УДК 539.3

П.П. ЛЕПИХИН[1], В.А. РОМАЩЕНКО[1], О.С. БЕЙНЕР[1], В.Ф. ДЕМЕНКО[2]

[1]Институт проблем прочности им. Г.С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина
[2]Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Харьков, Украина

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ОЦЕНКИ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ ТОЛСТОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРОВ С КОНЦЕНТРАТОРАМИ ТИПА ТРЕЩИН

С использованием уравнений механики хрупкого разрушения разработана численная методика, основанная на алгоритме Уилкинса, и исследована прочность стальных толстостенных динамически нагруженных импульсом внутреннего давления цилиндрических оболочек с технологическими особенностями типа трещин в местах закрепления торцов.

цилиндрические толстостенные оболочки, динамическая прочность, алгоритм Уилкинса, технологическая особенность типа трещины, хрупкое разрушение

Толстостенные цилиндрические динамически нагруженные оболочки находят применение в технологических процессах импульсной штамповки, в атомной энергетике, высокоточных источниках света и других областях техники. В конструкциях оболочка может различными способами крепиться к основанию. В ряде случаев такое закрепление осуществляется вдоль кольцевых частей торца, например сваркой. Часть торцевой поверхности при этом оказывается жестко закрепленной, а на оставшейся части имеется технологическая особенность (разрез) типа трещины. Как известно из механики хрупкого разрушения [1], в упругих постановках задач напряжения в вершинах трещины имеют сингулярность, а напряженно-деформированное состояние (НДС) и прочность металла в окрестности трещины описываются при помощи коэффициентов интенсивности напряжений (КИН). Существуют критические значения КИН, при превышении которых трещина начинает расти (раскрываться), а конструкция соответственно разрушаться.

Как показал обзор литературных источников анализ осесимметричного НДС и расчет на прочность толстостенных динамически нагруженных цилиндрических оболочек с технологическими особенностями типа трещин в местах закрепления торцов не производился. Отсутствуют и методики проведения такого исследования.

Цель данной работы – разработать и апробировать численную методику оценки прочности толстостенных цилиндрических оболочек, имеющих технологические особенности закрепления торца типа математического разреза, при внутреннем импульсном нагружении. Оценка прочности оболочки осуществляется с учетом сложного напряженного состояния в ее материале посредством определения эквивалентных напряжений по третьей теории прочности, а в окрестности технологической трещины путем расчета эквивалентного КИН, учитывающего как нормальный отрыв берегов трещины, так и их сдвиг [1]. Соответствующие КИН определяются известными методами механики хрупкого разрушения.

Математическая постановка краевой задачи. Численный метод

Рассматривались цилиндрические полые толстостенные оболочки. Левый торец оболочки условимся всегда совмещать с плоскостью $x = 0$ цилиндрической системы координат r, φ, x. Уравнения движения в цилиндрических координатах с учетом осевой симметрии имеют вид:

© П.П. Лепихин, В.А. Ромащенко, О.С. Бейнер, В.Ф. Деменко

$$\begin{aligned}&\frac{\partial\sigma_r}{\partial r}+\frac{\partial\tau}{\partial x}+\frac{\sigma_r-\sigma_\varphi}{r}=\rho\frac{dv_r}{dt};\\&\frac{\partial\tau}{\partial r}+\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}+\frac{\tau}{r}=\rho\frac{dv_x}{dt},\end{aligned}\qquad(1)$$

где t – время; ρ – плотность материала; v_r, v_x – компоненты вектора скорости перемещений; σ_r, σ_φ, σ_x, τ – компоненты тензора напряжений. Геометрические соотношения выглядят так:

$$e_r=\frac{\partial v_r}{\partial r};\ e_\varphi=\frac{v_r}{r};\ e_x=\frac{\partial v_x}{\partial x};\ \gamma=\frac{\partial v_r}{\partial x}+\frac{\partial v_x}{\partial r},\qquad(2)$$

где e_r, e_φ, e_x, γ – компоненты тензора скоростей деформаций.

