

УДК 621.391:53.08

А.И. БЕЙ

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, Украина*

## ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ МОДЕРНИЗИРОВАННЫМ СЛЕПЫМ МЕТОДОМ

Рассмотрен статистический подход устранения неоднозначности к задаче восстановления изображений слепым методом. Формула восстановления проверена с помощью компьютерного моделирования на зашумленных изображениях объектов, состоящих из случайных импульсов. Предложенный подход применим ко многим другим обратным задачам.

**слепой метод, независимый компонентный анализ, восстановление изображений, компонентный базис, число компонент, число наблюдений, обратная матрица**

### Введение

Для получения оперативной информации о природной среде все большее применение находит дистанционное зондирование Земли (ДДЗ). Двумерные массивы данных, сформированные системами ДДЗ, содержат важную информацию о геологии, полезных ископаемых, экологии исследуемого региона. Существенно искажают эту информацию и затрудняют анализ данных различного рода воздействия, представленные в виде аддитивной смеси шумовой компоненты и массива наблюдений.

Следовательно, если предположить, что наблюдение представляет собой линейную суперпозицию интересующих нас параметров, тогда проблема восстановления изображений будет заключаться в том, чтобы по наблюдаемому двумерному массиву найти более полные характеристики (параметры) искомого объекта.

**Формулирование проблемы.** Для задач восстановления изображений земной поверхности мало-размерные и протяженные объекты будем рассматривать как импульсные случайные процессы [1]. А математическая модель радиолокационного изображения (РЛИ) будет представлена в виде аддитивной смеси этих случайных процессов, на фоне подстилающей поверхности.

Модель формирования РЛИ представим линейным интегральным уравнением вида

$$g(\xi, \eta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y)h(\xi, \eta, x, y)dx dy + n(\xi, \eta), \quad (1)$$

где  $f(x, y)$  – исходное изображение;

$g(\xi, \eta)$  – принятое изображение;

$h(\xi, \eta, x, y)$  – весовая функция системы формирования;

$n(\xi, \eta)$  – аддитивный шум системы формирования РЛИ.

Тогда исходное изображение принимает вид аддитивной смеси, состоящей из двух компонент

$$f(x, y) = f_1(x, y) + f_2(x, y), \quad (2)$$

где  $f_1(x, y)$  – импульсный случайный процесс;

$f_2(x, y)$  – произвольная реализация фона подстилающей поверхности.

Следовательно, при такой постановке появляется информация о числе компонент  $k = 2$ .

Задача восстановления радиолокационного изображения сводится к решению интегрального уравнения (1), т.е. необходимо сформировать обратный оператор  $h^{-1}(\xi, \eta, x, y)$  [2]:

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(\xi, \eta)h^{-1}(\xi, \eta, x, y)d\xi d\eta. \quad (3)$$

Далее для упрощения изложений принимаем, что система формирования идеальна, т.е. весовая функция  $h(\xi, \eta, x, y)$  равна дельта-функции Дирака

$$h(\xi, \eta, x, y) = \delta(\xi - x, \eta - y).$$

Тогда уравнение (1) принимает следующий вид

$$g(x, y) = f(x, y) + n(x, y). \quad (4)$$

Ранее процесс восстановления РЛИ понимали как решение интегрального уравнения (1) и поиск ограничивался нахождением одной компоненты  $f_1(x, y)$ , хотя существовали и нелинейные методы, позволявшие восстанавливать исходный базис например, метод максимума энтропии [3].

Теперь с точки зрения анализа независимых компонент (АНК) под процессом восстановления будем понимать процесс нахождения компонентного базиса  $f_1(x, y)$  и  $f_2(x, y)$ , в котором и был сформирован процесс  $g(x, y)$ . Следовательно, решается обратная задача по отношению к компонентам  $f_1(x, y)$  и  $f_2(x, y)$ , причем отсутствуют априорные данные о самих компонентах. Самое большее, что мы можем сделать, это ввести наиболее физически вероятные предположения об искомых параметрах, т.е. практически “вслепую” необходимо восстановить компонентный базис [4 – 7].

Или другими словами – сводится к решению системы линейных уравнений, владея только матричной смесью наблюдений  $G$ :

$$G = A \cdot F + N, \quad (5)$$

где 
$$G = \begin{bmatrix} \bar{g}_1(x) \\ \bar{g}_2(x) \end{bmatrix}; F = \begin{bmatrix} \bar{f}_1(x) \\ \bar{f}_2(x) \end{bmatrix};$$

$$N = \begin{bmatrix} \bar{n}_1(x) \\ \bar{n}_2(x) \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix};$$

$F$  – ортогональный компонентный базис;

$G$  – матричная смесь наблюдений;

$A$  – оператор вращения;

$N$  – двумерный массив аддитивного шума.

