

УДК 621.01

Д.П. ДРЯГИН

Сумской государственный университет, Украина

КОНТУРОЗВЕННЫЙ СИНТЕЗ СТРУКТУРНЫХ ГРУПП

Выполнен контурозвенный синтез двухэлементных линейных цепей примыкания с одноподвижными парами для различных соотношений избыточной связности q и подвижности W . Определено, что только такие цепи могут быть группами. Доказано, что в кинематических цепях механизмов и машин как принужденных структур возможно существование оптимальной нормогруппы – пентады и трех видов гипогрупп – тетрады, триады и диады. Существование гипергрупп увязывается с аномальными сокращенными кинематическими цепями и эквидиконтурными.

контурозвенный синтез групп, пентада, тетрада, триада, диада, гипергруппы**Введение**

Общая постановка проблемы и ее связь с научно-практическими задачами. Кинематические цепи «с полным числом условий», т.е. статически и кинематически определимые, весьма целесообразны при решении задач структурного синтеза механизмов и машин с учетом соблюдения критерия оптимальности. Такие цепи принято называть группами. В основе существования оптимальных структур – соблюдение их нулевой избыточной связности при заданной степени изменяемости (подвижности), которая в общем случае может принимать положительные целочисленные значения, включая и нулевое значение.

Обзор публикаций и анализ нерешенных проблем. Группа «диада», как кинематически определимая плоская цепь, впервые упоминается английским ученым Д.Д. Сильвестром (~ 1874 г.). Поиску «многозвенных групп» посвящены работы [1, 2]. В настоящее время выбранное направление развивается в работах [3, 4].

В основе существующей теории групп – предположки их «нулевой подвижности» и «единости и неделимости», при этом считают вполне достаточным использовать для отыскания групп однородные структурно-функциональные формулы П.Л. Чебы-

шева, А.П. Малышева, В.В. Добровольского [2, 5].

С точки зрения существования закона строения механизмов [6], признак «единости и неделимости» групп следует признать незакономерным, так как совершенно очевидно, что любая группа всегда подвержена делению на контуры-звенья первого и второго классов, т.е. на моноконтуры и диконтуры.

Цель исследования. Актуальной является задача определения соотношений множеств моноконтуров и диконтуров для различных групп.

Необходима также оценка закономерных контурозвенных групп как по признаку «нулевой подвижности», так и по критерию избыточной связности q [5].

Результаты исследования

В основу контурозвенного синтеза групп положим две следующие аналитические зависимости [7]:

$$\left. \begin{aligned} q &= S_0 n_{II}; \\ W &= n_I - (4 - S_0) n_{II}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где n_I и n_{II} – множества моноконтуров и диконтуров с одноподвижными парами; $S_0 = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ – степень общей связности рассматриваемых цепей.

Допустим, что $q = 0$ и $W = 0$, а $n_{II} = 1$. Совместное решение по формулам (1) укажет на то, что

поставленным условиям отвечают значения: $S_0 = 0$ и $n_I = 4$.

Синтез полученной цепи приведен на рис. 1.

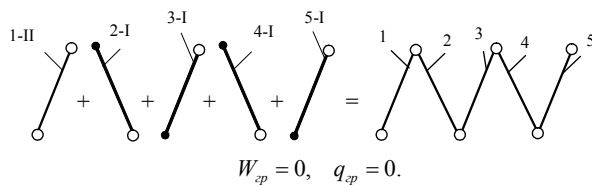


Рис. 1. Синтез нормогруппы – пентады

Эта цепь является неконсервативной двухэлементной линейной цепью примыкания, обладающей соблюдением условия двух нулей: $q = 0$ и $W = 0$. Такая цепь единственна.

Назовем полученную цепь нормогруппой, а так как она содержит пять звеньев – пентадой.

Пентада – пространственная кинематическая цепь, обеспечивающая все шесть компонент относительного движения звеньев в пространственной системе координат.

При присоединении двух свободных элементов концевых пар к стойке нормогруппа становится пространственной формой нулевой подвижности и нулевой избыточной связности, т.е. будет отвечать «полному числу условий» в их абсолютном толковании применительно к существованию цепи в трехмерном линейном пространстве без наложения общих условий связей.

Гипогруппы. Возможно существование структурных групп, отвечающих лишь одному абсолютному условию: $W = 0$, а их избыточная связность $q > 0$. Такие группы будем называть гипогруппами.

