

УДК 621.165:621.438:621.65.03

В.Ф. ШАТОХИН, С.Д. ЦИММЕРМАН*ОАО «Калужский турбинный завод», Россия***КОЛЕБАНИЯ РОТОРА ТУРБОАГРЕГАТА ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ КИНЕМАТИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ. МЕТОД РАСЧЕТА**

Причиной нестационарных колебаний валопровода (ротора) турбоагрегата (ТА) могут быть кинематические воздействия различного характера (от взрыва или сотрясения основания), мгновенная разбалансировка ротора, короткое замыкание в сети, самом генераторе и др. Например, полностью исключить поломки вращающихся элементов ротора ТА по различным причинам не представляется возможным, что сопровождается ударным воздействием на ротор в месте обрыва лопатки или сектора диска. В случае взрыва или сотрясения основания характер нестационарного воздействия определяется коротким промежутком времени и направлением воздействия. Опасность подобного типа воздействий заключается в возможности последующего развития аварии с полным разрушением ТА. При этом одной из причин развития аварии может быть обкат ротора по статору (корпусу, подшипнику), если амплитуды стационарных или нестационарных колебаний превысят величину зазора между ротором и статором, а динамические характеристики ТА неудовлетворительные. В системе предотвращения катастроф агрегатов (СПКА) предполагается моделирование на этапе проектирования или модернизации стационарных и нестационарных колебаний ТА при различных воздействиях. Приведены основы алгоритма расчета колебаний ротора и опор ТА вследствие кинематического воздействия ударного характера. Рассмотрены некоторые результаты линейных колебаний ротора на трех опорах при нестационарном воздействии.

турбоагрегат (ТА, турбогенератор), валопровод (ротор), обкат ротора по корпусу, контакт ротора со статором, нестационарные колебания, внешнее кинематическое воздействие ударного характера, неконсервативные силы

Установившиеся (стационарные) колебания валопровода (ротора) [1] и опор турбоагрегата (ТА) вызываются неуравновешенностью ротора, линейными и угловыми расцентровками в соединениях роторов, неконсервативными силами, действующими на ротор со стороны рабочего потока [2], гидродинамическими силами в подшипниках [3] и другими причинами.

При различной схематизации ТА стационарные колебания рассматривались многими авторами с применением методик, доведенных до промышленного использования в проектировании ТА.

Нестационарные изгибные колебания ротора могут происходить вследствие различных воздействий: кинематических воздействий (от взрыва или сотрясения основания), мгновенной разбалансировки ротора, короткого замыкания в сети или генераторе и пр. Например, полностью исключить поломки вращающихся элементов ротора ТА по различным при-

чинам не представляется возможным, что сопровождается ударным воздействием на ротор в месте обрыва лопатки или сектора диска. В случае взрыва или сотрясения основания характер нестационарного воздействия определяется коротким промежутком времени и направлением воздействия. Опасность подобного типа воздействий заключается в возможности последующего развития аварии с полным разрушением ТА [7]. При этом одной из причин развития аварии может быть обкат ротора по статору (корпусу, подшипнику), если амплитуды стационарных или нестационарных колебаний превысят величину зазора между ротором и статором, а динамические характеристики ТА неудовлетворительные.

Соприкосновение (контакт) вращающегося ротора со статором (корпусом, подшипником) при больших амплитудах колебаний возможно в одном или нескольких местах по длине валопровода. В этом

случае задача может быть существенно нелинейной в зависимости от характеристик статора в месте контакта, а стационарные колебания ротора перестают быть таковыми. Наряду с изгибными колебаниями, по-видимому, в этом случае возникнут и крутильные колебания ротора при его торможении после соприкосновения со статором.

В системе предотвращения катастроф агрегатов (СПКА) [7, рис. 1], как составная часть, предполагается моделирование процесса стационарных и нестационарных (изгибных, крутильных) колебаний валопровода при различных воздействиях на ТА для исследования реакции (поведения) ротора и предотвращения возможных неблагоприятных ситуаций, связанных с развитием процесса аварии. Последнее в значительной степени зависит от динамических характеристик ТА [5 – 8]. Таким образом, уже на этапе проектирования необходимо оценивать сохранение работоспособности (реакцию конструкции) ТА при различных воздействиях. Оценка работоспособности ТА может определяться основными параметрами нестационарных колебаний: максимальные перемещения ротора относительно опор (корпуса); ускорения различных точек ротора и опор; нагрузки на подшипники; динамическая прочность элементов системы ротор – опоры. При этом оценивается способность системы ротор – опоры гасить или развивать явление обката ротора по статору.

В общем случае динамические (инерционные, жесткостные) свойства статора, фундамента и других связей должны быть некоторым образом учтены в расчетной схеме ТА.

Схематизация ротора, опор ТА показана на рис. 2 – 4 и в некоторой мере традиционна [1, 2, 6, 8, 9]. Что касается мест возможных контактов вращающегося ротора и статора, то их динамические характеристики будут зависеть от конструктивного исполнения статора:

1. Статор (или рама) обладает значительной податливостью (или амортизирован) и его можно схематизировать аналогично схеме опор ТА (рис. 2, а;

4, а). Представление динамических характеристик статора в возможных местах контакта в виде двухмассовых моделей с различными свойствами в горизонтальной и вертикальной плоскости колебаний позволяет с одной стороны иметь один обобщенный элемент для связей в расчетной схеме ротора на опорах, а с другой стороны, иметь возможность определять динамические характеристики этих элементов, например, экспериментальным путем на прототипах ТА. Введение амортизаторов и демпферных устройств в опорную систему ТА этот подход не меняет. Для j -го места контакта реакция $\bar{N}_j$ со стороны статора

$$\bar{N}_j = K_j \cdot \bar{\Delta} + B_j \cdot \dot{\bar{\Delta}},$$

$$\text{где } K_j = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 \\ 0 & k_{22} \end{bmatrix}; \quad B_j = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & b_{22} \end{bmatrix};$$

$$\Delta = \left| \bar{w}_j - \bar{w}_j^{(n)} \right| - \left| \bar{\delta}_j \right|;$$

$$K_j = f(\alpha_j, k_{ii}); \quad B_j = f(\alpha_j, b_{ii}), i = 1, 2;$$

$$k_{ii} = b_{ii} = 0 \quad \text{при} \quad \left| \bar{w}_j - \bar{w}_j^{(n)} \right| \leq \left| \bar{\delta}_j \right|$$

k, b – приведенные коэффициенты жесткости, демпфирования.

2. Соприкосновение вращающегося ротора со статором в сечении j соответствует контакту с ограничителем, обладающим значительной жесткостью (рис. 4, б).

$$\text{Реакция статора: } \bar{N}_j = K_j \left[\bar{w}_j - \bar{\delta}_j \right];$$

$$k_{11} = K_j \cdot \cos \alpha_j; \quad k_{22} = K_j \cdot \sin \alpha_j;$$

$$K_j = \frac{P_j}{w_j - \delta_j}; \quad P_j = 0 \quad \text{при} \quad w_j \leq \delta_j.$$

3. Деформация статора в месте контакта j сопровождается значительными потерями (рис. 4, в). При скорости $\dot{\bar{w}} > 0$ реакция статора определяется нагрузочной частью гистерезисной петли, а при скорости $\dot{\bar{w}} < 0$ – разгрузочной ее частью:

$$K_j = \frac{P_j}{w_j - \delta_j} \quad (\dot{\bar{w}} > 0 \text{ или } \dot{\bar{w}} < 0);$$

$$P_j = 0 \quad \text{при} \quad w_j \leq \delta_j.$$

Ниже рассматриваются основы алгоритма нестационарных изгибных колебаний многоопорного ротора с учетом свойств статора-фундамента в случае кинематического ударного воздействия. Кинематические воздействия при взрыве или сотрясении основания задаются в виде зависимостей перемещений $\bar{\psi}$, скоростей $\dot{\bar{\psi}}$ или ускорений $\ddot{\bar{\psi}}$ основания от времени.

