

УДК 519.216.3 : 62-253

Н.В. ГОНЧАР

Запорожский национальный технический университет, Украина

ПРИМЕНЕНИЕ ФАКТОРНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ПАРАМЕТРОВ ПАЗОВ ДИСКОВ КОМПРЕССОРА

Проведена классификация параметров пазов дисков компрессора, исследованных для оценки технологической эффективности применения отделочно-упрочняющих методов обработки дисков. Установлено существование трех латентных факторов, определяющих состояние межпазовых выступов.

корреляционная матрица, гипотетические факторы, напряженно-деформированное состояние, поверхностный слой, технологии механической, отделочной и финишно-упрочняющей обработки

Введение

Обеспечение высокой надежности и долговечности является важнейшим требованием, предъявляемым к дискам газотурбинных двигателей (ГТД) [1, 2]. Многообразие конструктивных параметров, а также характеристик поверхностного слоя, формируемых на этапах механической и отделочно-упрочняющей обработки межпазовых выступов (МПВ), в значительной мере затрудняет оптимизацию технологического процесса изготовления дисков компрессоров и, в частности, обработку пазов, по условию максимальной выносливости [2, 3].

1. Формулирование проблемы

Для разработки технологических рекомендаций по повышению несущей способности дисков компрессоров необходимо за счет сведения многочисленных взаимозависимых наблюдаемых параметров МПВ диска к некоторым обобщенным ненаблюдаемым факторам, выполнить замену большого числа исходных параметров на значительно меньшее число искусственно созданных переменных (т.е. выделить по возможности минимальное число общих, гипотетических факторов).

Выделение факторов, объясняющих наблюдаемые и скрытые зависимости между значениями исходных параметров и в сжатом виде содержащих

информацию о зависимостях между ними, позволит существенно упростить задачу оптимизации параметров межпазовых выступов технологическими методами.

2. Решение проблемы

Для выделения среди параметров пазов диска компрессора гипотетических факторов использовали один из методов многомерной статистики, позволяющий исследовать и воспроизводить внутреннюю структуру корреляционных матриц – факторный анализ [4 – 7].

Исходными данными являлась матрица результатов поверхностного слоя образцов с различной технологией изготовления и упрочнения.

Необходимо найти такое линейное преобразование исходной матрицы X , которое позволило бы получить сжатое (редуцированное) представление входных данных в виде матрицы F с меньшим числом переменных p ($m > p$) без существенной потери содержательной информации об объекте исследования. Т.е. под факторным анализом понимается совокупность статистических моделей, описывающих и объясняющих наблюдаемые данные с помощью небольшого числа скрытых (латентных) факторов, которые могут быть сконструированы с помощью определенных математических методов [6].

Исследовали 10 партий образцов, вырезанных из ободной части натуральных дисков компрессора высокого давления. Образцы каждой из партий были подвергнуты различным вариантам технологии механической (протягивание и слесарная обработка пазов), отделочной (ПСА – обработка в псевдосжиженном слое абразива) и финишно-упрочняющей обработки (УЗУ – упрочнение стальными шариками в ультразвуковом поле) и их комбинациям. Для всех образцов были определены фактические радиусы "выкружки" R дна паза, полученные после протягивания, и радиусы скругления r после слесарной операции, выполненной зенковкой и шнуром с абразивной пастой, параметры шероховатости поверхности доннышек пазов Ra , шаг микронеровностей Sm , радиус впадин

микронеровностей ρ , средняя высота образующих впадину микронеровностей t , которые входят в качестве составляющих при расчете технологического коэффициента концентрации напряжений $\alpha_{\sigma}^{техн}$. Исследовали микротвердость поверхности $H\mu$ (S_n – степень поверхностного наклепа), величину остаточных напряжений на поверхности $\sigma_{ост}$, глубину их залегания $h_{ост}$, а также величину и глубину залегания пика остаточных напряжений ($\sigma_{ост}^{max}$ и $h_{ост}^{max}$).

Для выделения общих факторов предварительно была построена матрица коэффициентов парных корреляций Пирсона между всеми исследованными параметрами межпазовых выступов диска (табл. 1).

