

С.К. Асланов, А.И. Стручаев

Одесский национальный университет им. И.И. Мечникова, Украина

КИНЕТИКА ВТОРИЧНОГО ДИСПЕРГИРОВАНИЯ В ГАЗО-КАПЕЛЬНЫХ СМЕСЯХ И ТЕОРИЯ ГЕТЕРОГЕННОЙ ДЕТОНАЦИИ

Выполнено замкнутое теоретическое построение для стационарного распространения детонационного процесса в аэровзвеси жидкого горючего. Произведен теоретический анализ механизма диспергирования поверхности капли под действием аэродинамических факторов, возникающих при ее обтекании потоком газа. Построено уравнение кинетики разрушения капли и дана аналитическая оценка преобладающего диапазона средних размеров капель образующейся вторичной дисперсии.

гетерогенная детонация, вторичное диспергирование, вязкая гидродинамическая неустойчивость

В работе в отличие от предыдущих исследований по идеальной неустойчивости [1, 2], рассмотрена задача вязкой неустойчивости дробления капель в потоке [3, 4].

При прохождении ударной волны по аэровзвеси капель горючего каждая взвешенная капля будет увлекаться спутным течением газа под действием возникающей аэродинамической силы, которая сообщит ей ускорение W_0 . Обладая инерционностью, капля попадает в условия обтекания газовым потоком, набегающим на нее со скоростью V_0 (рис. 1).

Пока величина V_0 сохраняет сверхзвуковое значение, перед каплей присутствует соответствующая ударная волна. Малая объемная доля ($\leq 0,1\%$) взвеси горючей жидкости при детонации аэрозоля позволяет отвлечься от рассмотрения взаимодействия соседних частиц и сосредоточить внимание на взаимодействии индивидуализированной капли с окружающим газом.

В таком случае можно пользоваться упрощенной локальной схемой плоского тангенциального течения (рис. 2).

Связывая систему отсчета с движущейся каплей, направим ее оси (x, y) по касательной и нормали к невозмущенной поверхности раздела сред $y = 0$. Местное действие инерционных сил будет обусловлено нормальной составляющей вектора ускорения

$$W = W_0 \cos \phi, \quad 0 \leq \phi < \pi/2.$$

Потоки жидкости ($y < 0$) и газа ($y > 0$) сопрягаются законом совпадения вязкого касательного напряжения на их границе, так, что изображенный на рис. 2 локальный профиль распределения скоростей основного течения характеризуется относительно малым градиентом в жидкости за счет малой вязкости газа.

Проведем анализ предельных случаев, изображенных на рис. 2 пунктирами *a* и *б*.

Первый из них – модель постоянного градиента (ПГ-модель) дает асимптотическое представление истинного профиля вблизи жидкой поверхности и описывает явление масштаба меньше толщины δ пограничного слоя в обтекающем газе ($\lambda/\delta < 1$), где λ – масштаб периодического волнообразования. Для описания масштабов явлений, соизмеримых с δ ($\lambda/\delta \sim 1$), служит вторая асимптотика – модель тангенциального разрыва (ТР-модель), когда локальная скорость газового потока V сохраняет постоянное значение непосредственно до поверхности жидкости. Тем самым величина $V = V(\phi)$ приобретает смысл распределения скорости вдоль поверхности капли при ее обтекании потоком идеального газа. При описании явлений, соизмеримых с δ , необходимо использовать истинный ха-

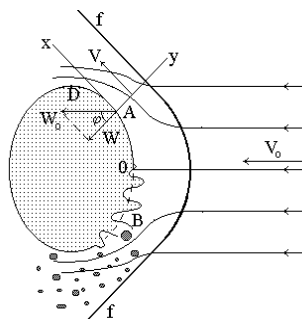


Рис. 1. Картина обтекания крупной капли исходной аэрозвеси (ff – ударная волна)