Материал оболочки полагался изотропным упругим. Уравнения состояния такого материала хорошо известны и имеют вид [2]:

$$e_r=E^{-1}d[\sigma_r-\mu(\sigma_\varphi+\sigma_x)]/dt;$$

$$\gamma=2E^{-1}(1+\mu)d\tau/dt.\qquad(3)$$

Здесь E – модуль Юнга; μ – коэффициент Пуассона. Выражения для e_φ и e_x получаются из (3) циклической перестановкой индексов.

Система уравнений (1) – (3) замыкается начальными и граничными условиями. Начальные условия полагались нулевыми. Граничные условия на закрепленных, свободных либо нагруженных поверхностях – кинематические либо силовые и имели стандартный вид. Кроме того, использовались некоторые виды граничных условий специального типа – например скользящее закрепление, условие симметрии, а также условия на поверхностях конструктивных особенностей типа математических разрезов. При наличии конструктивных особенностей типа трещин по кольцевой части торца $x = 0$, граничные условия учитывались путем комбинации силовых, кинематических и смешанных условий на незакрепленной и закрепленной (приваренной) частях торца соответственно [2], что позволяет учитывать одностороннее контактное взаимодействие берегов математического разреза (непровара) с жестким торцом основания без трения.

Нагружение производилось осесимметричным импульсом давления $P(t)$, равномерно приложенным к внутренней поверхности полого тела. Краевая задача (1) – (3) интегрировалась численно с использованием явной по времени интегро-интерполяционной по пространству конечно-разностной схемы Уилкинса [2].

Учет влияния конструктивных особенностей типа трещин на динамическую прочность цилиндрических толстостенных оболочек

Ниже будут численно исследованы особенности расчета на динамическую прочность цилиндрических оболочек при закреплении одного из торцов посредством сварки. Часть торца при этом оказывается неподвижно закрепленной, а на оставшейся части имеется математический разрез типа трещины. Практический интерес представляет оценка, использующая методы механики хрупкого разрушения, НДС и КИНы в вершинах образовавшихся технологических трещин, для того чтобы сделать вывод о том, опасен или не опасен с точки зрения прочности данный «непровар» в условиях заданного динамического нагружения оболочки.

Так как при осесимметричной нагрузке подобной конструкции ненулевой будет только одна компонента сдвиговых напряжений, для описания НДС в окрестности такой технологической трещины будем использовать методы механики разрушения для плоских задач [1], учитывающие совместное влияние коэффициентов интенсивности напряжений нормального отрыва K_1 и сдвига K_2

Согласно [1] вводится эквивалентный КИН по формуле

$$K_{экв}=\sqrt{K_1^2+1{,}78K_2^2}\qquad(4)$$

и условие прочности при разрушении проверяется по критерию

$$K_{экв}\le K_{1c},\qquad(5)$$

где K_{1c} – предельный КИН для трещины нормального отрыва, при превышении которого начинается рост трещины, то есть разрушение.

Если ввести в вершине трещины местную полярную систему координат δ, θ то напряжения в ее ок-

рестности будут иметь вид [1, 2]

$$\left.\begin{aligned}\sigma_\theta &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\delta}}\cos\frac{\theta}{2}\left[K_1\cos^2\frac{\theta}{2}-\frac{3}{2}K_2\sin\theta\right];\\ \tau_{\delta\theta} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\delta}}\cos\frac{\theta}{2}\left[K_1\sin\theta+K_2(3\cos\theta-1)\right]\end{aligned}\right\} \quad (6)$$

с корневой сингулярностью у вершины трещины. При этом положительное направление для θ будем всегда выбирать вглубь материала (а не вглубь жесткого основания). Накладывая на трещину основную цилиндрическую систему координат *r, x* будем таким образом иметь два типа вершин трещин: вершина типа А, когда распространение трещины возможно в положительном направлении оси *r,* и вершина типа В, когда распространение трещины возможно в отрицательном направлении оси *r*. В случае А – вершины при $\theta = 90^\circ$ будем иметь $\sigma_\theta = \sigma_r$, $\tau_{\delta\theta} = -\tau_{rx}$, а в случае В – вершины при $\theta = 90^\circ$ будет $\sigma_\theta = \sigma_r$, $\tau_{\delta\theta} = \tau_{rx}$.