Принцип работы слепого метода сводится к поиску такой обратной матрицы вращения  $A^{-1}$ , кото-

рая дает нам на выходе компоненты  $f_1(x, y)$ ,  $f_2(x, y)$  наиболее независимые

$$F = G \cdot A^{-1}. \quad (6)$$

Таким образом, в методе АНК априорно вводится предположение о равенстве числа компонент числу наблюдений. Данное ограничение приводит к тому, что какое бы число наблюдений не использовалось, столько же компонент и будет найдено.

## Решение проблемы

Решить отмеченную проблему возможно в рамках метода максимума правдоподобия (МП), вводя ограничения на класс независимых процессов.

Согласно уравнению (5), одна из выборок  $g_1(x, y)$ , содержащаяся в матрице  $G$ , представляет собой линейную суперпозицию случайных процессов

$$g_1(x, y) = a_{11} \cdot f_1(x, y) + a_{12} \cdot f_2(x, y) + n_1(x, y). \quad (7)$$

Это выражение возможно представить в виде линейного интегрального уравнения следующим образом:

$$g_1(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(\xi, \eta) h_1(\xi, \eta, x, y) d\xi d\eta. \quad (8)$$

Искомую оценку  $f_1(x, y)$  восстановим, формируя обратный оператор  $h_1^{-1}(\xi, \eta, x, y)$ . В качестве ядра в уравнении (8) выступает передаточная функция оптимального параметрического фильтра  $h_1^{-1}(\xi, \eta, x, y) = h_g(\xi, \eta, x, y)$ ,

$$\hat{f}_1(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g_1(\xi, \eta) h_g(\xi, \eta, x, y) d\xi d\eta. \quad (9)$$

Для оценки пространственного положения объекта  $f_1(x, y)$  представим уравнение правдоподобия в виде

$$\left. \frac{\partial \ln(P(g_1(x, y) | f_1(x, y)))}{\partial f_1(x, y)} \right|_{f_1(x, y) = \hat{f}_1(x, y)} = 0. \quad (10)$$

Другими словами, в рамках метода МП необходимо таким образом подобрать ядро  $h_\epsilon(\xi, \eta, x, y)$  интегрального уравнения (9), чтобы обеспечить наименьшее отклонение оценки  $\hat{f}_1(x, y)$  от истинного двумерного массива  $f_1(x, y)$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (f_1(x, y) - \hat{f}_1(x, y))^2 = \min. \quad (11)$$

Обратные задачи, как правило, имеют много решений, но действительный интерес для нас будут представлять лишь те оценки, которые совпадают с эффективными как в уравнении (11), либо практически близки к ним [8].

Теперь воспользуемся оценкой  $\hat{f}_1(x, y)$ , полученной методом МП для восстановления компоненты  $\hat{f}_2(x, y)$ .

Решение этой задачи возможно получить в рамках АНК. В качестве априорных данных для восстановления обратной матрицы  $A^{-1}$  в методе АНК используется статистическая информация второго порядка, которая содержится в ковариационной матрице наблюдений.

Формируем ковариационную матрицу  $\hat{W}$ , вводя оценку  $\hat{f}_1(x, y)$ , представленную уравнением (9). Например, для одного из сечений РЛИ –  $g_1(x, y)$  в азимутальной плоскости ковариационная матрица может быть представлена как

$$\hat{W} = \hat{G}_1 \cdot \hat{G}_1^T, \quad (12)$$

где  $\hat{G}_1 = \begin{bmatrix} \hat{g}_1(x) \\ \hat{f}_1(x) \end{bmatrix}$ .

Уравнение реставрации (10) теперь можно представить в виде

$$P(g_1(x, y) | f_1(x, y)) = m \times \exp \left\{ - \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ g_1(x, y) - \sum_{j=1}^k a_{1j} \cdot \hat{f}_j(x, y) \right]^2 dx dy \right\}, \quad (13)$$

где  $m$  – константа.

В качестве порога в методе МП используем аппроксимацию производных высоких порядков с помощью конечных разностей процессов  $g_1(x, y)$  и  $a_{12} \cdot f_2(x, y) + n_1(x, y)$ :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^n g_1(x, y)}{d(x, y)^n} \approx \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^n (a_{12} \cdot f_2(x, y) + n_1(x, y))}{d(x, y)^n}, \quad (14)$$

где  $n$  – порядок производной.

Обосновать использование этого критерия возможно, выдвинув предположения, что негауссовский процесс  $f_1(x, y)$  – это импульсный случайный, следовательно, имеет конечное число производных. Т.е., все высшие производные наблюдения  $g_1(x, y)$  будут определяться только слагаемым  $a_{12} \cdot f_2(x, y) + n_1(x, y)$ . Это предположение и отражено в уравнении (14).

### Контрольные реставрации

Приведем пример восстановления компонентной информации модернизированным слепым методом [9].