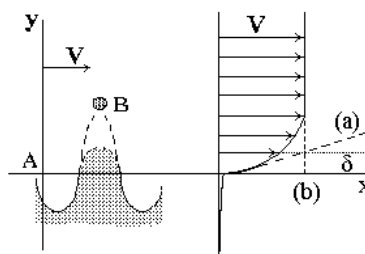


Рис. 2. Локальная схема волнообразования и диаграмма скоростей основного течения

рактен вязкого течения, который включает в себя уменьшение градиента скорости газа до его исчезновения с удалением от капли и поэтому занимает промежуточное положение (сплошная кривая) между двумя предельными моделями. Каждая из них включает область $y < 0$ первоначально неподвижной жидкости с плотностью ρ , вязкостью μ и поверхностным натяжением σ . В случае ПГ-модели к ней примыкает стационарный поток ($y > 0$) идеального газа плотности ρ_g с линейным профилем скорости (yV/δ), а в случае ТР-модели она сопрягается с однородным потоком скорости V . Естественно, что оценку влияния сжимаемости газа имеет смысл сделать лишь во втором случае.

Возмущенные состояния (вязкая жидкость и идеальный газ) складываются из возмущений давления-скорости ($f=1$) и диффузии вихря ($f = \sqrt{1 - i\omega/k^2\nu}$), где $\nu = \mu/\rho$, а во втором ($y > 0$) – присутствует только возмущение давления-скорости в форме $f = -1$. Сопряжение состояний на границе раздела $y = 0$ осуществляется кинематическими условиями совпадения нормальных составляющих скоростей сред и самой границы

$$V'_{1y} - jV \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = V'_y = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \quad (1)$$

и динамическими законами непрерывности нормального и касательного напряжений

$$\begin{cases} p'_1 - \rho_g W \varepsilon = p' - \rho W \varepsilon + 2\mu \frac{\partial V'_y}{\partial y} - \sigma \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2}; \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(V'_y - \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right) + \frac{\partial V'_x}{\partial y} = 0, \end{cases} \quad (2)$$

где $j=0$ и $j=1$ соответствует ПГ- и ТР-моделям, V_x, V_y - компоненты скорости, нижний индекс «1» отвечает области газового течения, штрихом обозначены возмущения.

Подстановка решений для возмущений в (1), (2) дает уравнение для определения собственных значений ω рассматриваемой задачи:

$$\begin{aligned}
& (\gamma+1)u^2 + (3\beta + i\gamma q_j V_s)u + 2\beta^2(1 - \sqrt{1+u/\beta}) = \alpha_j; \\
& q_j = 2j + (1-j)/\delta_k; \quad \alpha_j = \alpha + j\gamma V_s^2; \quad \alpha = 1 - \gamma - \sigma k^2/\rho W; \\
& u = -i\omega/\sqrt{kW}; \quad \beta = vk^{3/2}/\sqrt{W}; \quad V_s = V\sqrt{k/W}; \quad \delta_k = k\delta; \quad \gamma = \rho_g/\rho.
\end{aligned} \tag{3}$$

Вблизи экватора капли Д ($\phi \sim \pi/2$) ускорение $W = W_0 \cos(\phi)$ значительно уменьшается, и главная роль принадлежит скорости обтекания V , что требует пересчета безразмерных величин:

$$u_{eq} = -i\omega/kV; \quad \beta_{eq} = kv/V; \quad \alpha_{jeq} = (1-\gamma)W/kV^2 - \sigma k/\rho V^2 + j\gamma, \tag{4}$$

уравнение (3) сохраняет свой вид, если положить $V_s = 1$. Решение уравнения (3) для обеих предельных моделей ($j = 0; 1$) может быть получено асимптотически при $\beta \ll 1$ и $\beta \gg 1$ в степенном виде:

$$u_{j0} = \sqrt{\alpha_j} - \frac{3}{2}\beta - \frac{1}{2}i\gamma q_j V_s \left(1 - \frac{3}{2}\frac{\beta}{\sqrt{\alpha_j}}\right) + O\left(\beta^{3/2}\right); \tag{5}$$

$$u_{j\infty} = \frac{\alpha_j}{2\beta} \left(1 - \frac{5}{16}\frac{\alpha_j}{\beta^2}\right) - \frac{1}{4\beta^2}i\gamma q_j V_s \alpha_j \left(1 - \frac{15}{16}\frac{\alpha_j}{\beta^2}\right) + O\left(\frac{1}{\beta^5}\right), \tag{6}$$

