

УДК 629.7.054

Е.А. КЛАДУН

Национальный технический университет Украины «КПИ», Киев, Украина

УПРУГОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СЛОИСТОЙ ПЛАСТИНЫ С АКУСТИЧЕСКИМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

Строится расчетная модель упругого взаимодействия слоистой пластины с акустическим излучением. Устанавливаются закономерности изгибного движения при учете рассеяния энергии только в заполнителе.

акустическое излучение, расчетная модель, звуковая волна, антисимметричная составляющая, срединная плоскость, изгибные колебания

Введение

Постановка проблемы и ее связь с научно-практическими задачами. В натурных условиях поток акустической мощности, как известно, составляет $0,3...1,0$ мВт м^{-2} [1]. Таким образом, инжектируемая в окружающую среду энергия двигателей летательных аппаратов той своей частью, которая реализуется в виде проникающего акустического излучения, будет оказывать влияние на элементы механических конструкций. Следствием этого влияния является вибрация поверхности в достаточно широком спектре частот при случайном, в общем случае, распределении амплитуды.

При полете самолета в течении 1 часа, энергия акустических колебаний равна $3,6...14,4$ и $2,9...5,8$ мДж соответственно для стратегической бомбардировочной авиации и тактической палубной авиации.

Таким образом, звуковые волны генерируют в элементах конструкции многомерные нелинейные колебания, которые в своей совокупности приводят к существенному изменению динамических характеристик. При этом создаются предпосылки возникновения локальных особенностей резонансного типа – волновое совпадение (пространственный резонанс) и частотно-пространственный резонанс. Учет этого явления представляется необходимым не

только на этапе конструкторских разработок, но и при проведении полетных испытаний.

Обзор публикаций и выделение нерешенных задач. Из всего многообразия предлагаемых задач, остановимся на одной – взаимодействии звуковых волн с плоско – параллельной пластиной, внутри которой имеется наполнитель (рис. 1).

Изгибные колебания свободно опираемой квадратной пластины при симметричном нагружении изучались, например, в работе [2], в случае жесткого закрепления – в [3]. Дифракция звуковых волн тонкими пластинами анализировалась в работах [4, 5].

Как правило, изучалась динамика бесконечных по протяженности пластин. Все изучение строилось, в основном, на анализе собственного движения.

Вместе с тем, природа возмущенного движения механических конструкций в акустических полях представляет собой еще недостаточно изученную сферу. Устранению этого пробела посвящена данная работа. В качестве объекта исследований выбрана наиболее сложная, плоско – параллельная, модификация плоских элементов.

Постановка задачи данного исследования. Слоистые среды – частный случай неоднородных сред, свойства которых существенно изменяются вдоль одной координаты – перпендикулярно плоскостям слоев. Структура многослойных конструк-

ций определяется количеством, размерами, физико-механическими свойствами слоев, а также общей толщиной, которая либо фиксирована, либо устанавливается методами оптимизации по заданному критерию качества.

Задачи оптимального проектирования конструкций из конечного набора материалов обладают особенностями, не позволяющими эффективно использовать для их решения, например, методы математического программирования и некоторые другие. Если анализировать плоские панели с числом слоев не более s , которые можно составить из m материалов, то число вариантов будет равно s^m . С помощью ЭВМ за определенное время можно рассмотреть достаточное число вариантов оптимального сочетания слоев и решить задачу в общем виде [5]. Однако мы конкретизируем нашу цель и выберем самый простой из всех возможных – вариант плоской трехслойной конструкции.

Как и в предыдущих случаях, рассмотрим прохождение звука через бесконечную пластину, что даст возможность при определенных условиях решить плоскую задачу и использовать одномерные уравнения для построения математической модели трехслойной конструкции с жестким наполнителем.

Изложение основного материала с обоснованием полученных результатов

Механическая модель прохождения звуковой волны давления через трехслойную преграду изображена на рис. 1.

Пусть звуковое давление в падающей, отраженной и прошедшей волнах изменяется по законам:

$$P_1 = P_{10} \exp i[\omega t - k_0 y \sin \theta - k_0(z + h + \delta) \cos \theta];$$

$$P_2 = P_{20} \exp i[\omega t - k_0 y \sin \theta + k_0(z + h + \delta) \cos \theta];$$

$$P_3 = P_{30} \exp i[\omega t - k_0 y \sin \theta - k_0(z - h - \delta) \cos \theta].$$

Тогда, пренебрегая нелинейными членами, одномомерную математическую модель антисимметрич-

