

УДК 621.45.01+533.9.07

Г.К. БАХМЕТ, В.И. КИРЮШКО, Н.П. СТЕПАНУШКИН

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

АНАЛИЗ ФАКТОРОВ И ОТКЛИКОВ МОДЕЛИ ПИД

Рассмотрены величины связанные с работой ПИД. Для определения интервалов варьирования факторов проведены предварительные однофакторные эксперименты. Для разрядного напряжения, тока цепи экранного электрода, тока цепи ускоряющего электрода был проведен корреляционный анализ. Для тех откликов, где коэффициент корреляции близок к единице, построены линейные зависимости. Приведенные представления о возможных входных и выходных величинах исследуемой модели позволили сделать вывод о возможности использования плановых экспериментов для построения регрессионных моделей.

дробный факторный эксперимент, корреляционный анализ, коэффициент регрессии, магнитное поле, математическая модель, ПИД, полный факторный эксперимент, разрядное напряжение, разрядный ток, расход рабочего тела, регрессионная модель, факторы

Введение

Сложность физических представлений и отсутствие полных экспериментальных данных по исследованию влияния различных факторов на рабочие процессы и характеристики ПИД затрудняют построение надежной математической модели ПИД. В общем виде такую математическую модель можно представить как:

$$F(\vec{Y}, \vec{X}),$$

где F – алгебраический оператор;

\vec{Y} – отклик модели (выходной параметр);

\vec{X} – факторы, влияющие на работу ПИД (входные параметры).

Обоснование выбора входных и выходных параметров ПИД

Если рассматривать величины связанные с работой ПИД, то к входным величинам можно отнести:

1. Расход рабочего тела \dot{m} , который связан с процессами образования:

а) ионов в двигателе за счет процессов ионизации;

б) электронов, необходимых для создания процесса ионизации;

в) электронов, необходимых для получения квазинейтральной плазмы (процесса нейтрализации), обеспечивающей тягу двигателя.

2. Напряжение на ускоряющем электроде U_y , которое обеспечивает создание разгонного потенциала для ускорения ионов двигателя до необходимой скорости и препятствующего проникновению электронов в камеру двигателя.

3. Ток в катушке электромагнита I_B , в который через коэффициент пропорциональности k связан с магнитным полем $B = k \cdot I_B$, обеспечивающим необходимое движение электронов осуществляющих процесс ионизации.

4. Напряжение на экране электрода \vec{X} . Его цель: совместно с напряжением ускоряющего электрода создать потенциал для разгона (ускорения) ионов из камеры двигателя.

5. Остается открытым вопрос выбора в качестве фактора разрядного напряжения U_p или разрядного тока I_p . Так как для разрядного тока должен выполняться закон Ома: $I_p = \frac{U_p}{R}$, то разрядный ток I_p можно считать откликом характеризующим влияние U_p на работу двигателя, а U_p – факто-

ром. Но для ПИД – R – как сопротивление ионной плазменной среды, является не постоянной величиной и определяется в первую очередь разрядным током, который формируется количеством ионов и электронов. Это приводит к тому, что в качестве фактора, можно предложить и I_p , а как отклик выбирать U_p .

Приведенные рассуждения позволяют выбрать в качестве факторов (входных величин):

- расход рабочего тела двигателя \dot{m} ;
- разрядный ток I_p ;
- напряжение на экране электрода U_D ;
- напряжение на ускоряющем электроде U_y ;
- ток в цепи обмотки электромагнита I_B .

В качестве выходных параметров можно выбрать:

- разрядное напряжение U_p ;
- ток цепи экранного электрода I_D как I_i (ток ионов);
- ток цепи ускоряющего электрода I_y .

Прогнозирование плановых экспериментов

Приведенные представления о возможных входных и выходных величинах исследуемой модели ПИД позволили сделать вывод, что плановый эксперимент может дать информацию для построения регрессионных моделей вида:

$$U_p = U_p(\dot{m}, U_D, U_y, I_B);$$

$$I_D = I_D(\dot{m}, I_p, U_D, U_y, I_B);$$

$$I_y = I_y(\dot{m}, I_p, U_D, U_y, I_B).$$

Такие модели могут быть получены полным или дробным факторными экспериментами. Для определения областей варьирования факторов были проведены предварительные однофакторные эксперименты по построению регрессионных зависимостей. Построенные регрессионные зависимости по пред-

варительным экспериментам позволили оценить влияние в отдельности каждого фактора на отклик.

Регрессионный анализ

Уравнение регрессии в кодированных координатах строилось в виде:

$$y = b_0 \cdot x_{0u} + b_1 \cdot x_{1u}$$

$$\text{и } y = b_0 \cdot x_{0u} + b_1 \cdot x_{1u} + b_2 \cdot x_{2u}^2.$$

Построение регрессионной модели включало в себя:

1. Оценку дисперсии коэффициентов регрессии и оценку дисперсии отклика.
2. Проверку значимости коэффициентов регрессии.
3. Проверку адекватности полученного уравнения путем построения доверительной области для y .

