

УДК 621.396.963

В.С. МАРЮХНЕНКО, Ю.Ф. МУХОПАД

Иркутский государственный университет путей сообщения, Россия

АНАЛИЗ ИНФОРМАТИВНОСТИ НАВИГАЦИОННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Исследован информационный аспект навигационного обеспечения подвижных объектов в условиях неопределенности, обусловленной измерениями одного навигационного элемента.

транспортные объекты, навигационное обеспечение, навигационный параметр, навигационный элемент, энтропия, информация, информационная характеристика, информационная полоса, измерения, скорость, дальность, угломерные измерения

Введение

В условиях высокой плотности потоков управляемых подвижных транспортных объектов существенно повышаются требования к безопасности, своевременности и экономичности перевозок [1]. Одно из направлений осуществления этих требований – эффективное решение задач навигационного обеспечения подвижных объектов. Между тем, глобальность современных перевозок, а также возможные отказы средств навигации, несмотря на повсеместное распространение спутниковых технологий, не позволяют иметь непрерывное навигационное обеспечение, как в пространстве, так и по времени их применения [2, 3].

Важной является информационная задача: решение требований навигационного обеспечения в условиях дефицита информации.

Вопрос повышения информативности измерений является актуальным. Ему посвящены периодические и интернет-публикации, диссертации, монографии в областях управления техническими системами [4, 5], радионавигации [6], контролю электрических схем [7], мониторинга атмосферы [8], медицины [9].

Общим в указанных и многих иных публикациях является отсутствие системного подхода. Попытка авторов решить конкретную научную либо техническую задачу, исходя из, в общем-то, правильного

убеждения, что повышение точности измерений, или увеличение количества устройств для измерений, или усовершенствование алгоритма обработки полезного сигнала на фоне шумов и помех однозначно повышает информативность соответствующей операции. При этом не применяются количественные оценки такого увеличения, без которых невозможно говорить об оптимизации контроля любого измерительного процесса.

Между тем, разработанная Р.Л. Стратоновичем [10] общая методология позволяет каждое изменение алгоритмического или структурного состояния информационной системы управления оценить количественно.

Цель статьи: определить изменения энтропии навигационного обеспечения при появлении дополнительных источников навигационной информации в условиях априорной неопределенности движения объекта.

1. Информационная характеристика

Исходные условия: в момент времени $t_0=0$ некоторый объект, движущийся в прямоугольной двухмерной несвязанной системе координат xOy (рис. 1), находится в точке $A(x_A, y_A)$ [11].

Все направления перемещения имеют одинаковую вероятность. Модуль скорости $V(t, \alpha)$ движения объекта ограничен минимальным $V_{\min}(\alpha)$

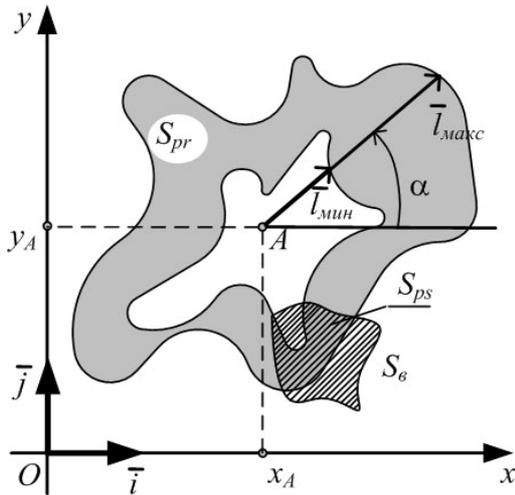


Рис. 1. Априорная S_{pr} , измеренная S_{ϵ} и апостериорная S_{ps} площади возможных положений подвижного объекта в момент времени t_n

