

УДК 621.01:629.7.01

В.А. ВЬЮНОВ¹, С.М. СТЕПАНЕНКО^{1,2}, А.В. ТОМАШЕВСКИЙ²¹ГП «Ивченко-Прогресс», Запорожье, Украина²Запорожский национальный технический университет, Украина

СРАВНЕНИЕ НЕКОТОРЫХ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА РЕМОНТА АВИАДВИГАТЕЛЕЙ

Рассматривается применение методов математической статистики к анализу параметров авиационного двигателя, получаемых при приемо-сдаточных испытаниях. Приводятся данные анализа замеров среднего удельного расхода топлива для одного типа двигателей.

авиационный двигатель, качество ремонта, статистика, выборка, критерий Манна-Уитни

Постановка проблемы и ее связь с научно-практическими задачами

Оценки качества ремонта авиадвигателей проводятся по значениям параметров, достигнутых при приемо-сдаточных испытаниях (ПСИ) после ремонта при соблюдении требований рабочей конструкторской документации и без учета наработки с начала эксплуатации. К числу таких параметров относятся: средний удельный расход топлива C_r , средние частоты вращения вентилятора n_g , ротора высокого давления $n_{гд}$, ротора среднего давления $n_{гд}$ и др. Научно-практический интерес представляет разработка методов для сравнения оценок качества ремонта двигателей по данным ряда выполненных ремонтов, а также по данным, полученным на различных ремонтных предприятиях. Подобные сравнения могут говорить о стабильности обеспечения контролируемых параметров двигателей, получаемых после ремонтов, границах их изменения, соответствии требованиям технической документации. Создание подобных методов должно базироваться на методах математической статистики.

Постановка задачи данного исследования. Для решения задач связанных с обработкой и анализом результатов ПСИ авиационных двигателей необходимо создать методику, содержащую полностью описанные алгоритмы обработки и интерпретации

статистических данных. Задачей данного исследования было сравнение различных статистических методов оценки на примере анализа одного параметра из контролируемых при ПСИ.

Изложение материалов исследования и анализ полученных результатов

Особенности применения критериев. При сравнении средних значений выборок предполагается, что выборки подчиняются нормальному распределению. Если это не так, то для сравнения выборок предлагается использовать непараметрический тест. Наиболее часто для проверки гипотезы о равенстве генеральных средних двух независимых несвязанных выборок применяют t-критерий Стьюдента (так называемый двухвыборочный t-критерий). При этом должно выполняться требование нормальности распределения исследуемого признака в каждой из сравниваемых групп. Однако это требование является необходимым, но не достаточным для применения t-критерия Стьюдента. Следующее требование, которое должно выполняться – это равенство генеральных дисперсий в сравниваемых группах. Для проверки гипотезы о равенстве двух генеральных дисперсий нормально распределенных совокупностей используются различные критерии, один из них – F-критерий Фишера. Причем, чем больше различаются между собой дисперсии и объемы выборок,

тем сильнее отличается распределение «вычисляемого t-критерия» от распределения истинного «t-критерия Стьюдента». Пренебрежение приведенными выше условиями допустимости использования t-критерия Стьюдента, приводит к существенному искажению результатов проверки гипотез о равенстве средних. Поэтому, целесообразно применять непараметрические критерии, не требующие знания вида распределения исследуемых параметров. Предлагается для сравнения двух совокупностей (выборок) использовать критерий Манна-Уитни (U-критерий) [1 – 3].

Математическая постановка вопроса. U-критерий является непараметрическим критерием и может быть использован для произвольных функций распределений, т.е. без предположений о виде закона распределения. Суть данного критерия в следующем. Для вычисления статистики U выборки A и B упорядочивают в порядке возрастания. Полученный номер по порядку для выборочных значений в объединенной выборке называют ранговым числом.

Каждому рангу приписывает отношение к одной из рассматриваемых в конкретном анализе выборке (A или B).

Статистика U_A и U_B выборок A и B вычисляется по формулам:

$$\begin{aligned} U_A &= n_A n_B + \frac{n_B(n_B + 1)}{2} - R_A; \\ U_B &= n_A n_B + \frac{n_A(n_A + 1)}{2} - R_B, \end{aligned} \quad (1)$$

где: n_A , n_B – объем выборок A и B ; R_A , R_B – суммы рангов выборок A и B , соответственно.

Статистика U определяется как наименьшее из значений U_A и U_B .

Мерой значимости статистики U в выборках объемом больше восьми может служить величина Z , которая рассчитывается по формуле:

$$Z = \frac{U - n_A n_B / 2}{\sqrt{n_A n_B (n_B + n_A + 1) / 12}}. \quad (2)$$

Полученное значение Z сравнивается с $P\%$ -квантилем нормального распределения. Если $Z \leq Z_p$, то с доверительной вероятностью P делается заключение об однородности выборок.

Значение Z_p содержится в таблицах стандартного нормального распределения. Для аппроксимации функции нормального распределения разработаны методы, позволяющие достичь высокой точности и при расчетах на ЭВМ квантили Z_p вычисляются довольно точно.