На основании рис. 2, 3 сложное движение точек системы ротор – опоры в плоскости, перпендикулярной невозмущенной оси ротора, можно представить как векторную сумму переносного движения $\bar{\psi}(t)$ и относительно $\bar{w}$, т.е.

$$\bar{w}_a = \bar{w} + \bar{\psi}(t).$$

Сам ротор в расточке корпуса (подшипника) совершает прецессионное движение и вращается вокруг собственной оси, а при больших амплитудах колебаний может касаться неподвижных элементов статора.

Тогда уравнения движения системы ротор – опоры будут иметь вид:

$$\begin{aligned} [\beta(z)\bar{w}''(z)]'' + \delta(z-z_j) \left\{ K_i^{(M)} \left[\bar{w}_i - \bar{w}_i^{(n)} \right] + B_i^{(M)} \left[\dot{\bar{w}}_i - \dot{\bar{w}}_i^{(n)} \right] \right\} + \\ + 2h\mu(z) \left[\dot{\bar{w}}(z) - \dot{\bar{w}}_j^{(n)} \right] + K^{(l)} \left[\bar{w}(z) - \bar{w}_j^{(n)} \right] + \\ + K^{(u)} \left[\bar{w}'(z) - \bar{w}_j^{(n)} \right] + \mu(z)\ddot{\bar{w}}(z) = \bar{f}(z, t) - \bar{G}(z) - \\ - \delta(z-z_j) \cdot \left\{ \bar{N}_j + \bar{T}_j \right\} - \mu(z)\ddot{\bar{\psi}}(t); \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} M_i^{(n)} \ddot{\bar{w}}_i^{(n)} + K_i^{(n)} \left[\bar{w}_i^{(n)} - \bar{w}_i^{(\phi)} \right] + B_i^{(n)} \left[\dot{\bar{w}}_i^{(n)} - \dot{\bar{w}}_i^{(\phi)} \right] = \\ = K_i^{(M)} \left[\bar{w}_i - \bar{w}_i^{(n)} \right] + B_i^{(M)} \left[\dot{\bar{w}}_i - \dot{\bar{w}}_i^{(n)} \right] - M_i^{(n)} \ddot{\bar{\psi}}(t); \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} M_i^{(\phi)} \ddot{\bar{w}}_i^{(\phi)} + K_i^{(\phi)} \left[\bar{w}_i^{(\phi)} - \bar{w}_i^{(n)} \right] + B_i^{(\phi)} \left[\dot{\bar{w}}_i^{(\phi)} - \dot{\bar{w}}_i^{(n)} \right] = \\ = K_i^{(n)} \left[\bar{w}_i^{(n)} - \bar{w}_i^{(\phi)} \right] + B_i^{(n)} \left[\dot{\bar{w}}_i^{(n)} - \dot{\bar{w}}_i^{(\phi)} \right] - M_i^{(\phi)} \ddot{\bar{\psi}}(t); \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} M_j^{(n)} \ddot{\bar{w}}_j^{(n)} + K_j^{(n)} \left[\bar{w}_j^{(n)} - \bar{w}_j^{(\phi)} \right] + \\ + B_j^{(n)} \left[\dot{\bar{w}}_j^{(n)} - \dot{\bar{w}}_j^{(\phi)} \right] = \left\{ \bar{N}_j + \bar{T}_j \right\} - M_j^{(n)} \ddot{\bar{\psi}}(t); \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} M_j^{(\phi)} \ddot{\bar{w}}_j^{(\phi)} + K_j^{(\phi)} \left[\bar{w}_j^{(\phi)} - \bar{w}_j^{(n)} \right] + B_j^{(\phi)} \left[\dot{\bar{w}}_j^{(\phi)} - \dot{\bar{w}}_j^{(n)} \right] = \\ + K_j^{(n)} \left[\bar{w}_j^{(n)} - \bar{w}_j^{(\phi)} \right] + B_j^{(n)} \left[\dot{\bar{w}}_j^{(n)} - \dot{\bar{w}}_j^{(\phi)} \right] - M_j^{(\phi)} \ddot{\bar{\psi}}(t); \end{aligned} \quad (5)$$

$$\bar{T}_j = \begin{bmatrix} 0 & f_j \\ -f_j & 0 \end{bmatrix} \bar{N}_j; \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \mu(z)\varepsilon(z) \frac{d\omega}{dt} = -\delta(z-z_j) \frac{\varepsilon(z)}{\chi^2(z)} \times \\ \times \left\{ N_j f_{kj} + T_j \frac{d_j}{2} \right\}. \end{aligned} \quad (7)$$

Условие контакта (задевания):

$$\bar{w}_j - \bar{w}_j^{(n)} = \bar{\delta}_j \quad (8)$$

или

$$\begin{aligned} \left[\left(w_1 - w_1^{(n)} \right)^2 + \left(w_2 - w_2^{(n)} \right)^2 \right]_j = \delta_j^2; \\ \operatorname{tg} \alpha_j = \left(\frac{w_2 - w_2^{(n)}}{w_1 - w_1^{(n)}} \right)_j; \\ \alpha_j = \operatorname{arctg} \left(\frac{w_2 - w_2^{(n)}}{w_1 - w_1^{(n)}} \right)_j, \end{aligned}$$

где $\bar{\delta}_j$ – вектор, постоянный по величине, характеризующий величину зазора между ротором и статором в возможных местах контакта.

Уравнения (1) – (6) описывают изгибные колебания ротора и элементов статора (корпуса в местах контакта, опор). В число элементов, в которых может происходить контакт, в принципе, могут входить отдельные опоры и места статора с пучностями форм колебаний системы ротор – опоры, что при наличии спектра частот и форм колебаний консервативной системы нетрудно предварительно установить. На рис. 2, г показан такой спектр для трехопорного ротора, полученный с учетом динамических свойств масляной пленки подшипников скольжения. В [7] для ТА 300 МГв приведен спектр частот и форм колебаний для вертикального направления*, рассчитанный с учетом динамических свойств масляной пленки и динамических свойств опор ТА, определенных экспериментальным путем с последующей математической обработкой. Если контакт ротора со статором произошел в подшипнике, то эта связь переходит из разряда i в разряд j . Индекс i –

* Направления 1 и 2 выделены в связи с анизотропией свойств масляной пленки подшипников скольжения и самих опор ТА. Основные пояснения величин, используемых в уравнениях, приведены на рисунках и в приложении.