где можно отбросить величину $\gamma \sim 10^{-3}$ и члены $O(\gamma^2)$. При $V_s = 1$ (5) и (6) описывают решения в экваториальной области параметров (4). Из положительности вещественной части ($-i\omega$), т.е. $\alpha_j > 0$ вытекают неравенства:

$$k < k_j; \quad k_j = j\rho\gamma V^2/2\sigma + \sqrt{(j\rho\gamma V^2/2\sigma)^2 + \rho W/\sigma}, \tag{7}$$

поскольку $k > 0$ ($k_0 < k_1$). Его величину, соответствующую асимптотическому пределу $\beta = 1$, обозначим

$$k_* = (W/v^2)^{1/3}; \quad \beta(k_*) = 1. \tag{8}$$

При распространении детонации в топливном аэрозоле слабовязких жидкостей капли горючего приобретают за лидирующим фронтом ускорения $W_0 \sim 10^6 \div 10^7 \text{ м/с}^2$ и скорости обтекания $V > 10^3 \text{ м/с}$ и, согласно (7) и (8), реализуется случай $k_0 < k_* < k_1$. Тогда из характера поведения асимптотик (5) и (6) неустойчивость ПГ-модели ($j = 0$) может иметь место только в случае $\beta \ll 1$, а для ТР-модели ($j = 1$) при обеих асимптоти-

ках. Однако вторая асимптотика $k \gg k_*$ для ТР-модели содержит в себе неустойчивость, которая связана с характерным размером $\lambda \sim 1/k \ll 1/k_* \approx 10^{-6}$ м. Этот размер оказывается меньше толщины пограничного слоя δ в обтекающем каплю газе и оценивается с учетом сферичности капли как:

$$\delta \cong 2,5\sqrt{v_1 d_0 / V_0}, \quad v_1 = \mu_g / \rho_g, \quad V \approx 3/2 \cdot V_0 \sin(\phi), \quad (9)$$

Для реальных значений $v_1 \approx 1,4 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ и $d_0 \sim 1 \text{ мм}$ выражение (9) дает $\delta \sim 9 \cdot 10^{-6}$ м, что намного превосходит $1/k_*$ и характерный размер λ , и свидетельствует о непригодности асимптотического подхода $\beta \gg 1$ при анализе неустойчивости ТР-модели. Приемлемой остается асимптотика $\beta \ll 1$ ($k \ll k_*$) в обеих моделях ($j = 0; 1$), могущих претендовать лишь в качестве предельных оценок с двух сторон, поскольку масштаб $1/k_0$ соизмерим с величиной δ . Вблизи экватора капли $\phi \sim \pi/2$. и реализуется случай $k < k_{*eq} = V/v$. когда возможна неустойчивость лишь асимптотики $\beta_{eq} \ll 1$. Для вязких жидкостей неустойчивости обеих моделей и асимптотик становится возможной для случая $k_* < k_0$.

При дозвуковых значениях местной скорости обтекания капли V давление в потоке газа над выпуклостями волнообразования **В** будет убывать, а над впадинами **А** – нарастать за счет соответствующего ускорения и замедления газового потока. Это приведет к дальнейшему вытягиванию всплесков жидкости и углублению впадин. В сверхзвуковой зоне, возможной вблизи экватора капли **Д** (рис. 1), вследствие торможения потока на выпуклостях возникнут нестационарные тройные ударно-волновые конфигурации, которые будут дробить поверхностный слой жидкости.

Сформулированные требования максимума дают следующие три условия ($l = 0; 1; 2$) для определения диапазона наиболее вероятных чисел k :

$$dF_l^j / dk = 0; \quad d^2 F_l^j / dk^2 < 0, \quad (10)$$

где $F_0^j = \text{Re}(-i\omega)$; $F_1^j = k \exp(F_0^j \tau_{jm})$; $F_2^j = \text{Re}(\omega)$ соответственно для инкремента нарастания амплитуды возмущений, крутизны профиля волнообразования и частоты колебаний.