Анализ параметров двигателей, получаемых при приемо-сдаточных испытаниях. Для исследования было взято две совокупности результатов ПСИ одного типа двигателей разработки ГП «Ивченко-Прогресс», отремонтированных на двух ремонтных предприятиях (совокупности A и B). Для примера статистической оценки качества ремонта и использования U-критерия взят параметр – средний удельный расход топлива C_r . На рис. 1 и 2 приведены результаты замеров значений C_r после ремонта, отнесенные к номинальному значению $C_{rн}$ для данного типа двигателей.

Сравнения средних значений по t-критерию Стьюдента (табл.1) показало отсутствие существенного различия между результатами замеров значений C_r после ремонта.

Сравнения дисперсий по F-критерию Фишера (табл. 2) указывает на существенное различия между дисперсиями, что можно утверждать с доверительной вероятностью 99%.

В табл. 1 и 2 условно обозначены: P – доверительная вероятность; T – фактически полученное значение t-критерия; t – табличное значение t-критерия; df – количество степеней свободы; F расчетное – фактически полученное значение F-критерия; F критическое – табличное значение F-критерия при вероятности 0,99; α – вероятность «нулевой гипотезы» равная 0,01.

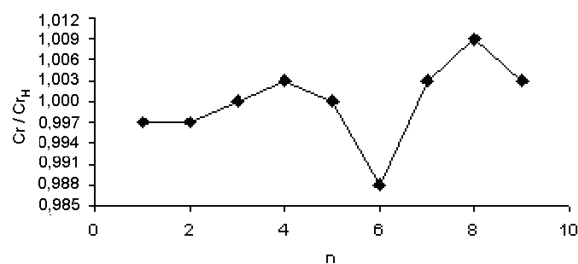


Рис. 1. Результаты замеров C_r после ремонта двигателей на ремонтном предприятии А

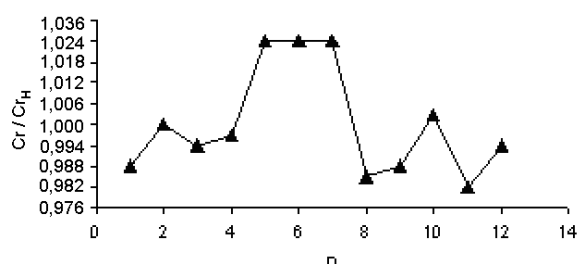


Рис. 2. Результаты замеров C_r после ремонта двигателей на ремонтном предприятии В

Таблица 1
Результаты сравнения удельного расхода топлива C_r по t-критерию Стьюдента (двухвыборочный t-тест с различными дисперсиями)

Параметр	Совокупность А	Совокупность В
Среднее	0,3540	0,3561
Дисперсия	3,75E-06	2,68106E-05
Наблюдения	9	12
t-статистика	-1,279568128	—
$P(T \leq t)$ двух-стороннее	0,220135459	—
t критическое двухстороннее	2,131450856	—

Таблица 2
Результаты сравнения дисперсий по F-критерию Фишера (двухвыборочный F-тест для дисперсии)

Параметр	Совокупность А	Совокупность В
Среднее	0,354	0,3561
Дисперсия	3,75E-06	2,68106E-05
Наблюдения	9	12
df	8	11
F расчетное	7,15	
F критическое (при $\alpha = 0,01$)	5,74	

По критерию Манна-Уитни (U-критерию) выполнено уточнение полученных результатов. Расчет

по критерию Манна-Уитни показал следующее. Суммы рангов R_A , R_B по выборкам А и В равны 91,5 и 139, соответственно. Для расчета выбирается минимальное значение величин $U_A = 94,50$, $U_B = 94,00$. Тогда по формуле (2) получим $Z = 2,843$. Квантиль нормального распределения $Z_p = 2,748$ при $P = 0,997$. Таким образом, с доверительной вероятностью не менее 99,7% можно говорить о наличии существенного различия выборок А и В.

Выводы

Проведенное исследование показало, что оценка качества ремонта только по сравнению выборочных средних арифметических значений исследуемого параметра по t-критерию Стьюдента не является достаточно объективной, так как реальное несоответствие выборки нормальному распределению (о чем свидетельствует сравнение выборочных дисперсий по F-критерию Фишера) ведет к получению не объективных результатов. Поэтому использование непараметрических критериев, таких как, например, U-критерий Манна-Уитни, позволяет получать более объективную информацию. При этом необходим полный анализ всех контролируемых при ПСИ параметров.

Литература

1. Закс Л. Статистическое оценивание. — М.: Статистика, 1976. — 598 с.
2. Боровиков В. STATISTICA: искусство анализа данных на компьютере. Для профессионалов. — СПб: Питер, 2001. — 656 с.
3. Томашевський О.В., Рісіков В.П. Комп'ютерні технології статистичної обробки даних. — Запоріжжя: Запорізький національний технічний університет, 2005. — 175 с.

Поступила в редакцию 31.05.2006

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. В.В. Погосов, Запорожский национальный технический университет, Запорожье.