и максимальным $V_{\max}(\alpha)$ значениями, где t – текущее время, α – угол между направлением вектора скорости и опорным направлением, например, осью Ox . Через промежуток времени

$$T_n = t_n - t_0,$$

где $t_n = n\Delta t$, Δt – временной промежуток дискретизации отсчетов положения подвижного объекта; $n \in \mathbb{N}$ – целое положительное число [12], подвижный объект имеет случайный вектор перемещения

$$\bar{l}(T_n, \alpha) = \left[\int_{t_0}^{T_n} V_x(t, \alpha) dt \right] \bar{i} + \left[\int_{t_0}^{T_n} V_y(t, \alpha) dt \right] \bar{j},$$

где $V_x(t, \alpha)$ и $V_y(t, \alpha)$ – соответственно проекции вектора $\bar{V}(t, \alpha)$ на оси Ox и Oy ; \bar{i} и \bar{j} – единичные ортогональные векторы.

Модуль вектора перемещения ограниченный:

$$l_{\min}(T_n, \alpha) \leq |\bar{l}(T_n, \alpha)| \leq l_{\max}(T_n, \alpha).$$

Годографы векторов $\bar{l}_{\min}(T_n, \alpha)$ и $\bar{l}_{\max}(T_n, \alpha)$ при изменении угла $0 \leq \alpha \leq 2\pi$ являются замкнутыми и не пересекаются. Площадь S_{pr} , ограниченная годографами этих векторов, является априорной областью неопределенности положения подвижного объекта на момент времени t_n .

В результате измерений навигационных параметров подвижного объекта в известной системе отсчета [11] площадь неопределенности его положения может быть уменьшена до величины S_{ϵ} , а с учетом её пересечения с площадью S_{pr} (рис. 1) – до величины S_{ps} :

$$S_{ps} = S_{\epsilon} \cap S_{pr}.$$

Отношение площадей S_{pr}/S_{ps} характеризует уменьшение энтропии. В шенноновском определении [10] это соответствует количеству информации

$$I = \log_2(S_{pr}/S_{ps}) \quad (1)$$

Апостериорная площадь S_{ps} в (1), следовательно, и количество информации зависят от навигационных параметров w_i , $i=1,2,\dots,K$, где K – количество измеряемых навигационных параметров. В связи с этим целесообразно ввести в рассмотрение информационную характеристику $I(w_i) > 0$ как графическую зависимость количества полученной навигационной информации (1) от изменения i -го навигационного параметра w_i . Область определения такой характеристики отвечает физически возможной области изменения параметра w_i (рис. 2).

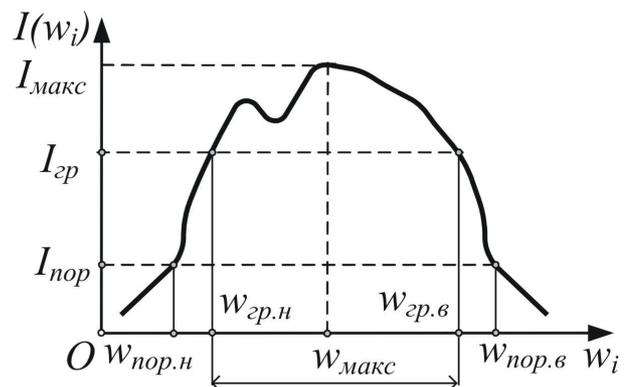


Рис. 2. Общий вид информационной характеристики

По информационной характеристике определяются параметры:

- максимальное количество информации I_{\max} и соответствующее ему значения навигационного параметра $w_{i_{\max}}$;

– пороговое количество информации $I_{пор}$ и соответствующие ей нижнее и верхнее пороговые $w_{i,пор,н}$ и $w_{i,пор,в}$ значения навигационного параметра;

– граничное количество информации $I_{гр}$ и соответствующие ей нижнее и верхнее граничные $w_{i,гр,н}$ и $w_{i,гр,в}$ значения навигационного параметра.

Локальные экстремумы, особенные точки, а также точки перегиба функции $I(w_i)$ являются информативными, потому что указывают на то значение навигационного параметра, при котором количество полученной в результате навигационных измерений информации, имеет особенности.