Допустим, что $W = 0$, $q = 1$ и $n_{II} = 1$. Совместное решение по формулам (1) даст следующий результат: $S_0 = 1$, $n_I = 3$. Гипогруппу, отвечающую условиям $n_{II} = 1$, $n_I = 3$ и $S_0 = 1$, назовем тетрадой.

Тетрада получается из пентады путем отнятия у последней одного моноконтура, в результате чего реализуется пять компонент относительного движения звеньев, а шестая компонента нереализуема, что

указывает на существование избыточной связности $q = 1$, равной общей связности $S_0 = 1$.

Аналогичные рассуждения позволяют при значениях $W = 0$, $q = 2$, $n_{II} = 1$ получить триаду ($n_{II} = 1$, $n_I = 2$, $S_0 = 2$), а при исходных значениях в системе (1): $W = 0$, $q = 3$, $n_{II} = 1$ получается диада ($n_{II} = 1$, $n_I = 1$, $S_0 = 3$).

Условные изображения гипогрупп приведены на рис. 2.

Сравнение гипогрупп друг с другом указывает на то, что тетрада и триада – пространственные линейные двухэлементные цепи примыкания с одноподвижными парами, обеспечивающие соответственно пять и четыре компоненты относительного движения звеньев, в то время как диада, содержащая один диконтур и один моноконтур, является плоской линейной двухэлементной цепью примыкания, обеспечивающей лишь три компоненты относительного движения звеньев в плоскости.

Тетрады, триады и пентады могут содержать не только одноподвижные вращательные, но и одноподвижные поступательные и винтовые кинематические пары, при этом спектр видов этих групп получается весьма разнообразным и выходящим за рамки рассмотрения поставленных задач для данной статьи.

Таким образом, основным фактором, определяющим существование названных четырех групп, является общая связность S_0 . От значения общей связности группы зависит количество моноконтуров, входящих в группу.

Закон контурозвенности и установленные критерии W и q существования названных четырех групп указывают на то, что пентада может служить основой построения однородных пентадных цепей и пентадных пространственных механизмов без общих условий связей ($S_0 = 0$).

Тетрада – основа для построения однородных тетрадных цепей и тетрадных пространственных механизмов с одним общим условием связи ($S_0 = 1$).

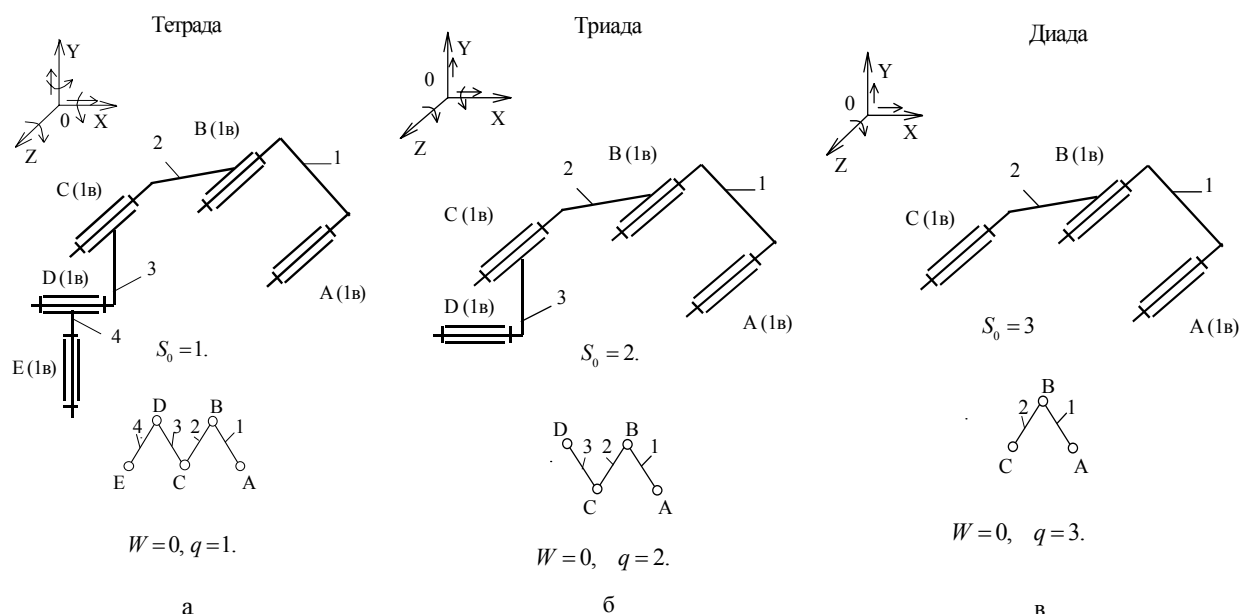


Рис. 2. Гипогруппы: а – тетрада; б – триада; в – диада

Триада – основа однородных триадных цепей и триадных пространственных механизмов с двумя общими условиями связей ($S_0 = 2$).