Через регрессионный анализ данных экспериментов, были получены следующие результаты:

1. Уравнение регрессии и графики для разрядного напряжения:

$$U_p = 39,81 + 1,31 \cdot I_p$$

$$\text{и } U_p = 43,40 - 0,511 \cdot I_p + 0,211 \cdot I_p^2;$$

$$U_p = 29,70 + 9,25 \cdot I_B$$

$$\text{и } U_p = 28,64 + 10,52 \cdot I_B - 0,29 \cdot I_B^2.$$

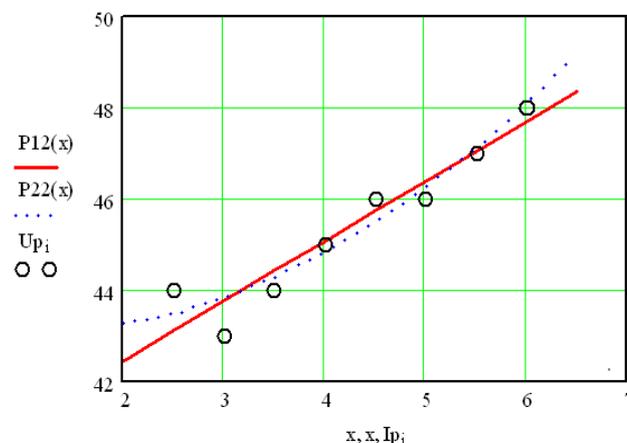


Рис. 1. Линейная и квадратичная зависимость разрядного напряжения U_p от разрядного тока I_p

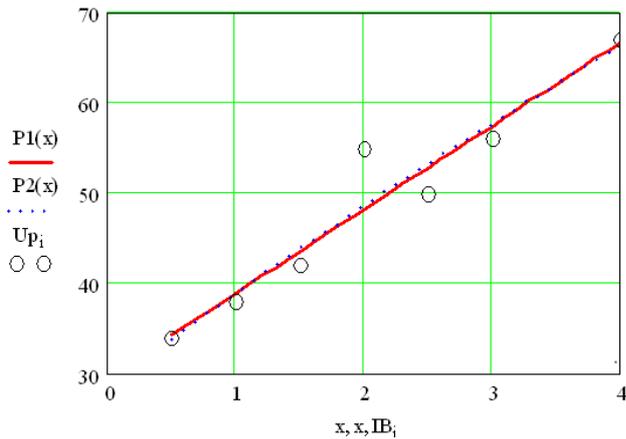


Рис. 2. Линейная и квадратичная зависимость разрядного напряжения U_p от тока в цепи обмотки электромагнита I_B . (то есть зависимость разрядного напряжения U_p от магнитного поля)

2. Уравнение регрессии и графики для тока ионов:

$$I_i = 0,595 + 0,0001 \cdot U_D$$

$$\text{и } I_i = 0,772 - 0,0002 \cdot U_D + 0,0000001 \cdot U_D^2;$$

$$I_i = 0,42 + 0,1 \cdot I_B$$

$$\text{и } I_i = 0,28 + 0,28 \cdot I_B - 0,04 \cdot I_B^2;$$

$$I_i = 0,677 + 0,00007 \cdot U_y$$

$$\text{и } I_i = 0,648 + 0,0002 \cdot U_y - 0,0000001 \cdot U_y^2;$$

$$I_i = 0,42 + 0,1 \cdot I_B$$

$$\text{и } I_i = 0,28 + 0,28 \cdot I_B - 0,04 \cdot I_B^2.$$

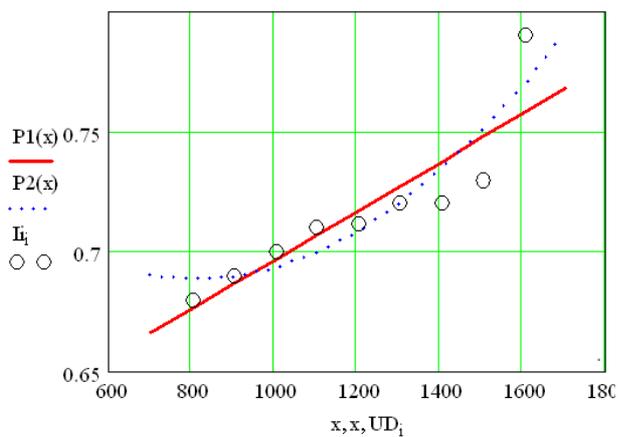


Рис. 3. Линейная и квадратичная зависимость тока ионов I_i от U_D (напряжение на экране электрода)