относится к опорам; индекс j – к местам контакта вращающегося ротора и статора при колебаниях системы. При этом элемент связи $K^{(m)}$, $B^{(m)}$ в системе связей разряда j равен нулю, а в системе связей разряда i становится равным нулю лишь в случае соприкосновения ротора с подшипником. Уравнение (7) учитывает изменение скорости вращения ротора в связи с появлением сил трения в месте контакта.

Будем считать уравнения, описывающие колебания системы ротор – опоры (с индексом i) – первой группой уравнений, а уравнения с индексом i и j – второй группой уравнений. Первая группа уравнений описывает линейные колебания системы ротор – опоры, вторая группа – нелинейные колебания.

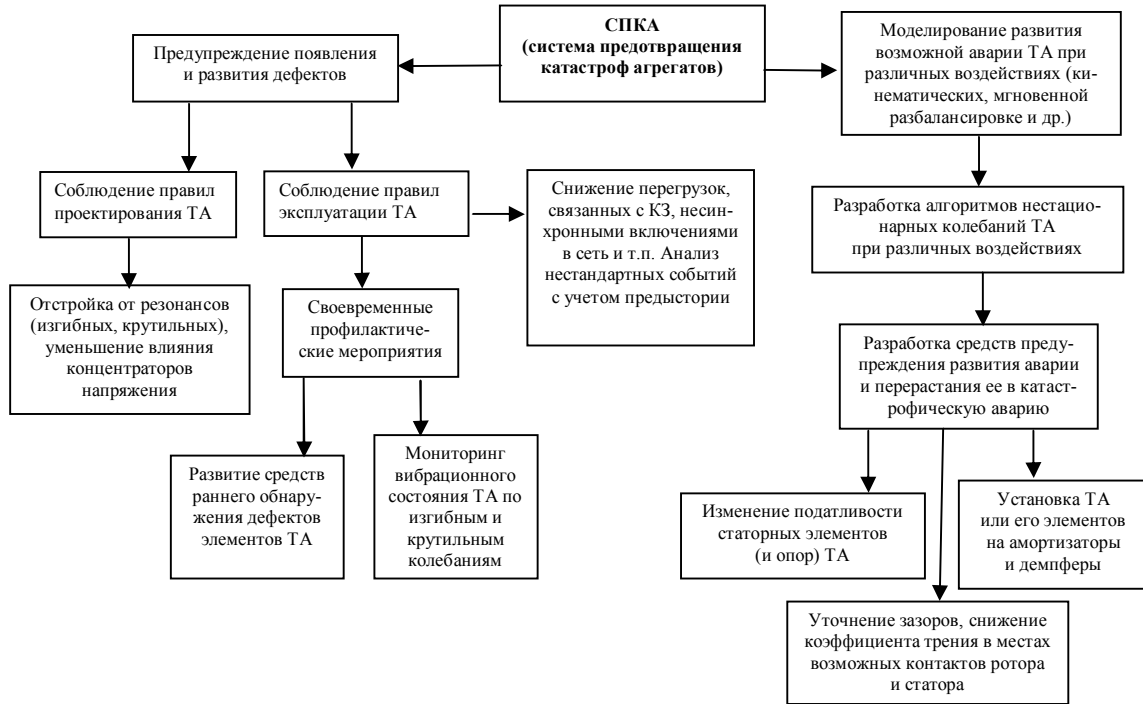


Рис. 1. Принципиальная схема системы предотвращения катастроф агрегатов (СПКА)

В рассматриваемой постановке решение системы дифференциальных уравнений (1) – (8) представим в виде рядов (9) по главным формам колебаний консервативной системы ротор – опоры для деформационных и силовых факторов:

$$\begin{aligned} \bar{w}(z, t) &= \sum_{S=1}^{\infty} T_S(t) \bar{\varphi}_S(z); \bar{w}_i^{(n)}(t) = \sum_{S=1}^{\infty} T_S(t) \bar{\varphi}_{S_i}^{(n)}; \\ \bar{w}_i^{(\phi)}(t) &= \sum_{S=1}^{\infty} T_S(t) \bar{\varphi}_{S_i}^{(\phi)}; \\ \bar{w}_j^{(n)}(t) &= \sum_{S=1}^{\infty} T_S(t) \bar{\varphi}_{S_j}^{(n)}; \bar{w}_j^{(\phi)}(t) = \sum_{S=1}^{\infty} T_S(t) \bar{\varphi}_{S_j}^{(\phi)}, \end{aligned} \quad (9)$$

где: $T_S(t)$ – скалярные функции времени;

$\bar{\varphi}^* = [\varphi_1 \quad \varphi_2]$ – собственные функции, опреде-

ляемые решением однородного уравнения, получаемого из (1) – (5), для консервативной системы ротор – опоры. Составляющие $\bar{\varphi}_1$, $\bar{\varphi}_2$ являются деформационными и (или) силовыми факторами s -ой главной формы колебаний для перемещений φ , углов поворота θ , изгибающих моментов M , поперечных сил P , для ротора; перемещений в связях в направлении 1 и 2. Звездочка обозначает транспонированный вектор.

Для случаев 4, б; 4, в схематизации статора в местах контакта уравнения (4), (5) отсутствуют, а уравнения (9) с индексом j заменяются смещением $\bar{w}_i$ ротора в сечении j .