Таблица 1

Матрица парных корреляций между параметрами межпазовых выступов

	R	r	Ra	Sm	ρ	t	$\alpha_{\sigma}^{техн}$	$H\mu$	S_n	S	$\sigma_{ост}$	$h_{ост}$	$\sigma_{ост}^{max}$	$h_{ост}^{max}$
R	–	0,65	-0,61	0,79	0,71	-0,58	-0,64	-0,46	-0,46	0,40	-0,64	0,90	-0,06	-0,45
r	0,65	–	-0,35	0,50	0,40	-0,60	-0,59	-0,07	-0,04	0,63	-0,74	0,51	-0,40	-0,69
Ra	-0,61	-0,35	–	-0,92	-0,94	0,77	0,84	0,75	0,76	-0,31	0,33	-0,48	-0,30	0,15
Sm	0,79	0,50	-0,92	–	0,98	-0,82	-0,86	-0,68	-0,69	0,50	-0,52	0,65	0,24	-0,32
ρ	0,71	0,40	-0,94	0,98	–	-0,79	-0,82	-0,75	-0,76	0,41	-0,38	0,55	0,39	-0,17
t	-0,58	-0,60	0,77	-0,82	-0,79	–	0,95	0,23	0,24	-0,67	0,71	-0,34	0,08	0,63
$\alpha_{\sigma}^{техн}$	-0,64	-0,59	0,84	-0,86	-0,82	0,95	–	0,36	0,34	-0,57	0,65	-0,49	0,13	0,55
$H\mu$	-0,46	-0,07	0,75	-0,68	-0,75	0,23	0,36	–	1,00	0,08	-0,20	-0,45	-0,68	-0,43
S_n	-0,46	-0,04	0,76	-0,69	-0,76	0,24	0,34	1,00	–	0,08	-0,19	-0,43	-0,71	-0,42
S	0,40	0,63	-0,31	0,50	0,41	-0,67	-0,57	0,08	0,08	–	-0,73	0,33	-0,28	-0,70
$\sigma_{ост}$	-0,64	-0,74	0,33	-0,52	-0,38	0,71	0,65	-0,20	-0,19	-0,73	–	-0,55	0,60	0,96
$h_{ост}$	0,90	0,51	-0,48	0,65	0,55	-0,34	-0,49	-0,45	-0,43	0,33	-0,55	–	-0,19	-0,35
$\sigma_{ост}^{max}$	-0,06	-0,40	-0,30	0,24	0,39	0,08	0,13	-0,68	-0,71	-0,28	0,60	-0,19	–	0,73
$h_{ост}^{max}$	-0,45	-0,69	0,15	-0,32	-0,17	0,63	0,55	-0,43	-0,42	-0,70	0,96	-0,35	0,73	–

Примечание: жирным шрифтом выделены значения, статистически значимые для 95% вероятности.

Линейную связь считали статистически значимой в случае, если $|r_{расч}| \geq r_{кр}$ для вероятности $P = 95\%$.

Наличие большого числа значимых корреляционных связей указывает на то, что существует незначительное количество скрытых общих факторов, выявление которых позволит систематизировать параметры межпазовых выступов диска компрессора в группы и тем самым сократить общее число параметров в модели несущей способности дисков.

Используя критерий Кайзера, позволяющий определять количество факторов в модели по величине выделяемой ими дисперсии, общее число выделяемых факторов было ограничено тремя. В общем виде под моделью факторного анализа принято представление исходных переменных (параметров) в виде линейной комбинации факторов F [6]:

$$X_j = \sum_{k=1}^p a_{jk} \cdot F_k + U_j, \quad (1)$$

где a_{jk} – факторная нагрузка;

$F_k, k = 1, 2, 3 \dots p$ – общие факторы;

$U_j, j = 1, 2, 3 \dots m$ – специфический фактор;

p – количество общих факторов;

m – количество исходных переменных.

Значения факторных нагрузок, отражающих коэффициент корреляции между фактором и параметром паза (табл. 2), вычислены методом главных компонент с использованием критерия оптимизации, при котором общности равны квадрату коэффициента множественной корреляции. После нахождения пространства общих факторов для интерпретации полученного решения выполнено вращение системы координат факторного пространства методом Varimax gaw (варимакса исходных). При этом осуществлялась максимизация дисперсии новых переменных (выделенных факторов) и минимизация разброса вокруг них.