В [6] показано, что результат измерения i -го навигационного элемента является следствием воздействия множества случайных независимых факторов. Поэму случайная величина w_i имеет гауссову плотность вероятности $p(w_i)$ с математическим ожиданием w_{0i} и дисперсией σ_{i2} .

С наперед заданной вероятностью

$$P_{зад,i} = \int_{w_{0i}-\Delta w_{i,макс}}^{w_{0i}+\Delta w_{i,макс}} p(w_i) dw_i \quad (2)$$

результаты навигационных измерений укладываются в пределах допусков $\pm \Delta w_{i,макс}$, где допуски на погрешность определения навигационных элементов устанавливаются соответственно требованиям практического управления подвижными объектами

$$\Delta w_{i,макс} = k_i \sigma_i, \quad (3)$$

где $k_i \leq 3$ – целое положительное число.

Методика получения информационных характеристик при измерениях различных навигационных параметров основывается на следующем. Пусть объект движется со скоростью, модуль которой не зависит от направления (рис. 3). В этом случае подвижный объект априорно находится в пределах кольца неопределенности шириной

$$d_{нв} = R_{макс} - R_{мин}, \quad (4)$$

и имеет площадь $S_{пр}$:

$$S_{пр} = S_0 = \pi(R_{макс}^2 - R_{мин}^2) =$$

$$= \pi T_n^2 (V_{макс}^2 - V_{мин}^2), \quad (5)$$

где радиусы $R_{макс} = n \Delta t V_{макс}$; $R_{мин} = n \Delta t V_{мин}$, а $V_{мин}$ и $V_{макс}$ – соответственно минимальное и максимальное значения модуля скорости объекта, которые не зависят от направления движения.

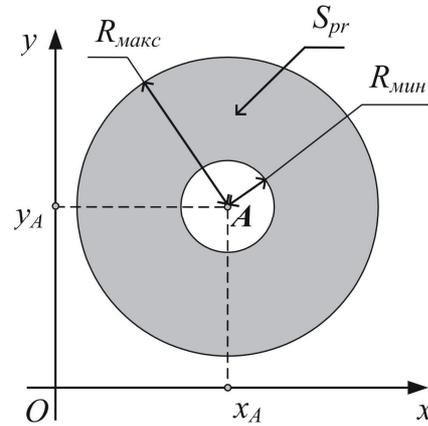


Рис. 3. Площадь возможных положений подвижного объекта в момент времени t_n

Формулы (1) и (5) показывают, что для рассмотренного случая априорная энтропия положения подвижного объекта уменьшается при уменьшении разности предельных скоростей движения и промежутка времени T_n .

2. Измерения модуля скорости

Априори разность скоростей в (5) определяется известными возможностями движения объекта. Скорость и время дискретизации всегда определяются с погрешностями, поэтому граница, до которой может сужаться ширина кольца неопределенности (4) зависит от дисперсий измерений скорости σ_V^2 и времени σ_t^2 [6]. Точность измерений промежутков времени [3, 13, 14] выше, чем точность измерений скорости, поэтому достаточно учитывать только дисперсию скорости.

С наперед заданной вероятностью (2) ширина кольца неопределенности (4) будет равна

$$d_V = 2Sk_V ST_n \sigma_V, \quad (6)$$

где σ_v , k_v определяются соответственно из (2) и (3).

Площадь кольца соответственно (5), и (6)

$$S_v = 2\pi[(V_{\max} + V_{\min})/2]d_v = 4\pi T_n V_{cp} k_v \sigma_v,$$

где $V_{cp} = (V_{\max} + V_{\min})/2$.

Уменьшение энтропии, т.е. увеличение количества информации (1), при известных статистических показателях скорости движения объекта навигации

$$I_v = \log_2(S_{pr}/S_v) = \log_2[(V_{\max}^2 - V_{\min}^2)/4V_{cp}k_v\sigma_v]. \quad (8)$$

Информационные характеристики $I_v(V_{cp})$ и $I_v(\sigma_v)$ согласно (8) имеют монотонный характер (рис. 4).