Действительно, внутри области значений k между максимумами $k = k_{ml}^j$ уменьшение одной из величин $F_l^j(k)$ компенсируется увеличением другой, сохраняя тем самым относительно благоприятные условия для отрыва вторичных капелек, а вне этих интервалов тенденция к уменьшению является общей для F_l^j .

Рассмотрим случай детонации взрывозвеси горючего слабовязкой жидкости (5). Из нее вытекает, что главный член частоты $F_2^j(k)$ не зависит от k для ПГ-модели и является линейно возрастающей функцией для ТР-модели, искать решение k_{ml}^j уравнения (10) для максимума функций $F_l^j (l=0;1)$ из представления (5) асимптотически по степеням параметра $b = \sqrt{\rho k_{m*}^j / \sigma}$, где

$$k_{m*}^j = j \gamma \rho V^2 / 3\sigma + \sqrt{(j \gamma \rho V^2 / 3\sigma)^2 + \rho W / 3\sigma} < k_j \quad (11)$$

точка максимума F_0^j при $b=0$ ($v=0$). В результате можно найти:

$$k_{ml}^j = k_{m*}^j \left[1 + l A_0^j - \left(3\sqrt{2-B^j} / (3-B^j) - l A_1^j \right) b + \dots \right]; \quad B^j = j \rho \gamma V^2 / \sigma k_{m*}^j, \quad (12)$$

где $A_0^0 \approx 0,36$; $A_1^0 \approx 1,25$; $A_0^1 \approx 0,21$; $A_1^1 \approx 0,75$. Величина A_1^0 выражается через A_0^0 , которая является корнем некоторого иррационального уравнения. Аналогично находят A_0^1, A_1^1 , причем, $2-B^j \sim \alpha_j(k_{m*}^j) > 0$, поскольку выражение (11) всегда удовлетворяет условию неустойчивости (7). Таким образом, В случае ПГ-модели обтекания ($j=0$) наиболее вероятна локальная реализация промежутка неустойчивых волновых чисел

$$k_{m0}^0 < k < k_{m1}^0, \quad (13)$$

удовлетворяющего требованию асимптотики $k \ll k_*$ для практических параметров.

В случае ТР-модели ($j=1$) обе максимальные точки $k_{ml}^1 \gg k_*$ располагаются за пределами асимптотической области, так что внутри нее обе функции $F_l^1(k)$ ($l=0;1$) будут возрастающими. Для отрыва вторичных

капель с поверхности исходной благоприятна правая зона интервала, допустимого асимптотикой $k \ll k_*$. Увеличение интенсивности сил инерции в виде возрастающей функции частоты $F_2^1(k)$ колебательной неустойчивости позволяет ослабить последнее неравенство и совместно с (13) принять в качестве двусторонней оценки для доминантного диапазона локальных (по ϕ) параметров разрушения капли

$$k_{m0}^0 < k < k_* . \quad (14)$$

Несмотря на преимущество левой части этой области в силу асимптотики $k \ll k_*$, удаление от границы k_{m0}^0 усиливает физическую адекватность ПГ-модели. Вблизи экватора капли, где приемлема асимптотика $\beta_{eq} \ll 1$, ПГ-модель непригодна для объяснения дробления, обеспечивая только неустойчивость слишком длинноволновых возмущений. Для ТР-модели имеется промежуток между максимумами F_0^1 и F_1^1 , однако главный член левой границы $k_{m*}^{leq} \approx 1,5\gamma\rho V_0^2/\sigma \approx 5 \cdot 10^7$ 1/м отвечает масштабу $\lambda \sim 1/k \approx 2 \cdot 10^{-8}$ м $\ll \delta$. Следовательно, адекватность модели, если и возможна, то лишь начиная с $\lambda \sim \delta$, не добавляя ничего нового к найденному диапазону (14). Осреднение интервала (13), как это сделано в [5], дает для границ неравенства $\lambda_{m0}^0 < \lambda < \lambda_*$, диапазон среднего значения доминантной волны, позволяющего оценить среднеобъемный размер вторичной дисперсии

$$6\left(\frac{v^2}{W_0}\right)^{1/3} < \{\langle \lambda \rangle\} < 8\sqrt{3}\left(\frac{\sigma}{\rho W_0}\right)^{1/2} \left[1 + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt[4]{3}} \left(\frac{\rho W_0}{\sigma^3}\right)^{1/4} v \right]. \quad (15)$$