Подставляя эти значения в систему (6) и решая которую относительно K_1 и K_2 находим соответствующие КИН для вершины трещины обоих типов:

$$\left.\begin{aligned}K_{1A,B} &= -\left(2\sigma_r \pm 3\tau_{rx}\right)\sqrt{\pi\delta};\\ K_{2A,B} &= -\left(2\sigma_r \pm \tau_{rx}\right)\sqrt{\pi\delta}.\end{aligned}\right\} \quad (7)$$

Подставляя (7) в (4), получаем эквивалентные КИНы для вершин трещин типа А и В.

При численных расчетах в качестве σ_r и τ_{rx} выбирали среднее соответствующих величин в соседних с вершиной трещины конечно-разностных ячейках, при этом δ в (6) – (7) оказывался пропорциональным шагу разностной сетки вдоль осевой координаты. Вершина трещины при этом обязательно должна совпадать с узлом разностной сетки.

Тестовая задача. Рассматривался полый стальной ($E = 1{,}962\cdot10^5$ МПа; $\upsilon = 0{,}3$; $\rho = 7850$ кг/м^3) цилиндр (длина $L = 10$ м; внутренний радиус $R_1 = 1$ м; наружный радиус $R_2 = 2$ м) растягиваемый по торцам напряжением $\sigma = 1$ МПа с центральной наружной кольцевой трещиной глубины $(R_2 - R_1)/2$. При численном решении полагали, что на торцах x = 0 и $x = L$ приложено осевое напряжение $\sigma = tH(T-t)/T + H(t-T)$, где $T = 0{,}02$с, $H(t)$ – функция Хевисайда. На рис. 1 показаны расчетные значения КИН у вершины трещины, полученные на трех различных разностных сетках:

1 – $h_r = (R_2 - R_1)/20$; $h_x = 2h_r$;

2 – $h_r = h_x = (R_2 - R_1)/20$;

3 – $h_r = h_x = (R_2 - R_1)/100$, где h_r. и h_x – шаги по радиальной и осевой координате соответственно. Штриховая линия соответствуют справочным данным [3] для бесконечно длинного цилиндра при статическом растяжении. На всех трех разностных сетках наблюдается хорошее соответствие расчетных и справочных данных, что свидетельствует о приемлемости предложенной методики для оценки КИН в цилиндрических телах с трещинами. В дальнейших расчетах использовалась сетка с размерами типа 1.

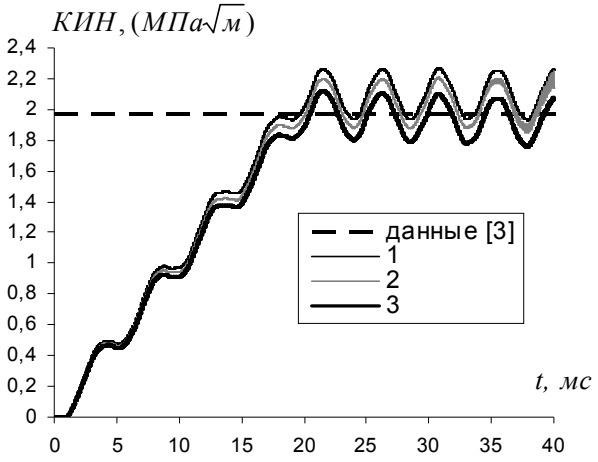

Рис. 1. Расчетные значения КИН у вершины трещины

Модельные расчеты. Далее рассматривался изготовленный из стали 30ХГСА стальной толстостенный полый цилиндр. Левый торец $x = 0$ тем или иным образом закреплялся на жестком основании, правый $x = L$ был свободен от нагрузок. Наружная поверхность $r = R_2$ свободна от нагрузок, на внутреннюю $r = R_1$ действует динамическое давление $P(t)$. Геометрические характеристики оболочки таковы: $R_1 = 0{,}035$ м; $R_2 = 0{,}0525$ м; $L = 0{,}07$ м. Физико-механические константы стали: $E = 2\cdot10^5$ МПа; $\mu = 0{,}3$; $\rho = 7850$ кг/м^3; предел текучести $\sigma_m = 850$ МПа. Коэффициент запаса принят равным 1,2. Допускаемые напряжения равны 708 МПа.

