокупности входных переменных x , отражающая влия-

ние различных технологических факторов и управляющих воздействий ω , случайных факторов ε и времени t . Величины x , ε , ω – также многомерные величины. Так как процедура статистического регулирования одинакова для любого показателя состояния из составляющих всю совокупность y , в дальнейшем ограничимся одномерным случаем. Будем рассматривать один выходной показатель состояния, который обозначим y и одно управляющее воздействие ω . Влияние на показатель y случайных факторов ε обуславливает случайный динамический характер изменения этой величины.

Таким образом, показатель состояния технологической операции y рассматривается как случайная величина, основной характеристикой которой является распределение вероятностей её значений $F(y, \theta)$.

Предположим: выборочные наблюдения независимы; в произвольный момент времени изменяется один из параметров распределения при неизменности остальных параметров; промежутки времени между наблюдениями могут быть неодинаковы.

Изменение состояния наблюдаемого объекта обнаруживается по изменению некоторого параметра распределения θ от значения θ_0 до θ_1 . Необходимо, исходя из выборочных наблюдений $y_1, y_2, \dots, y_n, y_{n+1}, y_{n+2}, \dots, y_m$, проверить нулевую гипотезу о том, что y_1, y_2, \dots, y_m взяты из совокупности с функцией распределения $F(y, \theta_0)$, против альтернативной, заключающейся в том, что наблюдения y_1, y_2, \dots, y_n принадлежат совокупности с $F(y, \theta_0)$, а наблюдения $y_{n+1}, y_{n+2}, \dots, y_m$ – совокупности с $F(y, \theta_1)$. Эту задачу можно определить задачей обнаружения изменения параметра функции распределения последовательных наблюдений или задачей о «разладке» технологической операции.

Таким образом, $F(y, \theta_0)$ – распределение показателей состояния технологической операции до

«разладки», $F(y, \theta_1)$ – распределение показателей после «разладки».

Постановка задачи о «разладке» технологической операции приводит к формулировке гипотез:

H_0 – процесс находится в налаженном состоянии, «разладка» отсутствует, $H_0: F(y, \theta) = F(y, \theta_0)$;

H_1 – процесс вышел из налаженного состояния, возникла «разладка», $H_1: F(y, \theta) = F(y, \theta_1)$.

Сущность проверки гипотез H_0 и H_1 с помощью последовательного критерия Вальда заключается в следующем.

При условии независимости выборок вероятность получения значений y_1, y_2, \dots, y_n равна:

$$P_{0n} = f(y_1, \theta_0) f(y_2, \theta_0) \dots f(y_n, \theta_0),$$

если верна гипотеза H_0 , и

$$P_{1n} = f(y_1, \theta_1) f(y_2, \theta_1) \dots f(y_n, \theta_1),$$

если верна гипотеза H_1 .

При известной функции плотности вероятности $f(y, \theta)$ можно определить величину $Z_n = \ln(P_{1n} / P_{0n})$, которая получила название кумулятивная сумма. При статистическом регулировании значения кумулятивной суммы Z_n накапливаются последовательно по мере взятия выборок.

Нулевая гипотеза H_0 принимается, если $Z_n \leq \ln((1-\beta) / \alpha)$, альтернативная H_1 , т.е. о наличии «разладки» – если $Z_n > \ln((1-\beta) / \alpha)$, где θ и β – ошибки первого и второго рода, соответственно. Наблюдения за процессом продолжаются, если приведенные условия принятия гипотез не выполнены.

Процедура проверки гипотез H_0 и H_1 с помощью последовательного критерия Вальда положена в основу статистического регулирования технологических операций методом контрольных карт кумулятивных сумм. Однако основной предпосылкой использования карт кумулятивных сумм является нормальное распределение контролируемого параметра состояния технологической операции. Данное

требование не всегда выполнимо и всегда не выполнимо, если необходимо обнаруживать «разладку» в изменении точности технологической операции. Точность, как известно, определяется рассеиванием контролируемого показателя качества выпускаемых изделий.

Выделим класс распределений, особенностью которых является возможность представления плотности распределений вероятностей получения случайной величины x в виде

$$f(x, \theta) = h(x, \theta) \exp[\varphi(x, \theta)], \quad (1)$$

где $h(x, \theta)$, $\varphi(x, \theta)$ – некоторые функции;

θ – параметры распределения.

В класс распределений вида (1) включаются такие распределения, как нормальное, вейбулловское, экспоненциальное и гамма-распределение.

При нормальном законе распределения эффективность метода кумулятивных сумм достаточно исследована [4] и на основе этого метода разработаны контрольные карты кумулятивных сумм выборочного среднего.

Общая процедура статистического регулирования с помощью контрольных карт заключается в следующем. На контрольных картах отмечают определенную статистику, полученную по результатам выборочного контроля, и границы регулирования, ограничивающие область допустимых значений статистики.