Величина скорости убыли массы отдельной исходной капли аэрозоля $m(t)$ оценивается средним значением за промежуток времени Δt

$$dm/dt = -A(t)(\Delta m/\Delta t), \quad (16)$$

где $A(t)$ – некоторая корректирующая функция.

Предполагая отрыв капелек с поверхности послойным, в качестве Δt естественно использовать время срыва слоя массой $\Delta m \approx 2\pi R^2 \rho d_l$. Тогда масштаб промежутка Δt можно оценить характерным временем развития

неустойчивости поверхностного волнообразования $t_u = 1/F_0^j(k)$ для доминантного диапазона (15):

$$\langle t_u^0 \rangle = \frac{1}{2\pi k} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt[4]{2}} \frac{\Gamma^2(1/8)}{\Gamma(1/4)} \left(\frac{\rho}{3\sigma W_0} \right)^{1/4}, \quad (17)$$

где $\Gamma(\xi)$ – гамма-функция.

Во введенной расчетной схеме можно применить закон Срезневского для линейного изменения площади поверхности S испаряющейся капли [6], понимая под S площадь диспергируемой передней стороны поверхности капли при средней по времени диспергирования скорости убывания ее площади a_S и времени полного разрушения капли t_b ($R_0 = R(0)$, $R(t_b) = 0$):

$$dS/dt = -a_S = \text{const} \quad \text{или} \quad R^2/R_0^2 = 1 - \tau, \quad \tau = t/t_b. \quad (18)$$

Подставляя последнее в (16), получим следующее уравнение:

$$dm/dt = -Bm_0\tau(1 - \tau); \quad B = 3A_1(d_l/d_0)(t_b/\langle t_u \rangle), \quad m_0 = \pi d_0^3 \rho / 6$$

После интегрирования и удовлетворения условий $m(0) = m_0$ и $m(t_b) = 0$ находим, что $B = 6$, и окончательно выражаем закон диспергирования капли в скоростном потоке газа

$$m/m_0 = 1 - \tau^2(3 - 2\tau); \quad t_b/\langle t_u \rangle = 2d_0/(A_2\langle \lambda \rangle), \quad A_2 = (A_1/n)(d_l/d_\lambda). \quad (19)$$

Таким образом, полученная теоретическая закономерность (19) хорошо совпадает с известной эмпирической зависимостью [7]:

$$m = 0,5m_0(1 + \cos(\pi\tau)).$$

Для оценки величины коэффициента A_2 можно воспользоваться данными измерений времени t_b . Увеличение вязкости жидкости должно приводить к снижению скорости диспергирования капли (16), т.е. к уменьшению значения множителя A_1 . Увеличение же при этом размера $d_l \sim d_\lambda \approx (\langle \lambda \rangle / n)$ согласно (15) будет компенсировать изменение A_1 , так что произведение $A_1 d_l = A_2 \langle \lambda \rangle$, а значит, отношение $t_b/\langle t_u \rangle$ можно считать практически не зависящим от вязкости. Промежуток индукции начала разрушения капли пропорционален характерному времени нарастания амплитуды неустойчивого волнообразования $\langle t_u \rangle$. Нетрудно убедиться,

что оба конца доминантного интервала волновых чисел (14) т.е. обе модели $j = 0; 1$ обеспечивают возрастание масштабом вязкости. Тем самым предложенный позволяет теоретически объяснить соответствующую зависимость промежутка индукции и время, как известная модель срыва пограничного приводит к обратной зависимости этих величин.

