

УДК 629.7.054

В.М. МЕЛЬНИК, В.В. КАРАЧУН, І.Г. БАРАНОВА, О.С. ШАДРІНА

Національний технічний університет України «КПІ», Київ, Україна

ІНЖЕКЦІЯ АКУСТИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ ТА ЇЇ ВПЛИВ
НА ІМПЕДАНСНІ КОНСТРУКЦІЇ ДВИГУНІВ

Будується розрахункова модель пружної взаємодії колової ізотропної пластини з плоскою хвилею надлишкового тиску. Проводиться аналіз природи явища та його аналітичний опис.

акустичне випромінювання, пружна взаємодія, згинні коливання, спектральна щільність, розрахункові моделі

Вступ

Частотний спектр акустичного випромінювання реактивних двигунів досить широкий. Спектральна щільність досягає максимуму на частоті $f_{\max}$, котра залежить від діаметру сопла d та швидкості витікання V продуктів згоряння, тобто числа Струхала St :

$$St = V/(f \cdot d).$$

На частоті $f_{\max}$ величина $(St)^{-1} = 0,13$ [1]. Тому

$$f_{\max} = 0,13 \cdot V/d.$$

Отже, якщо $d = 0,1 \dots 0,3$ м, а $V = 500 \dots 1000$ мс⁻¹, тоді $f_{\max} = 430 \dots 650$ Гц. Якщо f зменшується, спектральна щільність убуває пропорційно до f^2 [1, 2]. Таким чином, на частоті 5 Гц вона зменшується у 10^4 раз. На таких низьких частотах, мабуть, більш суттєвим постає випромінювання, яке обумовлене рухом власне літального апарату, швидкість якого V_0 і характерний розмір l_0 , тобто:

$$f_{\max} = V_0 \cdot l_0 \cdot (St)^{-1}.$$

Отже, якщо $l_0 = 10$ м, $(St)^{-1} = 0,1 \dots 1$, $V = 300$ мс⁻¹, маємо $f_{\max} = 3 \dots 30$, (Гц). За натурних умов потік акустичної потужності становить $0,3 \dots 1$ мВт/м² [3].

Постановка проблеми. Інжектуєма акустична енергія суттєво впливає на конструкцію двигунів. Природа цього явища полягає в генеруємій випромінюванням вібрації, котра за виникнення хвильового співпадання призводить до резонансних про-

явів, наслідком котрих постають необернені деформації, а, згодом, і тріщини. Вияв закономірностей хвильових процесів в механічних структурах дозволить вірно обрати методи і засоби боротьби з цим явищем.

Побудова розрахункових моделей, як один з найважливіших етапів аналізу, повинна починатися із визначення співвідношення між напівхвилею збурення і геометричним розміром перепони. Звідси походить обрання нескінченних за довжиною, чи обмежених за розміром плоских перешкод.

Огляд публікацій та виділення невирішених проблем. Аналіз стійкості та міцності пластин, що здійснюють коливання проводився в роботах [4 – 5], згинні коливання вільно опираємої квадратної пластини за симетричного навантаження – в [5], жорстко защемленої пластини – в [6]. Відбиття звуку тонкими пластинами вивчалось в [7], проходження звукової хвилі крізь тонку пластину з проміжними опорами – в [8]. Проходження звуку крізь дві пластини, що не з'єднані між собою, вивчалися А. Лондоном. Більш узагальнена теорія впливу звуку на складені конструкції викладається в монографії [7].

Граничні умови на поверхні пластини переслідують рівність нормальних складових до цієї поверхні швидкостей руху пластини і середовища, а також тиску. Вони походять з умов неперервності зміни тиску і швидкостей часток при переході границі

двох середовищ і обумовлені фізичною неможливістю стрибка тиску у нескінченно близьких шарах, з одного боку, та стрибка швидкості (що означає появу стрибка зміщення і, природно, розриву суцільності на границі двох середовищ) – з іншого [9].

В основному, розрахункові моделі обиралися нескінченними за протяжністю. Крім того, як правило, аналізувалися власні частоти перешкод та питання звукоізоляції. Поза полем зору залишалися питання вимушеного згинного руху пластин окресленої геометрії, визначення природи пружних коливань, виникнення особливостей тощо. Надолуженню деяких з цих питань присвячене дане дослідження.

Постановка задачі досліджень

Розрахункову модель дифракції звукових хвиль на коловій пластині зобразимо схемою (рис. 1).