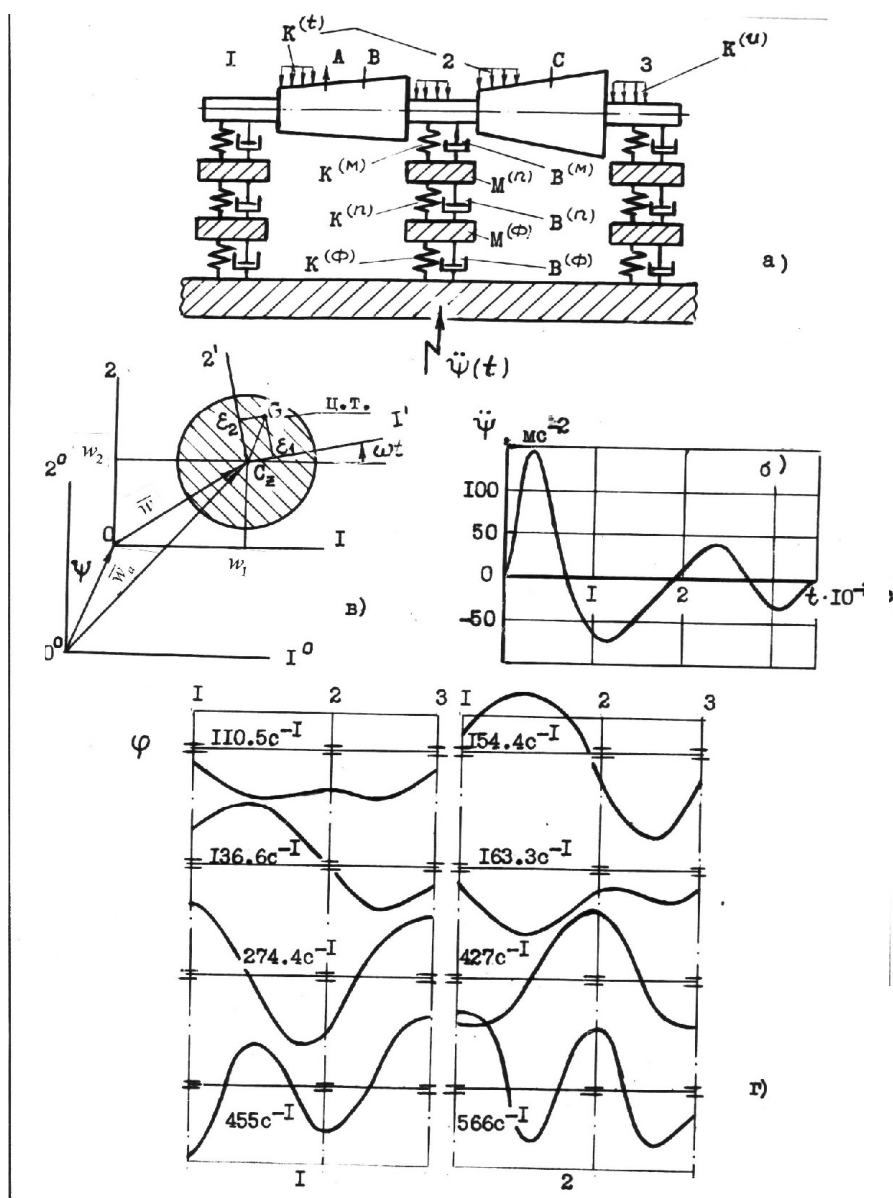


Рис. 2. Расчетная схема: а – системы ротор – опоры трехопорного ТА; б – импульс кинематического воздействия; в – сечение неуравновешенного ротора с системой координат; w_1, w_2 – смещение ротора относительно подвижной системы координат $1O2z$, связанной с основанием; г – спектр частот и форм колебаний консервативной системы для горизонтального (1) и вертикального (2) направления колебаний.

Индексы: м – масляный слой подшипников; п – подшипник; ф – фундамент (условно); t, u – паровые (газовые силы) в проточной части турбины и в уплотнениях; K, B, M – матрицы жесткости, демпфирования, инерционности связей с индексом i, j ; 1, 2, 3 – номера опор ТА

Этот метод ранее использовался [1, 2, 6] для исследования вынужденных колебаний от неуравновешенности ротора, переходных колебаний при внезапной разбалансировке ротора и динамической устойчивости системы ротор – опоры, а также при исследовании нестационарных колебаний [6, 8, 9]. В настоящее время метод применяется в виде про-

грамм для ПК при проектировании ТА и насосов различного назначения для расчетов спектра частот и форм колебаний системы ротор – опоры в горизонтальном 1 и вертикальном 2 направлении, расчетов вынужденных колебаний от неуравновешенности ротора, динамической устойчивости ротора от действия неконсервативных сил.

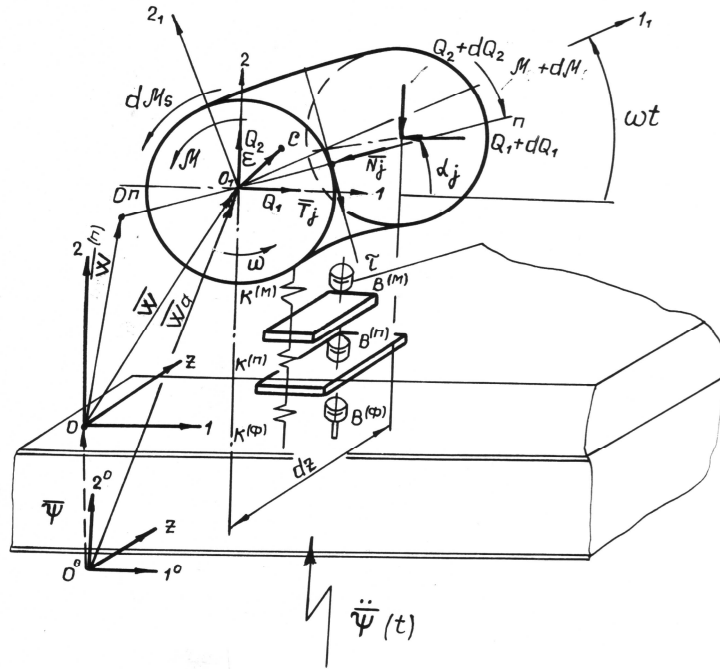


Рис. 3. Силы, действующие в сечениях участка dz ротора и в месте контакта j :
 $\bar{w}$, $\bar{w}^{(n)}$ – относительные смещения геометрического центра ротора, подшипника;
 ωt – положение подвижной системы координат, вращающейся с ротором;
 α_j – положение места контакта ротора в текущий момент

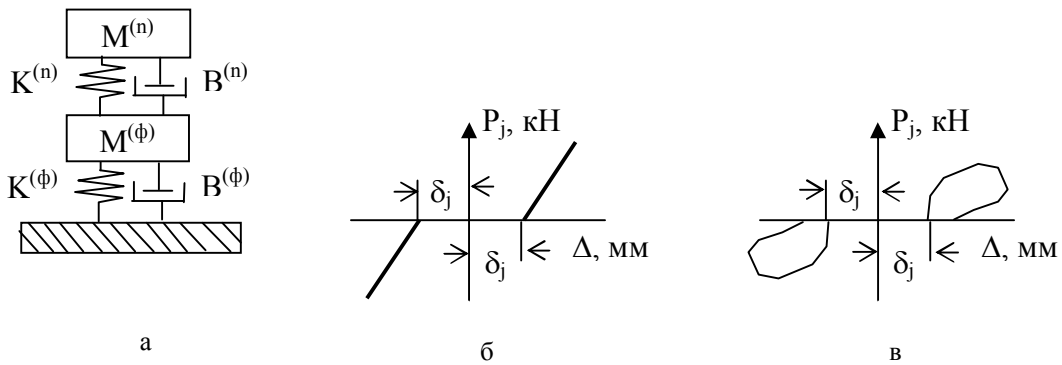


Рис. 4. Характеристики связей в системе ротор – опоры:
а – схема опор (индекс i) и относительно податливых мест контакта ротора со статором (индекс j);
б – реакция связи типа ограничитель;
в – реакция связи типа ограничитель с демпфированием

Неконсервативные силы в системе учитываются в форме, принятой в [1, 8]:

$$K = K_c + K_a = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 \\ 0 & k_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & k_{12} \\ k_{21} & 0 \end{bmatrix};$$

где K_c и K_a – симметричная и несимметричная составляющие матриц жесткости неконсервативных сил.

Реакция связи в местах контакта ротора и статора:

$$\bar{N}_j + \bar{T}_j = \begin{bmatrix} 1 & f_j \\ -f_j & 1 \end{bmatrix} \cdot \bar{N}_j.$$

При этом реакция $+\bar{N}_j$ приложена к подшипнику ($-\bar{N}_j$ – к ротору).