Диада – основа однородных диадных цепей и диадных плоских, сферических и пространственных с поступательными одноподвижными парами механизмов с тремя общими условиями связей ($S_0 = 3$).

Диаду можно дополнительно охарактеризовать как предельно возможную гипогруппу, содержащую при группообразующем диконтуре лишь один моноконтур.

При значениях $S_0 = 4$ и 5 диконтур с одноподвижными парами не могут удерживать при себе моноконтуры и не могут быть группообразующими, следовательно, цепи четвертого и пятого семейств не содержат групп. В таких цепях как диконтур, так и моноконтуры вполне автономны, т.е. являются автодиконтуром и автомоноконтурами цепей четвертого и пятого семейств¹.

В групповых цепях нулевого, первого, второго и

третьего семейств автомоноконтуры и автодиконтур могут существовать наряду с группами, придавая этим цепям свойства неоднородности.

Заметим, что никаких других групп, кроме диад, триад, тетрад и пентад, определяемых критерием $W_{cp} = 0$ и соответствующими условиями семейственности $S_0 = 3, 2, 1, 0$, существовать не может.

Гипергруппы. Теоретически возможно допустить существование гипергрупп, определяемых критериями: $q = 0$ и $W > 0$.

Существование гипергрупп необходимо увязывать с сокращенными аномальными цепями и эквивалентными диконтуром, которые имеют значения $n_I \leq 0$, $n_{II} > 0$ и содержат неподвижные постоянные и переменные пары [2, 7, 8].

При добавлении к пентаде одного моноконтура получим гексаду ($q = 0, W = 1$), двух моноконтуров – гептаду ($q = 0, W = 2$) и т.д.

Ряд гипергрупп теоретически бесконечен, но уже гендекада (табл. 1) отвечает существованию предельного эквидиконтур с двумя переменными парами² предельно возможной степени свободы:

¹ Особенностью автодиконтуров кинематических цепей четвертого и пятого семейств является то, что они не могут быть отброшены, в то время как автодиконтур цепей нулевого, первого, второго и третьего семейств могут быть отброшены [2], при этом статическая неопределимость уменьшается, а кинематическая функциональность сохраняется.

² Переменная кинематическая пара содержит изменяемое тело, например, пружину, резиновую втулку, канат, ленту, рессору и т.п.

Таблица 1

Структурные группы, эквидиконтурные и автодиконтурные

Общая связность S_0											
0		0	1	2	3						
Гипергруппы		Нормогруппа	Гипогруппы								
Гендекада $q=0$ $W=6$ $H_v=6$ $H_v=6$	Октада $q=0$ $W=3$ 5τ 4λ	Пентада $q=0$ $W=0$ 1в 5τ	Тетрада $q=1$ $W=0$ 1в 4λ	Триада $q=2$ $W=0$ 1в 3с	Диада $q=3$ $W=0$ 1в 2λ						
Декада $q=0$ $W=5$ $H_v=6$ 5τ	Гептада $q=0$ $W=2$ 3с 5τ	<table><tr><th>$S_0 = 4$</th><th>$S_0 = 5$</th></tr><tr><th colspan="2">Автодиконтурные</th></tr><tr><td>$q = 4$ $W = 0$ </td><td>$q = 5$ $W = 1$ </td></tr></table>				$S_0 = 4$	$S_0 = 5$	Автодиконтурные		$q = 4$ $W = 0$ 	$q = 5$ $W = 1$
$S_0 = 4$	$S_0 = 5$										
Автодиконтурные											
$q = 4$ $W = 0$ 	$q = 5$ $W = 1$ 										
Энада $q=0$ $W=4$ 5τ 5τ	Гексада $q=0$ $W=1$ 3с 4λ										

$$H_{v1,2} = 6, \Sigma H_{II\text{Э}} = 12,$$

поэтому гендекаду можно принять предельной гипергруппой с характеристиками $q = 0, W = 6$.