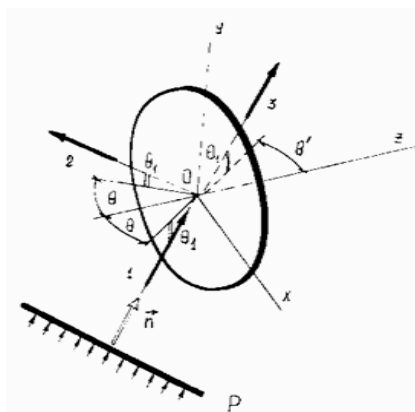


Рис. 1. Взаємодія акустичного випромінювання з пластиною

Нехай на лицьову сторону пластини падає плоска хвиля тиску Р. Випромінювання розповсюджується в напрямку нормалі $\vec{n}$ до фронту. Систему координат Охуз пов'яжемо із серединною площиною.

Диференціальне рівняння збудженого згинного руху пластини запишемо у формі Софі Жермен [4]:

$$D\Delta^2 W_T(x, y, t) + \rho h \ddot{W}_T(x, y, t) = \frac{1}{D} q(x, y, t) = f(x, y) \exp(i\omega_a t), \quad (1)$$

де $\Delta^2 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}$ – ітерований лапласі-

ан; $D = Eh[12(1 - \sigma)]^{-1}$, ρ, h, σ – відповідно цилінд-

рична жорсткість, щільність матеріалу, товщина і коефіцієнт Пуасона.

Розв'язок рівняння (1) шукаємо у вигляді:

$$W_T(x, y, t) = a(x, y) \exp(i\omega_a t), \quad (2)$$

де ω_a – колова частота акустичної хвилі.

Підставляючи (2) в (1) одержуємо:

$$\Delta^2 a(x, y) - \omega_T a(x, y) = f(x, y),$$

де $\omega_T = D^{-1} \rho \pi \omega_a^2 = \text{const}$.

Знаходимо наближені розв'язки у формі:

$$a(x, y) = c^i U_i(x, y), \quad i = \overline{1, N}. \quad (3)$$

Стовпчик

$$C = (c^1 c^2 \dots c^N)^T = (G - \omega_T B)^{-1} F \quad (4)$$

підлягає визначенню. Систему координатних функцій U_i наведемо таким чином:

$$\begin{aligned} U_1 &= (1 - x^2 R^{-2} - y^2 R^{-2})^2; U_2 = x R^{-1} U_1; \\ U_3 &= y R^{-1} U_1; U_4 = x^2 R^{-2} U_1; \\ U_5 &= y^2 R^{-2} U_1; U_6 = xy R^{-2} U_1. \end{aligned} \quad (5)$$

Вони безрозмірні, належать до області визначення бігармонічного оператора $A = \Delta^2$, а також задовольняють граничним умовам першого роду

$$W_T|_r=0; \quad \frac{\partial W_T}{\partial n_1}|_r = 0, \quad (6)$$

що відповідає жорсткому закріпленню. Символом n_1 позначена зовнішня нормаль до бокової поверхні.

Аби задача знаходження вимушених коливань пластини була розв'язувальною, необхідно виключити співпадання частот акустичного випромінювання та власної. Якщо обмежитися тільки першими трьома координатними функціями (5), тоді матриця $G - \omega_T B$ виявиться діагональною:

$$G - \omega_T B = \begin{vmatrix} \frac{4^6 \pi}{R_T^6} - \frac{320 \pi \omega_a}{15 R_T^2} & & \\ & \frac{4^5 \cdot 9 \pi}{R_T^6} - \frac{8 \pi \omega_a}{R_T^2} & \\ & & \frac{4^5 \cdot 9 \pi}{R_T^6} - \frac{8 \pi \omega_a}{R_T^2} \end{vmatrix}. \quad (7)$$

Її нулі будуть спостерігатися за умови, якщо:

$$\omega_{T1} = 3 \cdot 2^6 \cdot R_T^{-4}; \quad \omega_{T2} = \omega_{T3} = 9 \cdot 2^7 \cdot R_T^{-4}$$

за одночасного виконання співвідношення

$$\omega_{T2} \omega_{T1}^{-1} = 6.$$

Визначимо акустичний вплив у вигляді плоскої хвилі тиску, що розповсюджується у напрямку $\vec{n}$:

$$P = P_0 \exp i[\omega t - \vec{k}_0 \vec{r}_0], \quad (8)$$

де $\vec{k}_0 = \vec{n} \frac{\omega_a}{c}$ – хвильовий вектор; $\vec{r}_0$ – радіус-вектор точки простору.