Выход статистики за границы регулирования (или появление ее на самой границе) служит сигналом о «разладке» технологического процесса (операции). Возникновение «разладки» требует поиска причин, вызвавших «разладку» и их устранение. Если такие причины не будут выявлены, то необходимо компенсировать их действие с помощью управляющих технологических факторов. При невозможности устранить «разладку» технологического процесса с помощью управляющих факторов – выпуск продукции останавливается и разрабатыва-

ются и осуществляются мероприятия по совершенствованию процесса.

Таким образом, контрольная карта позволяет не только обнаруживать «разладку» процесса, но и помогает выявлять причины возникновения «разладки». Кроме того, контрольная карта служит документом, который может быть использован для принятия обоснованных решений по улучшению качества продукции.

На основании анализа результатов контрольных карт за достаточно длительный промежуток времени может быть принято решение о пересмотре допуска на контролируемый параметр, либо это может послужить достаточным основанием для замены или модернизации оборудования.

Контрольные карты нашли широкое распространение в современных системах оперативного мониторинга технологических процессов на промышленных предприятиях. В частности, использованы в мощной компьютерной системе контроля качества *SEWSS (STATISTICA Enterprise-Wide SPC System)* компании **StatSoft** [6]. Система *SEWSS* отличается своим дружелюбным интерфейсом, в ней представлено большое число различных контрольных карт, в том числе и контрольные карты кумулятивных сумм (CUSUM) выборочного среднего.

Для случая, если закон распределения отличается от нормального, на основе выражения (1) применение последовательного критерия Вальда приводит к кумулятивным суммам, слагаемые которых будут представлять собой функцию $G = G(x, \theta_0, \theta_1)$:

$$G = \varphi_1 - \varphi_0 + \ln h(x, \theta_1) - \ln h(x, \theta_0), \quad (2)$$

где $\varphi_0 = \varphi(x, \theta_0)$; $\varphi_1 = \varphi(x, \theta_1)$. В

Таким образом, $G(x, \theta_0, \theta_1)$ – общее выражение, позволяющее получать кумулятивные суммы для распределений вида (1). Использование выражения (2) дает возможность разработать контрольные карты кумулятивных сумм для случаев распределения Вейбулла и для гамма-распределения.

Распределение Вейбулла широко используется в теории надежности, например, при определении вероятности безотказной работы, интенсивности отказов.

Гамма-распределению подчиняется такая характеристика рассеивания, как дисперсия нормально-распределенной случайной величины. Использование выражения (2) дает возможность разработать контрольные карты кумулятивных сумм для обнаружения «разладки» точности технологической операции. Своевременное и обоснованное обнаружение снижения точности технологических операций, безусловно, повысит качество выпускаемой продукции.

Основной предпосылкой для предлагаемого решения задачи о «разладке» на основе последовательного критерия Вальда является исследование закона распределения контролируемого показателя качества, что представляет собой непростую задачу, так как контролируемый показатель y – величина, зависящая от времени. Примеры исследований распределений показателей качества изделий можно найти в [5].

Требуется дальнейшего изучения вопрос о времени обнаружения «разладки» и числе «ложных» тревог при статистическом регулировании технологических операций для случаев, если закон распределения отличается от нормального.

Выводы

Технологические операции механической обработки деталей для авиадвигателей рассмотрены как сложные стохастические динамические объекты. Для повышения качества выпускаемых двигателей предлагается усовершенствование используемых методов статистического регулирования на основе последовательного критерия Вальда.

Для расширения возможностей использования критерия Вальда выведено общее выражение для

слагаемых кумулятивной суммы, что дает возможность использовать критерий для случаев, когда распределение контролируемого показателя качества отлично от нормального. Полученное выражение создает теоретические предпосылки для разработки новых эффективных методов обнаружения «разладки» точности технологических операций и перспективны для использования при диагностике состояния авиадвигателей и при директивных испытаниях на надежность.

Литература

1. Вальд А. Последовательный анализ. – М.: Наука, 1980. – 326 с.
2. Ширяев А.Н. Статистический последовательный анализ. – М.: Наука, 1976. – 272 с.
3. Салов Г.И. Задача о разладке для скачкообразного марковского процесса // Индустриальная математика: – 2008. – 11:1. – С.111–121.
4. Бендерский А.М., Томашевский А.В. Некоторые вопросы теории метода кумулятивных сумм // Научные труды ВНИИС. – 1980. – Вып. 40. – С. 83-93.
5. Томашевський О.В., Риси́ков В.П. Комп'ютерні технології статистичної обробки даних. – Запоріжжя: Запорізький національний технічний університет, 2006. – 175 с.
6. SEWSS – корпоративная система статистического контроля качества [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.spc-consulting.ru/QA-Products/SEWSS.htm>.

Поступила в редакцию 30.05.2008

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. В.В. Погосов, Запорожский национальный технический университет, Запорожье.