В табл. 1 показаны условные изображения: нормогруппы – пентады, гипогрупп – тетрады, триады и диады, гипергрупп – гексады, гептады, октады, энады, декады и гендекады. Ниже групп условно изображены отвечающие соответствующим группам эквидиконтурные.

Область существования эквидиконтуров и соответствующих им групп ограничена значениями общей связности $S_0 = 0, 1, 2, 3$.

Анализ данных табл. 1 показывает, что диада – предельно возможная гипогруппа, т.к. содержит всего лишь один моноконтур.

При значениях общей связности $S_0 = 4$ и 5 группы, как функциональные совокупности диконтуров и моноконтуров, существовать не могут, что

характерно для плоских клиновых ($S_0 = 4$) и осевых ($S_0 = 5$) механизмов.

Рассмотренный контурозвенный синтез позволяет заключить, что моноконтуры нормогруппы и гипогрупп выполняют функции преобразования движений, а «избыточные» моноконтуры гипергрупп определяют значения числа независимых переменных, т.е. подвижности W .

Для любой из групп, как контурозвенных структур, являющихся двухэлементными линейными цепями примыкания, всегда находится функционально эквивалентный диконтур. Причиной тому является структурное сродство, заключающееся в том, что структурное дробление диконтуров приводит к образованию двухэлементных цепей примыкания, т.е. контурозвенных групп, всегда содержащих по одному диконтуру при некотором множестве моноконтуров, которое не может быть пустым.

Выполненный контурозвенный синтез структурных групп и поиск условий эквивалентности между группами и диконтурами, содержащими как неподвижные, так и неподвижные пары, позволяют дать определение существованию диконтура, эквивалентного группе, т.е. эквидиконтура:

если для диконтура и для группы связность S_0 – общая, а сумма свобод в кинематических парах диконтура равна $(n_{I_2} + 2)$, где n_{I_2} – число моноконтуров группы, то диконтур эквивалентен группе, т.е. является эквидиконтуrom.

Выводы

1. Контурозвенный синтез, основанный на существовании закономерных контуров-звеньев, позволил получить закономерные группы.

2. Закономерные группы делятся на три вида: нормогруппу, гипогруппы и гипергруппы.

3. Оптимальная нормогруппа – пентада, отвечающая условию соблюдения двух нулей: $q_{пент} = 0$, $W_{пент} = 0$, единственна.

4. Гипогруппы ($q > 0$, $W = 0$) делятся на три вида: тетрады, триады и диады.

5. Гипергруппы ($q = 0$, $W > 0$) охватывают эквидиконтур и множество аномальных сокращенных цепей с постоянными и переменными кинематическими парами. Примерами таких цепей являются цепи подшипников качения и многосателлитных зубчатых механизмов.

6. Существование групп ограничивается пределами изменений общей связности $0 \leq S_0 \leq 3$, а при значениях $S_0 = 4$ и 5 группы не существуют.

7. Существование эквидиконтуров возможно лишь при значениях $S_0 = 0, 1, 2, 3$.

Литература

1. Ассур Л.В. Исследование плоских стержневых механизмов с низшими парами с точки зрения их структуры и классификации. – М.: Изд-во АН СССР, 1952. – 529 с.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов. – М.: Наука, 1967. – 720 с.
3. Дворников Л.Т., Некогенев П.В. Задача о поиске многообразия восьмизвенных плоских шарнирных групп Ассура // Материалы 11-й научно-практ. конф. по пробл. механики и машиностроения. – Новокузнецк: Изд-во СибГИУ, 2001. – С. 34-52.
4. Баклушина И.С. Синтез десятизвенных групп Ассура с двумя свободными выходами // Материалы 11-й научно-практ. конф. по пробл. механики и машиностроения. – Новокузнецк: СибГИУ, 2001. – С. 76-82.
5. Кожевников С.Н. Основания структурного синтеза механизмов. – К.: Наук. думка, 1979. – 231 с.
6. Дрягин Д.П. Закон строения механизмов // Вісник Сумського державного університету. – 1999. – № 2 (13). – С. 79-80.
7. Дрягин Д.П. Аналитические основы оптимизации структуры механизмов // Вісник Сумського державного університету. – 2000. – № 19. – С. 89-93.
8. Дрягин Д.П. Исследование структурных свойств механизма с переменной кинематической парой // Вісник Сумського державного університету. – 2003. – № 3 (49). – С. 183-187.

Поступила в редакцию 8.06.2006

Рецензент: канд. техн. наук, доцент В.Г. Неня, Сумской государственный университет, Сумы.