ных и симметричных колебаний можно представить в виде:

$$\begin{aligned} b_1 W_a^{III} + b_2 \ddot{W}_a^{II} + b_3 W_a^I + b_4 \varphi^{II} + b_5 \dot{\varphi} - b_3 \varphi = 0; \\ c_1 W_a^{IV} + c_2 \ddot{W}_a^{II} - b_3 W_a^{II} + c_3 \ddot{W}^{II} + b_1 \varphi^{III} + \\ + b_2 \ddot{\varphi}^I + b_3 \varphi^I = \end{aligned} \quad (1)$$

$$= -(P_{10} + P_{20} - P_{30}) \exp i(\omega t - k_0 y \sin \theta);$$

$$a_1 W_c^{IV} + a_2 \ddot{W}_c^I + a_4 W_c^I + a_4 U^{II} + c_3 \ddot{U} = 0; \quad (2)$$

$$\begin{aligned} c_1 W_c^{IV} + c_2 \ddot{W}_c^{II} + a_5 W_c^{II} + a_6 \ddot{W}_c + a_7 W_c - \\ - a_1 U^{III} - a_2 \ddot{U} - a_3 U^I = \\ = -(P_{10} + P_{20} + P_{30}) \exp i(\omega t - k_0 y \sin \theta), \end{aligned} \quad (3)$$

где $W_a = 2^{-1}(W_1 + W_2)$, $W_c = 2^{-1}(W_1 - W_2)$ – соответственно антисимметричная и симметричная составляющие прогиба трехслойной пластины;

W_1 , W_2 – прогибы срединных плоскостей левой и правой пластины;

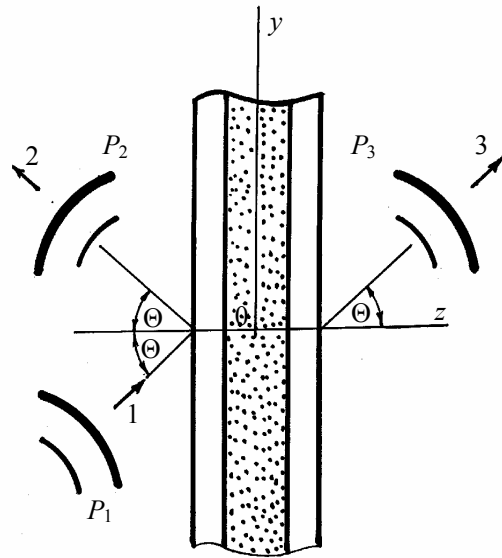


Рис. 1. Механическая модель прохождения звука через слоистую пластину

φ – угол поворота плоских сечений наполнителя;

U – тангенциальные составляющие перемещений срединной плоскости наполнителя; штрихами и

точками обозначены соответственно производные по координате и времени;

$$\begin{aligned}
 a_1 &= E_1 \delta^2; \\
 a_2 &= -\rho_1 \delta^2; \\
 a_3 &= -2\bar{E}\sigma(1-\sigma)^{-1}; \\
 a_4 &= 2(E_1\delta + \bar{E}h); \\
 a_5 &= \frac{2}{3}\bar{G}h; \\
 a_6 &= -2(\rho_1\delta + 3^{-1}\rho h); \\
 a_7 &= -2\bar{E}h^{-1}; \\
 b_1 &= -a_1h; \\
 b_2 &= -a_2h; \\
 b_3 &= -2\bar{G}h; \\
 b_4 &= -2h^2(E_1\delta + 3^{-1}\bar{E}h); \\
 b_5 &= -a_6h^2; \\
 c_1 &= -\frac{2}{3}E_1\delta^3; \\
 c_2 &= \frac{2}{3}\rho_1\delta^3; \\
 c_3 &= -2(\rho h + \rho_1\delta); \\
 E_1 &= E'_1(1-\sigma_1^2)^{-1};
 \end{aligned}$$

где E'_1 , σ_1 , ρ_1 и $\bar{E}'$, σ , ρ – модули упругости, коэффициент Пуассона и плотность материала соответственно несущих слоев и заполнителя;

G – модуль сдвига заполнителя;

$$E = \bar{E}'(1-\sigma)[(1+\sigma)(1-2\sigma)]^{-1}.$$

С учетом соответствия колебательных скоростей обеих пластин нормальным составляющим колебательных скоростей воздуха, граничные условия можно записать в виде:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial W_1}{\partial t} &= \left[-(i\omega\rho_0)^{-1} \frac{\partial(P_1 + P_2)}{\partial z} \right]_{z=-h-\delta}; \\
 \frac{\partial W_2}{\partial t} &= \left[-(i\omega\rho_0)^{-1} \frac{\partial P_3}{\partial z} \right]_{z=h+\delta},
 \end{aligned} \quad (4)$$

где ρ_0 – плотность воздуха.

Учитывая, например, только потери энергии в заполнителе и пренебрегая затуханием в пластинах, можно записать закон изгибных колебаний правой пластины, как представляющей больший практический интерес, в виде:

$$\begin{aligned}
 W &= W_a - W_c = \rho^{-1}\rho_1\mu_1 P_{10} \times \\
 &\times \exp i(\omega t - k_0 y \sin \theta - \varphi + \varphi_1) \times \\
 &\times [1 + \rho_1^{-1}\mu_1^{-1}\rho_2\mu_2 \exp i(\varphi_2 - \varphi_1)],
 \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned}
 \rho &= \left\{ \left[z_{a2}^2 \Delta_1^{-2} + (1 + z_{a1} \Delta_1^{-1})^2 \right] \times \right\}^{\frac{1}{2}}; \\
 &\times \left[z_{c2}^2 \Delta_1^{-2} + (1 + z_{c1} \Delta_1^{-1})^2 \right] \left\{ \right\}^{\frac{1}{2}}; \\
 \rho_1 &= \left[z_{a2}^2 \Delta_1^{-2} + (1 + 2^{-1} z_{a1} \Delta_1^{-1})^2 \right]^{\frac{1}{2}}; \\
 \rho_2 &= \left[z_{c2}^2 \Delta_1^{-2} + (1 + 2^{-1} z_{c1} \Delta_1^{-1})^2 \right]^{\frac{1}{2}}; \\
 \varphi &= \arctg \left\{ \left[z_{a2} \Delta_1^{-1} (1 + z_{c1} \Delta_1^{-1}) + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + z_{c2} \Delta_1^{-1} (1 + z_{a1} \Delta_1^{-1}) \right] \times \right. \\
 &\quad \left. \times \left[(1 + z_{a1} \Delta_1^{-1}) (1 + z_{c1} \Delta_1^{-1}) - \Delta_1^{-2} z_{a2} z_{c2} \right] \right\}; \\
 \varphi_1 &= \arctg \left\{ \left[z_{a2} \Delta_1^{-1} (1 + 2^{-1} \Delta_1^{-1} z_{a1})^{-1} \right] \right\}; \\
 \varphi_2 &= \arctg \left\{ \left[z_{c2} \Delta_1^{-1} (1 + 2^{-1} \Delta_1^{-1} z_{c1})^{-1} \right] \right\}; \\
 z_{a1} &= -2^{-1} \omega k^2 (B_2 B_3 - B_1 B_4) (B_3^2 + B_4^2)^{-1}; \\
 z_{a2} &= 2^{-1} i \left[-c_3 \omega + k^2 \omega^{-1} (B_1 B_3 + B_2 B_4) \times \right. \\
 &\quad \left. \times (B_3^2 + B_4^2)^{-1} \right]; \\
 z_{c1} &= -2^{-1} \omega^{-1} \left[\eta_1 a_{71} + k^2 (A_2 A_3 - A_1 A_4) \times \right. \\
 &\quad \left. \times (A_3^2 + A_4^2)^{-1} \right]; \\
 z_{c2} &= 2^{-1} i \left[-a_{60} \omega + a_{71} \omega^{-1} + \right. \\
 &\quad \left. + k^2 \omega^{-1} (A_1 A_3 + A_2 A_4) (A_3^2 + A_4^2)^{-1} \right]; \\
 B_i &= B_i(k, c_i, b_{ij}, \omega, \eta_i);
 \end{aligned}$$

$$A_i = A_i(k, c_i, a_{ij}, \eta_i);$$

$$k = \nu_0 \sin \theta;$$

$$a_{ij} = a_{ij}(\rho, \delta, E, h, \sigma).$$

В силу того, что граница раздела двух сред с разными физико-механическими свойствами служит генератором отраженных и прошедших волн, можно с помощью слоистых (а в общем случае неоднородных) конструкций существенно влиять на волновую картину процесса, изменяя параметры слоев. При этом определяющими могут оказаться свойства дисперсии, диссипации и многолучевой интерференции составных элементов.

Задача оптимального проектирования слоистых систем, таким образом, будет сводиться к обеспечению наилучших значений этих параметров. Можно решать также задачи создания неотражающих переходных слоев между средами, оптимизацию геометрических и массовых характеристик конструкции в целом.

Выводы и перспективы дальнейших исследований в данном направлении

Таким образом, установлена закономерность изгибного движения плоско – параллельной, бесконечной по протяженности, пластины под действием падающей звуковой волны.

Представляется возможность аналитического прогнозирования изменения динамических характеристик в натуральных условиях с одновременным поиском оптимальных физико-механических характеристик.

В дальнейшем, представляет практический интерес усложнение расчетной модели с одновременным расширением круга возмущающих факторов, имеющих место при эксплуатации – кинематические, силовые (вибрация), тепловой факел и др.

Перспективным также представляется переход от бесконечных – к пластинам ограниченных размеров.

Как итог, необходим анализ путей и средств по уменьшению влияния звуковых полей на механические системы.

Литература

1. Пономарев Е.А., Ерущенков А.И. Инфразвуковые волны в атмосфере Земли (обзор) // Известия вузов. Радиофизика. – 1977. – Т. 20, № 12. – С. 1773-1789.
2. Вайнберг В.Н. Справочник по прочности, устойчивости и колебаниям пластин. – К.: Будівельник, 1973. – 488 с.
3. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.
4. Шендеров Е.Л. Волновые задачи гидроакустики. – Л.: Судостроение, 1972. – 348 с.
5. Карачун В.В., Лозовик В.Г., Мельник В.Н. Дифракция звуковых волн на подвесе гироскопа. – К.: Корнейчук, 2000. – 176 с.

Поступила в редакцию 17.05.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Е.А. Безвесильная, Национальный технический университет Украины «КПИ», Киев.