На практике широко распространена штамповка на гидравлических пресс-пушках. Известно [4], что при этом виде штамповки давление на внутреннюю поверхность матрицы меняется во времени по полусинусоидальному закону:

$$P(t) = P_0 \sin(\lambda t) H(\pi\lambda^{-1} - t), \qquad (8)$$

где λ – характеристическая частота синусоиды; P_0 – амплитудное значение нагрузки.

В качестве примера применения предложенной методики выполним расчет на прочность матрицы в виде стального цилиндра приведенных выше размеров для штамповки на пресс-пушке. Масса снаряда пресс-пушки равна 0,5 кг, его радиус 0,03 м, дульная скорость 50 м/с, высота столба жидкости в переходнике пушки 0,04 м, эквивалентная высота столба жидкости в гидравлической камере 0,125 м. Согласно [4] при этих параметрах штамповки амплитуду нагрузки P_0 можно оценить в 80 МПа, а характеристическую частоту синусоиды нагружения λ в 10^4 $с^{-1}$.

Рассматривались три способа крепления левого торца матрицы к основанию сварными швами: 1 – по внутреннему краю: $r \in [R_1 , R_1 + S_i]$; 2 – по внешнему краю: $r \in [R_2 - S_i , R_2]$; 3 – по внутреннему и по наружному краям: $r \in [R_1 , R_1 + S_i] \cup [R_2 - S_i , R_2]$. В различных вариантах расчетов изменялась также эффективная глубина проплавления шва: $1 - S_1 = 0{,}003$ м; $2 - S_2 = 0{,}006$ м; $3 - S_3 = 0{,}01$ м.

Некоторые результаты расчетов приведены в табл. 1. Расчеты проводили до момента времени $5 \cdot 10^{-4}$с.

Таблица 1

Результаты расчетов толстостенного полого цилиндра, прикрепленного посредством сварки к жесткому основанию

№ способа крепления	Глубина проплавления, S_i мм	Максимальные эквивалентные напряжения по третьей теории прочности, МПа				Максимальные значения приведенных коэффициентов интенсивности напряжений, МПа$\sqrt{\text{м}}$	
		Окрестность точки ($x = 0$)					
		$r = R_2 - S_i$	$r = R_1 + S_i$	$r = R_2$	$r = R_1$	$r = R_2 - S_i$	$r = R_1 + S_i$
1	3	–	489,6	146,4	542,3	–	34,66
	6	–	345,7	167,5	403,9	–	20,97
	10	–	241,6	191,0	374,6	–	10,35
2	3	376,8	–	223,4	117,9	21,94	–
	6	334,8	–	226,6	100,7	13,43	–
	10	328,3	–	246,5	86,0	8,84	–
3	3	196,0	285,5	255,0	394,5	13,41	14,03
	6	143,1	175,8	238,2	365,9	6,64	6,36
	Равна толщине матрицы	–	–	233,4	360,6	–	–

Крепление по способу 1. Оказалось наиболее опасным как по КИН, так и по максимальным эквивалентным напряжениям, но при этом условия прочности не нарушались. Для всех трех глубин проплавления максимальные эквивалентные напряжения по третьей теории прочности возникали в окрестности внутренней угловой точки, при этом для всех рассмотренных толщин проплавления они при использовании данной конечно-разностной сетки не превышали допускаемых, см. табл. Не учитывая возникновение пластических деформаций в точке $r = R_1 + S_i$ (используя линейную механику разрушения), что приводит к увеличению коэффициента запаса прочности, были проведены расчеты по определению коэффициента интенсивности напряжений в окрестности этой точки, как в вершине «трещины», для всех трех глубин проплавления.