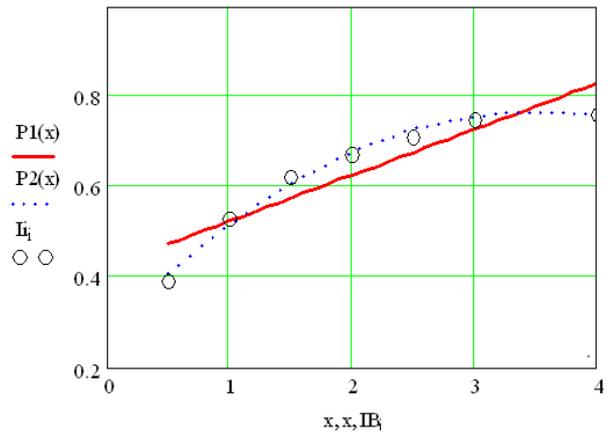


Рис. 4. Линейная и квадратичная зависимость тока ионов I_i от тока в цепи обмотки электромагнита I_B (то есть магнитного поля)

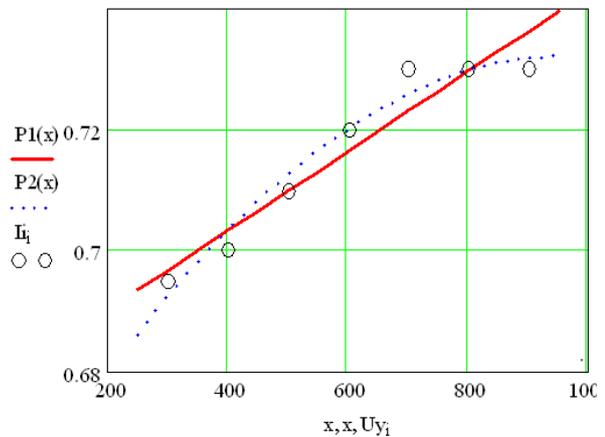


Рис. 5. Линейная и квадратичная зависимость тока ионов I_i от U_y (напряжение на ускоряющем электроде)

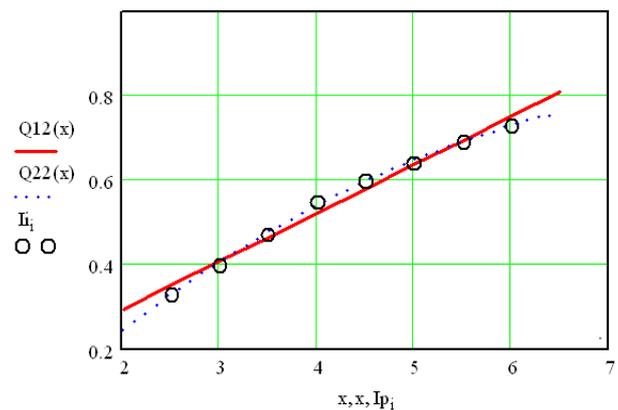


Рис. 6. Линейная и квадратичная зависимость тока ионов I_i от разрядного тока I_p

3. Уравнение регрессии для тока на ускоряющем электроде: $I_y = 0,003$.

Корреляционный анализ откликов

Результаты экспериментов, которые были использованы для получения моделей однофакторных экспериментов, позволили провести корреляционный анализ откликов:

- разрядное напряжение U_p ;
- ток цепи экранного электрода I_D как I_i (ток ионов);
- ток цепи ускоряющего электрода I_y .

Коэффициенты корреляции были просчитаны для пар: $U_p - I_D$, $U_p - I_y$, $I_D - I_y$ и имели соответствующие обозначения: k_{pD} , k_{py} , k_{Dy} .

Определение коэффициентов позволило построить связь между откликами в виде графов. Для тех откликов, где коэффициент корреляции близок к единице, были построены линейные зависимости в виде:

$$g(x) = \bar{y} + k_{xy} \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \cdot (x - \bar{x}),$$

где в качестве оценки среднеквадратических отклонений выбрано:

$$\sigma_x^2 = S_x^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2;$$

$$\sigma_y^2 = S_y^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2.$$

В результате были получены следующие величины и уравнения:

$$k_{pD} = 0,892; U_p = 48,6 + 77,5 \cdot (I_i - 0,3);$$

$$k_{py} = 6,723 \cdot 10^{-8} \approx 0; k_{Dy} = 6,7 \cdot 10^{-7} \approx 0.$$

Обработка результатов выполнялась в матричном виде. Для обработки использовался пакет MatCad.

Вывод

Анализ вышеприведенных результатов позволяет из величин, характеризующих работу ПИД (\dot{m} , I_p ,

U_D , U_y , I_B , U_p , I_D , I_y) выбрать:

1. В качестве факторов:
 - разрядный ток;
 - напряжение на экране электрода;
 - ток в цепи обмотки электромагнита.
2. В качестве откликов:
 - разрядное напряжение;
 - ток в цепи электрода экрана.

Литература

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие для вузов / Изд. 7-е, стер. – М.: Высш. шк., 2001. – 479 с.

Поступила в редакцию 25.05.2006

Рецензент: канд. физ.-мат. наук А.В. Головченко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.