Тоді, за припущення рівності кутів падіння та заломлення, а також властивостей середовища по обидві сторони пластини, тиск на лицьовому боці можна визначити співвідношенням (рис. 1):

$$(P_1 + P_2)_{z=\frac{-h}{2}} = (P_{10} + P_{20}) \times \\ \times \exp i[\omega t - k_0(x \cos \theta_1 \sin \theta - y \sin \theta_1)],$$

а в зоні акустичної тіні формулою –

$$P_3|_{z=\frac{h}{2}} = P_{30} \exp i[\omega t - k_0(-x \cos \theta_1 \sin \theta + y \sin \theta_1)],$$

де P_{10}, P_{20}, P_{30} – тиск у падаючій, відбитій та пройдешній хвилях.

Найбільш небезпечною з точки зору можливого «розгойдування» пластини та виникнення особливостей, являється антисиметрична складова тиску P_a :

$$P_a = \frac{1}{2}(P_{10} + P_{20} - P_{30}) \times \\ \times \exp i[\omega t - k_0 \times (-x \cos \theta_1 \sin \theta + y \sin \theta_1)] = \\ = P_0 \exp i[\omega t - k_0 \times (-\alpha x + \beta y)],$$

котру надалі і будемо враховувати. Отже, в (1)

$$f(x, y) = D^{-1} P_0 \exp i[-k_0(-\alpha x + \beta y)].$$

З точністю складових $(\lambda/2)^2$, стовпець виразу (4) може бути записаний наступним чином [4]:

$$F = 16\pi P_0 (DR_T^2)^{-1} \begin{pmatrix} 4 - 2(\lambda/2)^2 \\ 6i \frac{\lambda}{2} \cos \varepsilon \\ -6i \frac{\lambda}{2} \sin \varepsilon \\ 5 - 2(2 + \cos 2\varepsilon)(\lambda/2)^2 \\ 5 - 2(2 - \cos 2\varepsilon)(\lambda/2)^2 \\ 2(\lambda/2)^2 \sin 2\varepsilon \end{pmatrix}, \quad (10)$$

$$\text{де } \lambda = k_0 R_T (\alpha^2 + \beta^2) = \frac{\omega_a}{c_0} R_T (\alpha^2 + \beta^2)^{\frac{1}{2}};$$

$$\cos \varepsilon = \alpha (\alpha^2 + \beta^2)^{-1/2}; \quad \sin \varepsilon = \beta (\alpha^2 + \beta^2)^{-1/2}; \\ \alpha = \cos \theta_1 \sin \theta; \quad \beta = \sin \theta_1.$$

Таким чином, зроблені всі необхідні розрахунки для кількісної та якісної оцінки згинного руху пластини в акустичному середовищі.

Висновки. Одержані аналітичні співвідношення пружної взаємодії плоскої колової пластини з акустичним випромінюванням дозволяють не тільки усвідомити природу явища, але й виконати кількісний та якісний аналіз ступеня впливу антисиметричної складової надлишкового тиску на згинний рух пластини. Програмне забезпечення дозволить всебічно проаналізувати можливість керування динамікою плоских елементів двигунів.

Література

1. Зарембо Л.К., Красильников В.А. Введение в нелинейную акустику. – М.: Наука, 1966. – 520 с.
2. Губкин К.Е. Распространение взрывных волн // Механика в СССР за 50 лет. Т. 2. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1970. – С. 269-311.
3. Пономарёв Е.А., Ерущенков А.И. Инфразвуковые волны в атмосфере Земли (обзор) // Изв. вузов. Радиофизика. – 1977. – 20, № 2. – С. 1773-1789.
4. Василенко Н.В. Теория колебаний: Учебное пособие. – К.: Вища школа, 1992. – 430 с.
5. Вайнберг В.Н. Справочник по прочности, устойчивости и колебаниям пластин. – К.: Будівельник, 1973. – 488 с.
6. Колебания в инженерном деле / С.П. Тимошенко и др. – М. Машиностроение, 1985. – 472 с.
7. Шендеров Е.Л. Волновые задачи гидроакустики. – Л.: Судостроение, 1972. – 348 с.
8. Средства защиты в машиностроении: Расчет и проектирование: Справочник / С.В. Белов, и др. – М. Машиностроение, 1989 – 368 с.
9. Ржевкин С.Н. Курс лекций по теории звука. – М.: Наука, 1960 – 307 с.

Надійшла до редакції 10.06.2006

Рецензент: д-р техн. наук, проф. О.М. Безвесільна, Національний технічний університет «КПІ», Київ.