Крепление по способу 2. Для всех трех глубин проплавления максимальные эквивалентные напряжения достигались в окрестности точки $r = R_2 - S_i$. Причем они на данной сетке не превышают допускаемых.

Крепление по способу 3. Для всех трех глубин проплавления максимальные эквивалентные напря-

жения достигались в окрестности внутренней угловой точки и на данной сетке не превышали допускаемых напряжений.

Из приведенных данных видно, что для всех способов крепления при рассмотренном виде нагружения, максимальный $K_{экв}$ не превышает 34,7 МПа$\sqrt{\text{м}}$. Как следует из [5], для выбранного материала наличие рассмотренных видов непроваров не является опасным при данном динамическом нагружении и не будет приводить к отрыву цилиндра от основания, т.е. нарушению его прочности в целом. Тем не менее, для ряда сталей (45, 40Х, 7Х2 и др.) при таком уровне КИН при эксплуатации в условиях низких (до 77 °К) температур может наблюдаться рост трещины [5].

При этом нагружении наиболее опасна приварка по внутреннему краю цилиндра. Минимальные значения максимальных эквивалентных напряжений имеют место во втором случае закрепления. Однако при этом максимальные коэффициенты интенсивности напряжений несколько выше, чем в третьем случае закрепления для всех глубин проплавления.

Как и ожидалось, КИН уменьшаются вместе с уменьшением размеров трещины (увеличением суммарной величины проплавления).

Выводы

Предложена и апробирована методика численного расчета при помощи алгоритма Уилкинса сингулярных особенностей нестационарного двумерного НДС, возникающих в окрестности закрепления торцов и дефектов типа трещин, образуемых при приварке толстостенной цилиндрической оболочки к жесткому основанию. Оценка прочности оболочки осуществляется с учетом сложного напряженного состояния в ее материале по третьей теории прочности, а также в окрестности технологической трещины путем расчета эквивалентного КИН, учитывающего как нормальный отрыв берегов трещины, так и их продольный сдвиг. Для трех способов закрепления торцов оценена прочность стальных толстостенных динамически нагруженных импульсом внутреннего давления цилиндров. Обнаружено, что в зависимости от вида закрепления будет меняться место локализации максимальных КИН в конструкции. При рассмотренном нагружении, характерном для импульсной штамповки на гидравлической пресс-пушке, матрица удовлетворяет требованиям прочности. При этом наиболее опасным оказывается сварное соединение торца вдоль внутреннего кольца оболочки и для ряда сталей при низких температурах может наблюдаться рост трещины и нарушение условий прочности. С уменьшением размеров технологической трещины (глубины непровара) КИН также уменьшаются.

Литература

1. Броек Д. Основы механики разрушения (Broek D. Elementary engineering fracture mechanics). Лейден, 1974. Пер. с англ. – М.: Высш. школа, 1980. – 368 с.

2. Лепихин П.П., Ромащенко В.А., Бейнер О.С. Численное исследование динамической прочности толстостенных цилиндрических оболочек с технологическими особенностями типа трещин // Проблемы прочности. – 2005. – № 1. – С. 76 – 87.

3. Механика разрушения и прочность материалов / Справ. пособие в 4-х томах, Под общ. ред. В.В. Панасюка. Том 2. Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами / Саврук М.П. – К.: Наук. думка, 1988. – 620 с.

4. ОСТ 1.52766-86. Матрицы для штамповки импульсными нагрузками листовых полусферических оболочек и замкнутых осесимметричных обечаек. Расчет на прочность / В.И. Завьялова, Г.Л. Корнилов, Ш.У. Галиев, И.И. Бирюля, П.П. Лепихин, И.А. Бурлаков. – М.: НИИД, 1986. – 54 с.

5. Трощенко В.Т., Красовский А.Я., Покровский В.В., Сосновский Л.А., Стрижало В.А. Сопротивление материалов деформированию и разрушению: Справочное пособие. Том 1. – К.: Наук. думка, 1993. – 288 с.

Поступила в редакцию 25.05.2005

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.И. Долматов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, Харьков.