Они непрерывно возрастают при $V_{cp} \rightarrow 0$ и $\sigma_v \rightarrow 0$.

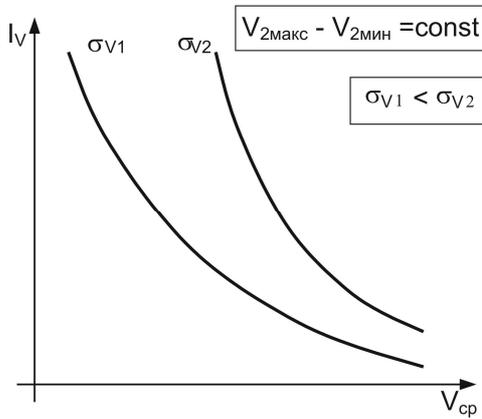


Рис. 4. Зависимость количества информации от среднего значения V_{cp} и дисперсии σ_v^2 скорости движения объекта

3. Дальномерные измерения

Расстояние, которое проходит подвижный объект к моменту времени t_n , может измеряться относительно исходной точки A , или же относительно начала координат – точки O .

Измерения относительно точки A . В момент времени t_n с максимальной погрешностью ΔR_{\max} , полученной аналогично (2) и (3), формируются данные о дальности R_n . Площадь кольца неопределенности радиусом R_n и толщиной $2\Delta R_{\max}$ (рис. 5):

$$S_R = 4\pi R_n \Delta R_{\max}.$$

Количество информации согласно (1), получаемой при снятии неопределенности по дальности

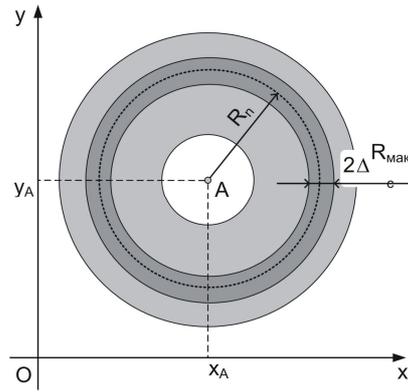


Рис. 5. Уменьшение энтропии дальномерными измерениями относительно точки A

$$I_v = \log_2(S_0/S_R) = \log_2[T_n^2(V_{\max}^2 - V_{\min}^2)/4\pi R_n \Delta R_{\max}].$$

Информационные характеристики $I_R(R_n)$ и $I_R(\Delta R_{\max})$ монотонные, они неограниченно возрастают при $R_n \rightarrow 0$ и $\Delta R_{\max} \rightarrow 0$ (рис. 6).

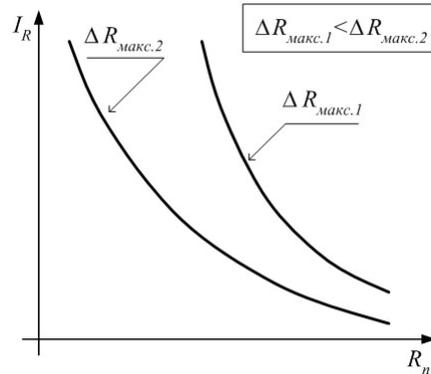


Рис. 6. Зависимость количества навигационной информации от дальности, измеренной от точки A до подвижного объекта

Измерения относительно точки O . Зона неопределенности равна площади области пересечения двух колец: показанного на рис. 3 толщиной d_{nv} (4), и кольца (рис. 7), что образовалось вследствие конечной точности измерений дальности, толщиной

$$d_{D.n} = D_{n.\max} - D_{n.\min},$$

где

$$D_{n.\max} = D_n + \Delta D_{\max};$$

$$D_{n.\min} = D_n - \Delta D_{\max};$$

D_n – дальность от т. O до подвижного объекта,

измеренная в момент времени t_n ; ΔD_{\max} – максимальная погрешность измерений дальности, обусловленная по аналогии с (2) и (3).