Подставляя выражение (9) в выражения (1) – (8) и выполняя ряд преобразований, получим уравнения вида:

$$\begin{aligned}
 & \left[\ddot{T}_S(t) + p_S^2 T_S(t) \right] \left\{ \int_0^l \mu(z) \bar{\varphi}_k^*(z) \bar{\varphi}_S(z) dz + \right. \\
 & + \sum_{i=1}^r \bar{\varphi}_{ki}^{(n)} M_i^{(n)} \bar{\varphi}_{Si}^{(n)} + \sum_{i=1}^r \left[\bar{\varphi}_{ki}^{(\phi)} \right]^* M_i^{(\phi)} \bar{\varphi}_{Si}^{(\phi)} + \\
 & + \sum_{j=1}^{r'} \left[\bar{\varphi}_{kj}^{(n)} \right]^* M_j^{(n)} \bar{\varphi}_{Sj}^{(n)} + \sum_{j=1}^{r'} \left[\bar{\varphi}_{kj}^{(\phi)} \right]^* M_j^{(\phi)} \bar{\varphi}_{Sj}^{(\phi)} \left. \right\} + \\
 & + \dot{T}_S(t) \left\{ \sum_{i=1}^r \left[\bar{\varphi}_{ki} - \bar{\varphi}_{ki}^{(n)} \right]^* B_i^{(M)} \left[\bar{\varphi}_{Si} - \bar{\varphi}_{Si}^{(n)} \right] + \right. \\
 & + \sum_{i=1}^r \left[\bar{\varphi}_{ki}^{(n)} - \bar{\varphi}_{ki}^{(\phi)} \right]^* B_i^{(n)} \left[\bar{\varphi}_{Si}^{(n)} - \bar{\varphi}_{Si}^{(\phi)} \right] + \\
 & + \sum_{i=1}^r \left[\bar{\varphi}_{ki}^{(\phi)} \right]^* B_i^{(\phi)} \bar{\varphi}_{Si}^{(\phi)} + \\
 & + \sum_{j=1}^{r'} \left[\bar{\varphi}_{kj}^{(n)} - \bar{\varphi}_{kj}^{(\phi)} \right]^* B_j^{(n)} \left[\bar{\varphi}_{Sj}^{(n)} - \bar{\varphi}_{Sj}^{(\phi)} \right] + \\
 & + \sum_{j=1}^{r'} \left[\bar{\varphi}_{kj}^{(\phi)} \right]^* B_j^{(\phi)} \bar{\varphi}_{Sj}^{(\phi)} + \int_0^l 2h\mu(z) \bar{\varphi}_k^*(z) \bar{\varphi}_S(z) dz \left. \right\} + \\
 & + T_S(t) \left\{ \sum_{i=1}^r \left[\bar{\varphi}_{ki} - \bar{\varphi}_{ki}^{(n)} \right]^* K_{ai}^{(M)} \left[\bar{\varphi}_{Si} - \bar{\varphi}_{Si}^{(n)} \right] + \right. \\
 & + \int_0^L \bar{\varphi}_k^*(z) K^{(t)} \left[\bar{\varphi}_S(z) - \bar{\varphi}_{Sj}^{(n)} \right] dz + \\
 & + \int_0^L \bar{\varphi}_k^*(z) K^{(u)} \left[\bar{\varphi}_S'(z) - \bar{\varphi}_{Sj}^{(n)'} \right] dz \left. \right\} = \int_0^L \bar{\varphi}_k^*(z) \bar{f}(z, t) dz - \\
 & - \int_0^L \mu(z) \bar{\varphi}_k^*(z) \bar{F}\ddot{\Psi}(t) dz - \\
 & - \sum_{i=1}^r \left[\bar{\varphi}_{ki}^{(n)} \right]^* M_i^{(n)} \bar{F}\ddot{\Psi}(t) - \sum_{i=1}^r \left[\bar{\varphi}_{ki}^{(\phi)} \right]^* M_i^{(\phi)} \bar{F}\ddot{\Psi}(t) - \\
 & - \sum_{j=1}^{r'} \left[\bar{\varphi}_{kj}^{(n)} \right]^* M_j^{(n)} \bar{F}\ddot{\Psi}(t) - \sum_{j=1}^{r'} \left[\bar{\varphi}_{kj}^{(\phi)} \right]^* M_j^{(\phi)} \bar{F}\ddot{\Psi}(t) - \\
 & - \sum_{j=1}^{r'} \left(\delta_j \begin{bmatrix} \cos \alpha_j \\ \sin \alpha_j \end{bmatrix} \right)^* \begin{bmatrix} 1 & f_j \\ -f_j & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha_j \\ \sin \alpha_j \end{bmatrix} \times \\
 & \times \left\{ K_j^{(n)} \left[\bar{\varphi}_{kj}^{(n)} - \bar{\varphi}_{kj}^{(\phi)} \right] - \omega_\alpha^2 M_j^{(n)} \bar{\varphi}_{kj}^{(n)} \right\} + \\
 & + \delta_j \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha_j \\ \sin \alpha_j \end{bmatrix} \right\}^* \begin{bmatrix} 1 & f_j \\ -f_j & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha_j \\ \sin \alpha_j \end{bmatrix} \times \\
 & \times \left\{ B_j^{(n)} \omega_\alpha \left[\bar{\varphi}_{kj}^{(n)} - \bar{\varphi}_{kj}^{(\phi)} \right] + \varepsilon_\alpha M_j^{(n)} \bar{\varphi}_{kj}^{(n)} \right\} + \\
 & + \left[\bar{\varphi}_{kj} - \bar{\varphi}_{kj}^{(n)} \right]^* \begin{bmatrix} 1 & f_j \\ -f_j & 1 \end{bmatrix} \times \\
 & \times \begin{bmatrix} \cos \alpha_j \\ \sin \alpha_j \end{bmatrix} \cdot M_j^{(n)} \cdot \bar{F}\ddot{\Psi}(t) \left. \right\} \cdot \begin{bmatrix} \cos \alpha_j \\ \sin \alpha_j \end{bmatrix}. \quad (10)
 \end{aligned}$$

Учитывая условие ортогональности, получим систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}
 \ddot{T}_k(t) + p_k^2 T_k(t) + \sum_{S=1}^\infty T_S(t) \cdot a_{kS} + \sum_{S=1}^\infty \dot{T}_S(t) \cdot l'_{kS} = \quad (11) \\
 = p_{1k} + p_{2k} + p_{3k} + p_{4k} + p_{5k},
 \end{aligned}$$

где p_k – собственные частоты колебаний системы ротор – опоры;