Применим одномерную расчетную схему для химических процессов и термо-газодинамической детонационной зоны протяженностью L , стационарно распространяющейся по взрыву со скоростью D . Кинетика задавалась в виде задержки воспламенения по закону Аррениуса $\tau_{ch} = B_{ch} \exp(E/R \cdot T_1)$, где E – энергия активации, T_1 – среднеобъемное значение температуры.

С учетом сделанных упрощений в релаксационной зоне будем иметь течение двухфазной, пятикомпонентной двухскоростной и двухтемпературной реагирующей среды. Система уравнений для расчета структуры этого течения в координатах x , отсчитываемых относительно фронта детонации, аналогична приведенной в [7]. Задача о стационарном распространении детонации математически замыкается обязательным требованием, чтобы поток газовой фазы имел возможность достигнуть звуковой скорости ($M = 1$) с дальнейшим переходом в сверхзвуковую область. Собственные значения задачи будут служить в качестве искомых величин скорости D самоподдерживающихся режимов детонации.

Выполненный расчет течения в детонационной зоне не учитывал затраты энергии на работу отрыва вторичных капелек и их разгон до скорости газа и перемешивания с окислителем, потери на стенках трубы. В результате этого из всех возможных самоподдерживающихся режимов в переходной области следует ожидать реализации прежде всего режимов с наименьшей скоростью распространения D . Теплоотвод же в стенки трубы будет наиболее низким при минимальной протяженности $L_{\min}$ детонационной зоны. Противоборство этих тенденций окончательно выделит весьма узкий диапазон оптимального стационарного режима для каждого

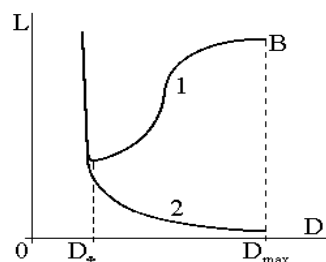


Рис. 3. Вид зависимостей: $1 - L(D)$, $2 - x_m(D)$ для $A_0 = \text{const}$

фиксированного значения параметра A_2 . В силу чрезвычайно резкого подъема кинетической ветви кривых $L(D)$, т.е. слева от точек $L_{\min}$ (рис. 3), указанный диапазон скоростей детонации будет сосредоточен в малой окрестности значения $D_* = D(L_{\min})$. Численный подбор неопределенного параметра A_2 (в пределах (1 ... 3)) позволяет обеспечить попадание теоретически найденного диапазона величин скорости детонации аэровзвеси горючего на соответствующие экспериментальные значения [7] во всех трех рассмотренных случаях самоподдерживающегося режима распространения.

Литература

1. Taylor G.G. Generation of ripples by wind blowing over a viscous fluid // Scientific Papers of G.G.Taylor. – Cambridge University Press. – 1963. – P. 244-254.
2. Асланов С.К., Гирин А.Г. К построению теории детонации аэрозолей // Физика горения и взрыва. – 1988. – № 4. – С. 101-109.
3. Aslanov S.K. Construction of the explosion waves theory for combustible aerosols // J. Aerosol Sci. – 1994. – № 25 (Supp 1.1). – S. 44-45.
4. Гельфанд Б.Е. Современное состояние и задачи исследования детонации в системе капли жидкости-газ // Детонация: Мат. IV Всес. симпозиума по горению и взрыву – М.: Наука, 1977. – С. 28-39.
5. Асланов С.К. Гидродинамическая неустойчивость и математическое моделирование процесса механического разрушения // Вісник ОДУ. – 2000. – Т. 5, вип. 3 (фіз.-мат. науки). – С. 94-102.
6. Sreznevsky B.I. // Journal of Russia Phys.-Chemical Society. – 1882. – № 14. – P. 420-483.
7. Aslanov S.K., Girin A.G. Modelling of spray detonation combustion processes // Archivum Combustionis. – 1991. – Vol. 11, № 3-4. – P. 205-217.

Поступила в редакцию 17.04.2007

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. С.Д. Каим, Одесский национальный университет им. И.И. Мечникова, Одесса.