Апостериорная, после измерений дальности, энтропия пропорциональна суммарной площади S_D фигур $BCEF$ и $GHLK$ (рис. 7).

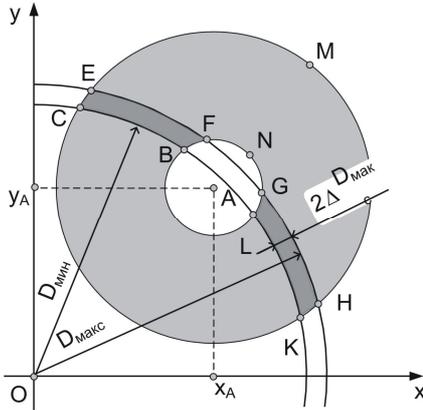


Рис. 7. Уменьшение энтропии дальномерными измерениями относительно точки O

Задача вычисления площади S_D сводится (рис. 8) к определению площади S_{BGHFEC} криволинейного сегмента $BGHFEC$, т.е.

$$S_D = S(D_n, \Delta D_{\max}, R_{\max}, R_{\max}, R_{\min}, x_A, y_A).$$

Для получения рабочей формулы вычисления S_D следует воспользоваться рис. 8.

Количество информации, полученной при дальномерных измерениях относительно т.О:

$$I_D = \log_2(S_0 / S_D). \quad (9)$$

Анализ выражения (9), с учетом введенных обозначений и расчетных формул, показывает, что информационная характеристика $I(D)$ немонотонна и имеет ограниченную область определения:

$$(\rho - R_{\max}) < D_n < (\rho + R_{\max}),$$

где $\rho = \sqrt{x_A^2 + y_A^2}$.

За пределами указанной области $I(D) \equiv 0$.

При $R_{\min}=0$ анализируемая характеристика имеет один экстремум (минимум), положение которого зависит от параметра ν (рис. 9):

$$\nu = R_{\max} / \rho.$$

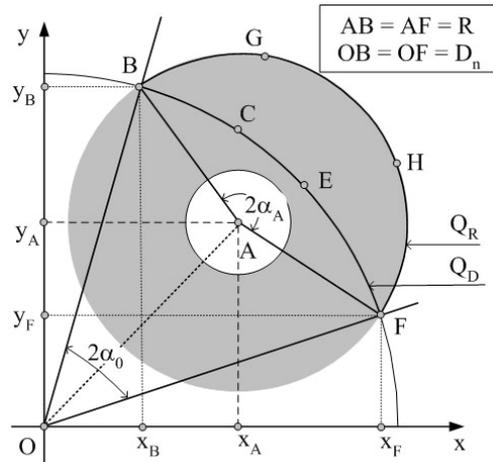


Рис. 8. К вычислению площади криволинейного сегмента $BGHFEC$

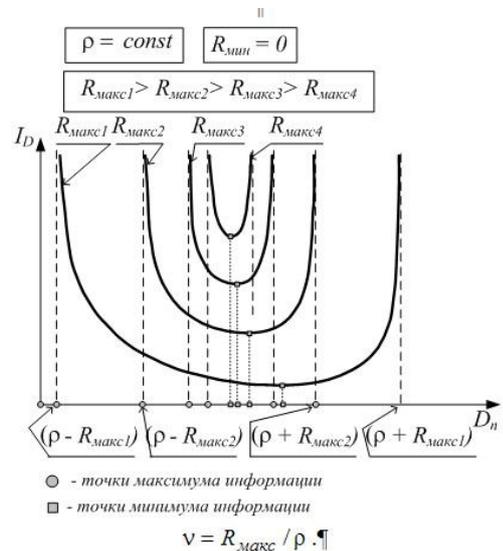


Рис.9. Информационная характеристика дальномерных измерений относительно точки O при $R_{\min}=0$

С уменьшением параметра ν характеристика сужается и экстремум сдвигается в область больших измеряемых дальностей.