$$\begin{aligned}
 a_{kS} &= \sum_{i=1}^r \left[\bar{\varphi}_{ki} - \bar{\varphi}_{ki}^{(n)} \right]^* K_{ai}^{(M)} \left[\bar{\varphi}_{Si} - \bar{\varphi}_{Si}^{(n)} \right] + \\
 & + \int_0^L \bar{\varphi}_k^*(z) K^{(t)} \left[\bar{\varphi}_S(z) - \bar{\varphi}_{Sj}^{(n)} \right] dz + \\
 & + \int_0^L \bar{\varphi}_k^*(z) K^{(u)} \left[\bar{\varphi}_S'(z) - \bar{\varphi}_{Sj}^{(n)'} \right] dz ; \\
 l'_{kS} &= \sum_{i=1}^r \left[\bar{\varphi}_{ki} - \bar{\varphi}_{ki}^{(n)} \right]^* B_i^{(M)} \left[\bar{\varphi}_{Si} - \bar{\varphi}_{Si}^{(n)} \right] + \\
 & + \sum_{i=1}^r \left[\bar{\varphi}_{ki}^{(n)} - \bar{\varphi}_{ki}^{(\phi)} \right]^* B_i^{(n)} \left[\bar{\varphi}_{Si}^{(n)} - \bar{\varphi}_{Si}^{(\phi)} \right] + \\
 & + \sum_{i=1}^r \left[\bar{\varphi}_{ki}^{(\phi)} \right]^* B_i^{(\phi)} \bar{\varphi}_{Si}^{(\phi)} + \\
 & + \sum_{j=1}^{r'} \left[\bar{\varphi}_{kj}^{(n)} - \bar{\varphi}_{kj}^{(\phi)} \right]^* B_j^{(n)} \left[\bar{\varphi}_{Sj}^{(n)} - \bar{\varphi}_{Sj}^{(\phi)} \right] + \\
 & + \sum_{j=1}^{r'} \left[\bar{\varphi}_{kj}^{(\phi)} \right]^* B_j^{(\phi)} \bar{\varphi}_{Sj}^{(\phi)} + \int_0^l 2h\mu(z) \bar{\varphi}_k^*(z) \bar{\varphi}_S(z) dz ; \\
 p_{1k} &= \int_0^L \bar{\varphi}_k^*(z) \bar{f}(z, t) dz ; \\
 \bar{f}(z, t) &= \omega^2 \mu(z) \begin{bmatrix} \varepsilon_1(z) & -\varepsilon_2(z) \\ \varepsilon_2(z) & \varepsilon_1(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \omega t \\ \sin \omega t \end{bmatrix} ; \\
 p_{2k} &= - \int_0^L \mu(z) \bar{\varphi}_k^*(z) \bar{F}\ddot{\Psi}(t) dz - \\
 & - \sum_{i=1}^r \left[\bar{\varphi}_{ki}^{(n)} \right]^* M_i^{(n)} \bar{F}\ddot{\Psi}(t) - \sum_{i=1}^r \left[\bar{\varphi}_{ki}^{(\phi)} \right]^* M_i^{(\phi)} \bar{F}\ddot{\Psi}(t); \\
 p_{3k} &= - \sum_{j=1}^{r'} \left[\bar{\varphi}_{kj}^{(n)} \right]^* M_j^{(n)} \bar{F}\ddot{\Psi}(t) - \sum_{j=1}^{r'} \left[\bar{\varphi}_{kj}^{(\phi)} \right]^* M_j^{(\phi)} \bar{F}\ddot{\Psi}(t); \\
 p_{4k} &= - \sum_{j=1}^{r'} \left(h_{1j} \left\{ K_j^{(n)} \left[\bar{\varphi}_{kj}^{(n)} - \bar{\varphi}_{kj}^{(\phi)} \right] - \omega_\alpha^2 M_j^{(n)} \bar{\varphi}_{kj}^{(n)} \right\} + \right. \\
 & + h_{2j} \left\{ \omega_\alpha B_j^{(n)} \left[\bar{\varphi}_{kj}^{(n)} - \bar{\varphi}_{kj}^{(\phi)} \right] + \varepsilon_\alpha M_j^{(n)} \bar{\varphi}_{kj}^{(n)} \right\} + \\
 & + \left. \left[\bar{\varphi}_{kj} - \bar{\varphi}_{kj}^{(n)} \right]^* \begin{bmatrix} 1 & f_j \\ -f_j & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha_j \\ \sin \alpha_j \end{bmatrix} \cdot M_j^{(n)} \cdot \bar{F}\ddot{\Psi}(t) \right)^* \times \\
 & \times \begin{bmatrix} \cos \alpha_j \\ \sin \alpha_j \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

$$p_{5k} = - \int_0^L \bar{\varphi}_k^*(z) \bar{G}(z) dz;$$

$$\Delta_k = \int_0^L \mu(z) \bar{\varphi}_k^*(z) \bar{\varphi}_S(z) dz + \\ + \sum_{i=1}^r \left[\bar{\varphi}_{ki}^{(n)} \right]^* M_i^{(n)} \bar{\varphi}_{Si}^{(n)} + \sum_{i=1}^r \left[\bar{\varphi}_{ki}^{(\phi)} \right]^* M_i^{(\phi)} \bar{\varphi}_{Si}^{(\phi)} + \\ + \sum_{j=1}^{r'} \left[\bar{\varphi}_{kj}^{(n)} \right]^* M_j^{(n)} \bar{\varphi}_{Sj}^{(n)} + \sum_{j=1}^{r'} \left[\bar{\varphi}_{kj}^{(\phi)} \right]^* M_j^{(\phi)} \bar{\varphi}_{Sj}^{(\phi)}.$$

Здесь $\bar{F} = \begin{bmatrix} \cos \psi_0 \\ \sin \psi_0 \end{bmatrix}$; $\bar{\psi}(t) = \bar{F} \psi(t)$; ψ_0 – направление

импульсного воздействия в плоскости, перпендикулярной невозмущенной оси ротора; отсчитывается от оси О1 (+ против часовой стрелки); Δ_k – нормирующий множитель;

$$\omega_\alpha = \frac{d\alpha_j}{dt} \cong \frac{\Delta\alpha_j}{\Delta t} - \text{характеризует скорость из-}$$

менения угла контакта при обкате ротора по статору во времени;

$$\varepsilon_\alpha = \frac{d\omega_\alpha}{dt} \cong \frac{\Delta\omega_\alpha}{\Delta t} - \text{характеризует ускорение}$$

изменения угла контакта (получается при дифференцировании вектора постоянного модуля);

$$\bar{T}_j = \begin{bmatrix} 0 & f_j \\ -f_j & 0 \end{bmatrix} \bar{N}_j;$$

$$\{\bar{N}_j + \bar{T}_j\} = \begin{bmatrix} 1 & f_j \\ -f_j & 1 \end{bmatrix} \bar{N}_j;$$

$$h_{1j} = \delta_j \begin{bmatrix} \cos \alpha_j \\ \sin \alpha_j \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} 1 & f_j \\ -f_j & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha_j \\ \sin \alpha_j \end{bmatrix};$$

$$h_{2j} = \delta_j \left\{ \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha_j \\ \sin \alpha_j \end{bmatrix} \right\}^* \begin{bmatrix} 1 & f_j \\ -f_j & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha_j \\ \sin \alpha_j \end{bmatrix};$$

$$\bar{w}_j - \bar{w}_j^{(n)} = \bar{\delta}_j \Rightarrow \sum_{S=1}^{\infty} T_S(t) [\bar{\varphi}_{Sj} - \bar{\varphi}_{Sj}^{(n)}] = \bar{\delta}_j -$$

условие контакта (задевания) ротора.

В практических условиях число членов разложения (9) конечное и система N уравнений (11) в матричной форме принимает вид:

$$\ddot{\bar{T}} + L' \dot{\bar{T}} + A \bar{T} = \sum_{K=1}^5 \bar{P}_K; \quad (12)$$

$$\bar{T}^* = [T_1 T_2 \dots T_N]; \\ \bar{P}_k^* = [q_1^{(k)}(t) q_2^{(k)}(t) \dots q_N^{(k)}(t)]; \quad k = 1 \dots 5;$$

где $N = 2R$ – число собственных частот консервативной системы ротор – опоры, рассчитанных для направлений 1 и 2.