На рис. 1 представлены импульсные процессы, состоящие из случайных ступенек, подверженных искажению гауссовским случайным процессом (рис. 2). Для наглядности ограничимся лишь случаем идеальной системы формирования. Представим на рис. 3 линейную суперпозицию искомых компонент. Результат реставрации исходного компонентного базиса представим на рис. 4 и рис. 5. Как мы видим, предложенный подход удовлетворяет условию не отрицательности решения.

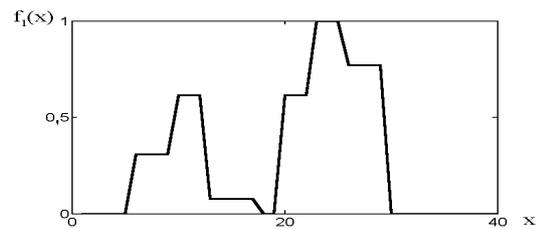
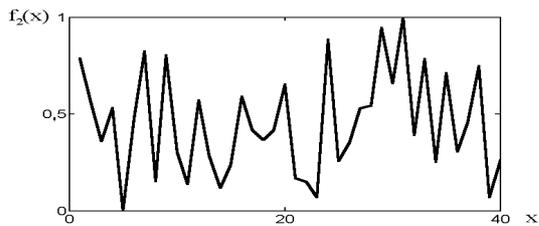
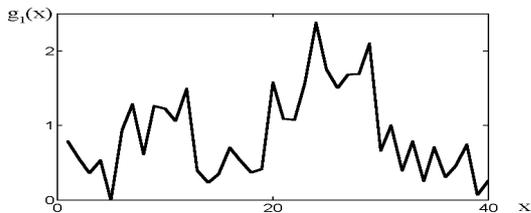
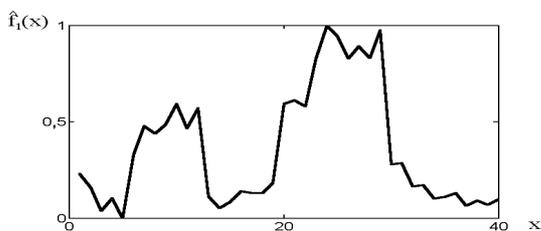
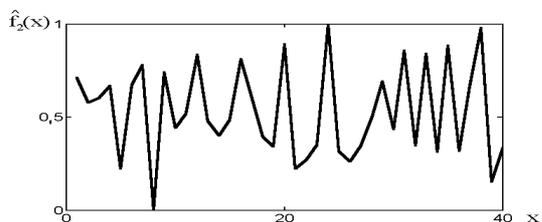


Рис. 1. Компонента  $f_1(x)$ , (объект)

Рис. 2. Компонента  $f_2(x)$ , (фон)Рис. 3. Векторная смесь компонент  $g_1(x)$ Рис. 4. Оценка компоненты  $\hat{f}_1(x)$ Рис. 5. Оценка компоненты  $\hat{f}_2(x)$ 

### Заключение

Предлагаемый модернизированный метод восстановления РЛИ позволяет проводить компонентное разложение только по одной выборке данных, т.е. это стало возможным только через устранение связи, которая существовала между числом компо-

нент и числом наблюдений. Процедуру восстановления можно использовать вновь, применяя алгоритм к каждой найденной компоненте отдельно.

### Литература

1. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. – М.: Сов. радио, 1974. – Т. 1. – С. 454-494.
2. Василенко Г.И., Тараторин А.М. Восстановление изображений. – М.: Радио и связь, 1986. – 304 с.
3. Фриден. Б.Р. Улучшение и реставрация изображения. – В кн.: Обработка изображений и цифровая фильтрация / Под ред. Т. Хуанга; Пер. с англ. – М.: Мир, 1979. – 319 с.
4. Cardoso J.F. Source Separation using Higher-Order Moments // ICASSP. – 1989. – P. 2109-2112.
5. Cardoso J.F. Eigen-Structure of the Four-Order Cumulant Tensor with Application to the BSS Problem // ICASSP. – 1990. – P. 2655-2658.
6. Cardoso J.F., Comon P. Tensor-based ICA // EUSIPCO. – 1990. – P. 673-676.
7. Cardoso J.F., Souloumiac A. Blind beamforming for non gaussian signals // IEE-Proceedings-F. – 1993. – Vol.140, no 6. – P. 362-370.
8. Терещук В.Ю. Восстановление изображений при минимальной априорной информации // Успехи физических наук. – 1995. – Т. 165, № 2. – С. 143-176.
9. Метьюз Д. Г., Финк К.Д. Численные методы. Использование MATLAB, 3-е издание: Пер. с англ. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2001. – 720 с.

Поступила в редакцию 20.03.2007

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.К. Волосюк, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, Харьков.