При $R_{\min} \neq 0$ (рис.10), характеристика (9) имеет три локальных экстремума. В точках локальных минимумов характеристика не имеет производной. Положения экстремумов зависит как от параметра ν , так и от параметра μ :

$$\mu = R_{\min} / \rho.$$

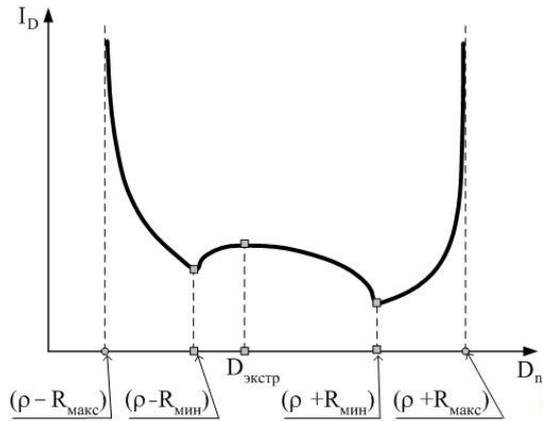


Рис. 10. Семейство информационных характеристик для дальномерных измерений относительно точки O при $R_{мин} \neq 0$

С увеличением параметра μ (рис. 11) информационная характеристика становится более равномерной, локальный максимум сдвигается в сторону меньших дальностей, происходит увеличение величины количества информации в максимумах.

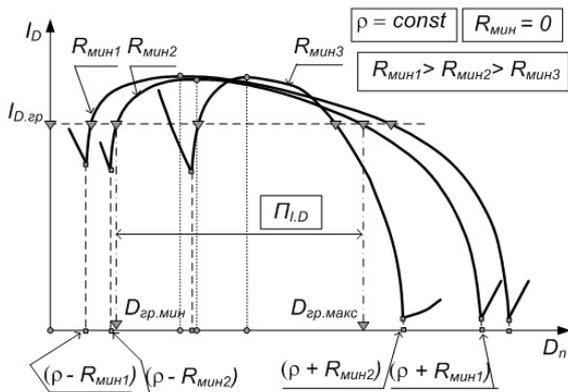


Рис. 11. Семейство нормированных информационных характеристик для дальномерных измерений относительно точки O при различных значениях $R_{мин}$.

Для оценки равномерности характеристики следует использовать такой параметр, как информационная полоса Π_{ID} при дальномерных измерениях. Информационная полоса – это интервал изменения дальности, в пределах которого количество информации изменяется в заданное количество раз.

4. Угломерные измерения

Измерения углового положения объекта рассмотрим относительно точек A и O (рис. 3).

Измерения относительно точки A (рис. 12). После угломерных измерений неопределенность положения подвижного объекта остается в пределах секторного кольца $BCEF$. Площадь S_{BCEF} зависит от максимальной погрешности $\Delta\Psi_{макс}$ измерений угла (2), (3). Она пропорциональна апостериорной энтропии

$$S_{BCEF} = S_{ACE} - S_{ABE} = (\Delta\Psi_{макс}/2)(R_{макс}^2 - R_{мин}^2).$$

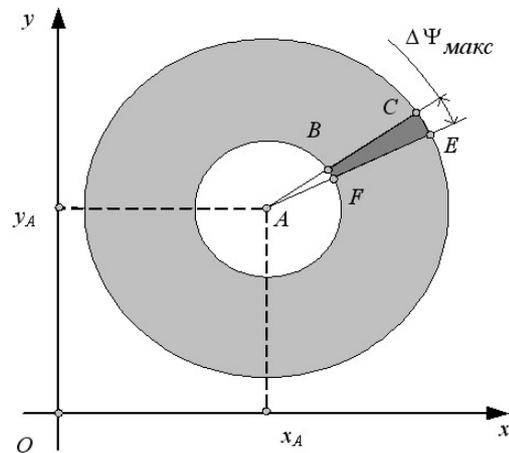


Рис. 12. Уменьшение энтропии угломерными измерениями относительно точки A

Количество информации, добываемой при угломерном определении относительно точки A , с учетом того, что $S_{DCEF} = S_{ps}$, соответственно формуле (1) определяется:

$$I_{\Psi} = S_{gr}/S_{DCEF} = 2\pi / \Delta\Psi_{макс}.$$

Заметим, что количество информации, получаемое при угломерных измерениях, не зависит от математического ожидания угла, а является лишь функцией точности измерений.