Введением новой переменной $\bar{V} = \dot{\bar{T}}$ приводим систему уравнений (12) к виду, удобному для численного интегрирования:

$$\dot{\bar{W}} = D \bar{W} + \bar{Q}; \quad (3)$$

$$\frac{d\omega}{dt} \int_0^L \mu(z) \chi^2(z) dz = \\ = - \sum_{j=1}^{r'} \left\{ N_j \cdot f_{kj} + T_j \cdot \frac{d_j}{2} \right\} + \int_0^L \frac{dM_S}{dz}; \quad (14)$$

$$\bar{W}^* = [T_1 T_2 \dots T_N V_1 V_2 \dots V_N]; \\ \bar{Q}^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & q_1^{(1)}(t) + q_1^{(2)}(t) + \dots + \\ & q_1^{(k)}(t) & q_2^{(1)}(t) + q_2^{(2)}(t) + \dots + \\ & & q_2^{(k)}(t) \dots q_N^{(1)}(t) + q_N^{(2)}(t) + \dots + q_N^{(k)}(t) \end{bmatrix};$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & E \\ -A & -L' \end{bmatrix};$$

где E – единичная матрица; 0 – нулевая матрица. Размерность матриц A (матрицы приведенных коэффициентов жесткости a_{ks}), L' (матрицы приведенных коэффициентов демпфирования l_{ks}') определяется числом членов разложения N .

Особенность метода: предварительно должна быть решена задача определения системы функций – спектра частот и форм колебаний консервативной системы ротор – опоры для деформационных и силовых факторов в направлении 1 и 2 колебаний. Информация по деформационным и силовым факторам консервативной системы расширяет возможности анализа и предопределения опасных форм колебаний, нагрузок в сечениях при изгибных колебаниях. Появление мест контакта j ротора со статором изменит базовую систему функций разложения, что, возможно, потребует ее уточнения при расчетах на временных интервалах соприкосновения ротора

со статором. Далее формируются начальные условия для уравненного или неуравненного ротора и расчета нестационарных колебаний системы ротор – опоры. Во втором случае решается зада-

ча установившихся вынужденных колебаний системы ротор – опоры с неуравненным ротором аналогично [1, 6].

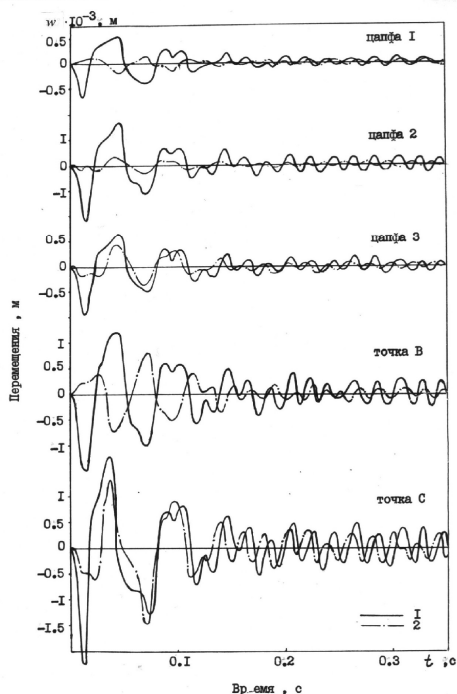


Рис. 5. Перемещения цапф и сечений В, С ротора при импульсном кинематическом воздействии в зависимости от времени; 1, 2 – горизонтальное и вертикальное направление колебаний

Система (13) решается методом Рунге-Кутты при начальных условиях $\bar{W}(t) = 0$ при $t = 0$, если кинематическое воздействие подведено к системе ротор – опоры с идеально отбалансированным ротором. Если кинематическое воздействие подведено к системе, совершающей вынужденные колебания от неуравновешенности ротора, либо в других случаях ненулевых начальных условий, начальные условия имеют вид $\bar{W}(t) = \bar{W}_0$ при $t = 0$, где $\bar{W}_0$ – вектор, включающий в себя скалярные функции времени для деформационных и (или) силовых параметров, а также их первые производные в начальный момент времени. В пределах зазора $\bar{\delta}_i$ решается линейная задача нестационарных колебаний ротора на опорах с проверкой условия контакта (8) на каждом шаге

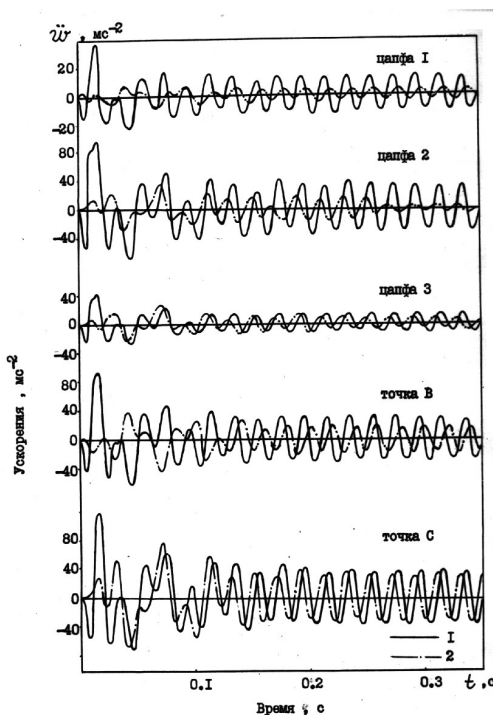


Рис. 6. Ускорения цапф и сечений В, С ротора при импульсном кинематическом воздействии в зависимости от времени

интегрирования системы уравнений (13).

Пример. Задача нестационарных колебаний решена для трехопорного ТА (рис. 2, а) с неуравновешенным ротором при импульсном кинематическом воздействии (рис. 2, б). Спектр частот и форм колебаний φ (для перемещений) консервативной системы ротор – опоры, используемый в разложении (9), показан на рис. 2, г. Условия расчета: кинематическое воздействие в горизонтальной плоскости ($\psi_0 = 0$); неуравновешенность ротора 1 кг·м в сечении А первого пролета; линейность характеристик масляной пленки подшипников скольжения; линейность характеристик опор; отсутствие контакта ротора со статором. Неуравновешенность ротора предполагает формирование вектора $\bar{W}_0$ начальных условий нестационарных колебаний и, следовательно-

$\bar{w}^{(n)}$ – смещение центра расточки подшипника (корпуса; статора).

$O^{(n)}$ – положение центра расточки подшипника (корпуса, статора).

$\bar{w}$ – вектор относительного перемещения (относительно подвижной системы координат).

$\bar{\psi}(t)$ – переносное движение – движение подвижной системы координат относительно инерциальной системы.

ω – угловая скорость вращения ротора.

φ – угол поворота ротора ($\varphi = \omega t$).

Опоры ротора $i = 1 - r$, как и места контакта ротора со статором $j = 1 - r'$ схематизируются двухмассовыми моделями (рис. 2, а; 4, а). Внешнее воздействие (кинематическое) на всех опорах одинаковое и определяется $\bar{\psi}(t), (\dot{\bar{\psi}}(t), \ddot{\bar{\psi}}(t))$.

$\bar{w}, \bar{w}^{(n)}, \bar{w}^{(\phi)}$ – смещения элементов (массы ротора, подшипника, фундамента) в районе опоры (индекс i); в районе статора (индекс j).

M, K, B – масса, жесткость, демпфирование в элементах i -ой опоры, в элементах статора в местах контакта (матрицы 2-го порядка).

m, n, ϕ – индексы (верхние), относящиеся к элементам i -ой опоры (j -го места контакта).

$\varepsilon(z) = \sqrt{\varepsilon_1^2(z) + \varepsilon_2^2(z)}$ – величина вектора неуравновешенности в сечении.

На ротор действуют следующие силы в сечениях z и $z + dz$:

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix}; \bar{M}; \bar{M}_S - \text{поперечная сила, изгибающий момент и крутящий момент в сечении } z;$$

$\bar{Q} + d\bar{Q}; \bar{M} + d\bar{M}; \bar{M}_S + d\bar{M}_S$ – в сечении $z + dz$ (рис. 3).

Из соображений симметрии принимаем, что все силы приложены в геометрическом центре сечения ротора.

$$\bar{f}(z, t) = \omega^2 \mu(z) \begin{bmatrix} \varepsilon_1(z) & -\varepsilon_2(z) \\ \varepsilon_2(z) & \varepsilon_1(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \omega t \\ \sin \omega t \end{bmatrix} - \text{воз-$$

мущающая нагрузка от неуравновешенности ротора в сечении z .

$$\bar{G}(z) = \begin{bmatrix} 0 \\ \mu(z)g \end{bmatrix} - \text{собственный вес единицы дли-$$

ны ротора.

$\mu(z)$ – погонная масса ротора, g – ускорение свободного падения, $\beta(z) = E(z) \cdot I(z)$ – изгибная жесткость ротора в сечении z .

$i_c(z) = \mu(z) \cdot \chi^2(z) \cdot dz$ – момент инерции массы участка ротора.

$\chi(z)$ – радиус инерции.

d_j – диаметр ротора в сечении, где происходит задевание.

$2h$ – коэффициент сил сопротивления (внешнего), пропорциональный скорости.

$N_j = \sqrt{N_1^2 + N_2^2}; T_j = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$ – абсолютные значения сил в месте контакта.

$$\bar{N}_j = N_j \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{bmatrix} - \text{сила нормального давления;}$$

приложена к подшипнику (статору) (по направлению + оси «01»).

$$T_j = f \cdot N_j \quad \bar{T}_j = f \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \bar{N}_j - \text{сила}$$

трения.

$\delta(z - z_j) \{ \bar{N}_j + \bar{T}_j \}$ – силы, действующие на ротор в месте контакта с (ограничителем) статором.

$\bar{T}_j$ приложена к ротору.

Поворот от $\bar{T}_j$ к $\bar{N}_j$ на $\alpha = 90^\circ$

$$\bar{T}_j = f \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \bar{N}_j = f \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \bar{N}_j.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \bar{N}_j + \bar{T}_j &= \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + f \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \right\} \bar{N}_j = \\ &= \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & f_j \\ -f_j & 0 \end{bmatrix} \right\} \bar{N}_j = \begin{bmatrix} 1 & f_j \\ -f_j & 1 \end{bmatrix} \bar{N}_j. \end{aligned}$$

$K^{(t)}(z)dz \cdot \bar{w}(z); K^{(u)}(z)dz \cdot \bar{w}'(z)$ – силы со стороны парового (газового) потока в проточной части и в уплотнениях.

$\delta(z - z_i) \{ K_i^{(M)} [\bar{w}_{ai} - \bar{w}_{ai}^{(n)}] + B_i^{(M)} [\dot{\bar{w}}_i - \dot{\bar{w}}_{ai}^{(n)}] \}$ – силы со стороны масляного слоя в подшипниках скольжения.

f, f_k – коэффициенты трения скольжения, качения.

Условие контакта:

$$\bar{w}_{aj} - \bar{w}_{aj}^{(n)} = \bar{\delta}_j; \quad \operatorname{tg} \alpha_j = \frac{w_{2j} - w_{2j}^{(n)}}{w_{1j} - w_{1j}^{(n)}},$$

где $\bar{\delta}_j$ – зазор между вращающимся ротором и статором (подшипником, корпусом);

α_j – положение места контакта ротора и статора;

$$K^{(t)} = \begin{vmatrix} k_{11}^{(t)} & 0 \\ 0 & k_{22}^{(t)} \end{vmatrix} - \text{силы в проточной части, за-}$$

висающие от смещения вала относительно статора.

$$K^{(u)} = \begin{vmatrix} k_{11}^{(u)} & 0 \\ 0 & k_{22}^{(u)} \end{vmatrix} - \text{силы в уплотнениях, свя-}$$

занные с перекосом вала относительно статора.

$$\bar{\psi}(t) = \bar{F}\psi(t), \quad \text{где } \bar{F} = \begin{vmatrix} \cos \psi_0 \\ \sin \psi_0 \end{vmatrix}.$$

ψ_0 – направление импульсного кинематического воздействия в плоскости, перпендикулярной невозмущенной оси ротора (отсчитывается от оси 01 против часовой стрелки).

Литература

1. Шатохин В.Ф. Расчетное определение динамических характеристик многоопорных валопроводов мощных турбоагрегатов на фундаменте: дисс... канд. техн. наук. – М.: МЭИ, 1972. – 167 с.
2. Костюк А.Г., Шатохин В.Ф., Иванов Н.М. Расчет пороговой мощности крупных турбоагрегатов // Теплоэнергетика. – 1974. – № 3. – С.15-19.
3. Позняк Э.Л. Динамические свойства масляной пленки в подшипниках скольжения // Изв. АН

СССР. Механика и машиностроение. – 1961. – № 6. – С. 53-67.

4. Горшков А.И., Позняк Э.Л. Колебания и прочность стержней при ударных сотрясениях сложной формы // Машиноведение. – 1978. – № 5. – С. 9-16.

5. Щегляев А. В., Костюк А.Г. Действие внезапной разбалансировки на ротор турбогенератора // Теплоэнергетика. – 1969. – № 8. – С. 5-10.

6. Костюк А.Г., Шатохин В.Ф. Расчет переходных колебаний валопровода при внезапной разбалансировке // Сборник МЭИ. – М.: МЭИ, 1972. – № 99. – С. 120-128.

7. Шатохин В.Ф. Циммерман С.Д. Разработка системы предотвращения катастроф агрегатов. Часть 1. Анализ катастрофических аварий и постановка задачи // Сб. докладов X международного конгресса двигателестроителей «Авиационно-космическая техника и технологии». – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2005. – 10/26. – С. 19-31.

8. Шатохин В.Ф. Нестационарные колебания системы ротор-опоры при сотрясении основания // Машиноведение. – 1989. – № 2. – С. 78-83.

9. Шатохин В.Ф., Лобанов Е.Е. Метод расчета нестационарных колебаний системы валопровод-статор-фундамент (ВСФ) // Виброзащита человека-оператора и колебания в машинах: Сб. докладов III Всесоюз. симпоз. «Влияние вибраций на организм человека и проблемы виброзащиты». – М.: Наука, 1977. – С. 303-311.

10. Позняк Э.Л. Крутильный удар в валопроводе при внезапной и сильной разбалансировке. // Машиноведение. – 1987. – № 5. – С. 66-74.

Поступила в редакцию 15.05.2006

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Ю.Л. Лукашенко, Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана (Калужский филиал), Калуга.