Измерения относительно точки O . Апостериорная площадь неопределенности S_{ps} вычисляется как сумма (рис. 13):

$$S_{ps} = S_{NMKL} + S_{BCEF}.$$

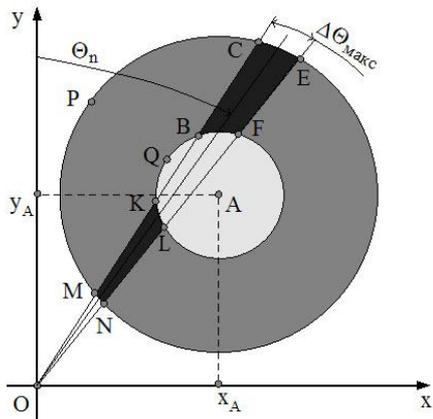


Рис. 13. Уменьшение энтропии угломерными измерениями относительно O

Количество информации, получаемой при угломерных измерениях положения подвижного объекта относительно точки O :

$$I_{\Theta} = \log_2 [S_{pr} / (S_{NMKL} + S_{BCEF})]. \quad (10)$$

На основании анализа выражения (10) в соответствии с расчетными формулами, выведенными исходя из рис. 13, можно утверждать:

а) при $R_{мин} = 0$ информационная характеристика $I(\Theta)$ неограничена (рис. 14), немонотонна и имеет ограниченную область определения

$$\Theta_{мин} < \Theta_n < \Theta_{макс};$$

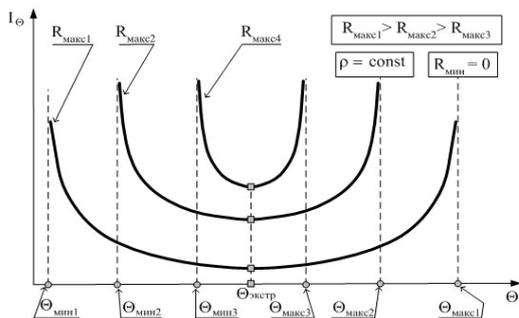


Рис. 14. Зависимость количества информации от угла при измерениях относительно точки O при $R_{мин} = 0$

б) значения углов $\Theta_{мин}$ и $\Theta_{макс}$ соответствуют асимптотам графика $I(\Theta)$; б) при $R_{мин} \neq 0$ (рис. 15) информационная характеристика имеет три локальных несмещенных экстремума в точке $\Theta = \Theta_{экстр}$. Экстремумы тем более ярко выражены, чем меньше значение параметра μ .

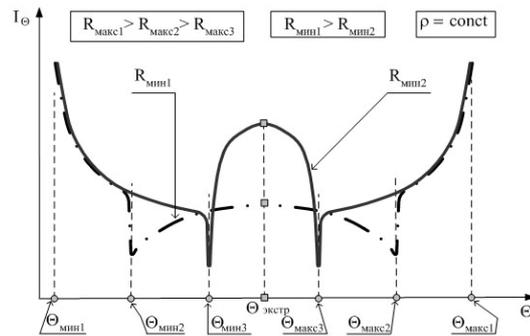


Рис. 15. Зависимость количества информации от угла при измерениях относительно точки O при $R_{мин} \neq 0$

Информационная полоса с увеличением параметра μ расширяется.

В точках локальных минимумов характеристика не имеет производной.

Выводы

В результате исследований получены математические выражения для вычисления количества информации, поступающей при частичном снятии априорной неопределенности при измерениях скорости, угла или дальности подвижного объекта, которыми можно пользоваться в инженерной практике. Это дает возможность рассчитывать требуемый объем памяти микропроцессорных устройств при обработке навигационной информации.

Введена информационная характеристика, которая позволяет оценить информативность измерений того или иного навигационного параметра. Информационная характеристика для рассмотренных параметров неравномерна, что позволяет оптимизировать процесс измерений. Информативность снятия априорной неопределенности положения подвижного объекта зависит от измеряемого навигационного параметра. Наибольшую информативность имеют измерения дальности, наименьшую – измерения скорости.

Измерения дальности и угловых координат имеют существенную неравномерность информационной характеристики. Вычисления неравномерности

информационных характеристик позволяет оптимизировать поиск навигационных параметров объекта по критерию максимума информативности.

Литература

1. Марюхненко В.С., Мухопад Ю. Ф. Проблемы навигационного обеспечения подвижных транспортных объектов // Научно-практическая конференция "Современные проблемы и пути их решения в науке, транспорте, производстве и образовании". Том 1. Транспорт. – Одесса: Черноморье, 2005. – С. 67-73.

2. Сетевые спутниковые радионавигационные системы / В.С. Шебшаевич, П.П. Дмитриев, Н.В. Иванцевич и др.; Под ред. В.С. Шебшаевича. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1993. – 408 с.

3. Глобальная спутниковая радионавигационная система ГЛОНАСС / Под ред. В.Н. Харисова, А.И. Перова, В.А. Болдина. – М.: ИПЖР, 1998. – 399 с.

4. Абденев А.Ж. Повышение информативности измерений для стохастических динамических систем на основе оптимизации спектральной плотности входного сигнала // Автометрия. – Новосибирск: Издательство СО РАН. – 1999. – № 1. – С. 124-130.

5. Гангнус С.В., Скрипаль А.В., Усанов Д.А. Определение параметров движений объекта с помощью оптического гомодинного метода [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.basegroup.ru/practice/geophysics.htm>.

6. Ярлыков М.С. Статистическая теория радионавигации. – М.: Радио и связь, 1985. – 344 с.

7. Панкин А.М. Информативность измерений в задачах идентификации и диагностики электрических цепей: Дисс. ... канд. техн. наук: 05.09.5: СПб., 2004. – 242 с. РГБ 61 : 4 - 5 / 2462.

8. Городецкий А.К. Технология синтезированных каналов для зондирования атмосферы с помощью Фурье-спектрометра // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. Третья всероссийская открытая конференция 14-17 ноября 2005 г. Сборник тезисов конференции. – М.: ИКИ РАН, 2005. – С.112-115.

9. Розенфельд Л.Г., Самохин А.В., Колотилов Н.Н. Информативность бесконтактного измерения омега-потенциала головного мозга у больных с переломами бедренной кости // Ортопедия, травматология и протезирование. – Х., 2000. – № 3. – С. 32-34.

10. Стратонович Р.Л. Теория информации. – М.: Сов. Радио, 1975. – 424 с.

11. Марюхненко В.С. Системы координат у транспортній радіонавігації // Сборник научных трудов по материалам международной научно-практической конференции «Научные исследования и их практическое применение. Современное состояние и пути развития 2006». Том 5. – Одесса: Черноморье, 2006. – С. 40-46.

12. Мухопад Ю.Ф. Проектирование специализированных микропроцессорных вычислителей. – Новосибирск: Наука, 1981. – 160 с.

13. Марюхненко В.С., Марюхненко С.В., Суравейкин В.Г. Патент РФ G01S013/08. Устройство для определения дальности в угломерно-дальномерной системе ближней навигации. Рег. номер 95109675.

14. Марюхненко В.С. Пространственное распределение ошибок измерений радионавигационных параметров радиотехнической системой дальней навигации // Авиакосмическое приборостроение. – 2005. – № 9. – С.25-28.

Поступила в редакцию 2.03.2007

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. В.М. Бардаков, Иркутский государственный университет путей сообщения, Россия, Иркутск.