Таблица 2
Значение факторных нагрузок
после вращения системы координат

Параметр	Фактор 1	Фактор 2	Фактор 3
R	-0,456774	-0,159454	-0,797560
r	-0,397049	-0,522145	-0,719892
Ra	0,871636	-0,199455	0,293672
Sm	-0,857527	0,045931	-0,448813
ρ	-0,879773	0,190622	-0,363949
t	0,895451	0,356849	0,077640
$\alpha_{\sigma}^{техн}$	0,855167	0,275311	0,230959
Hm	0,494048	-0,707005	0,441526
Sn	0,508985	-0,703134	0,421498
S	-0,495862	-0,545406	-0,126412
$\sigma_{ост}$	0,418602	0,780156	0,362217
$h_{ост}$	-0,245167	-0,124151	-0,698810
$\sigma_{ост}^{max}$	-0,258237	0,842346	0,118157
$h_{ост}^{max}$	0,301196	0,898955	0,178626

Примечание: жирным шрифтом выделены факторные нагрузки, абсолютное значение которых статистически значимо для вероятности $P = 95\%$ с учетом размерности матрицы исходных данных.

Собственные значения выделенных факторов и их статистическое оценивание приведено в табл. 3. Общности полученного решения для случая выделения одного, двух и трех факторов приведены в табл. 4

Результаты факторного анализа позволили сделать следующие предположения. В рассматриваемой

общности параметров МПВ диска компрессора выделяются три фактора, которые можно классифицировать как: фактор №1 – параметры микрогеометрии поверхности (шероховатость поверхности, шаг и радиус впадин микронеровностей, средняя высота микронеровностей и технологический концентратор напряжений); фактор №2 – физико-механические свойства поверхностного слоя (микротвердость, степень наклепа, остаточные напряжения, величина и глубина залегания пика остаточных напряжений); фактор №3 – конструктивные параметры паза (радиусы выкружки и фаски скругления). Факторные нагрузки на такие параметры образцов как площадь поперечного сечения и глубина залегания остаточных напряжений являются статистически незначимыми для выбранного уровня значимости, что свидетельствует о том, что эти параметры не оказывают существенного влияния и могут быть исключены из дальнейшего рассмотрения.

Все три выделенных фактора объясняют около 85,5% общего статистического разброса наблюдаемых параметров. Из табл. 3 видно, что первый фактор – параметры микрогеометрии поверхности объясняет максимальную величину общей дисперсии (50,4%), второй фактор – физико-механические свойства поверхностного слоя, объясняет 27,8% общей дисперсии, а третий фактор – конструктивные элементы – объясняет минимальный процент общей дисперсии (7,3%). При этом максимальное значение общностей параметров соответствует факторной модели включающей три фактора (табл. 4).

Знаки факторных нагрузок (табл. 2) определяют направление воздействия фактора на параметры. С "отрицательными" значениями ассоциированы положительное воздействие определяемого фактора, то есть при увеличении воздействия первого фактора его значения будут увеличиваться в отрицательном направлении. Таким образом, для фактора №1 увеличение радиуса впадин микронеровностей и их шага сопровождается уменьшением величины шероховатости поверхности, средней высоты микронеровностей и величины технологического концентратора

тора напряжений. Для фактора №2 увеличение микротвердости поверхности (степени поверхностного наклепа) сопровождается уменьшением всех ос-

тальных параметров (величины остаточных напряжений, величины и глубины залегания пика остаточных напряжений).

Таблица 3

Статистическое оценивание собственных значений выделенных факторов

	Собственное значение фактора	Процент общей дисперсии	Кумулятивные (накопленные) собственные значения	Кумулятивный процент дисперсии
Фактор 1	7,058145	50,41532	7,05814	50,41532
Фактор 2	3,892744	27,80531	10,95089	78,22063
Фактор 3	1,018429	7,27449	11,96932	85,49512

Таблица 4

Значения общностей для выделенных факторов

Параметр	Общности от одного фактора	Общности от двух факторов	Общности от трех факторов	Коэффициент множественной корреляции
R	0,680639	0,681179	0,870169	0,880368
r	0,418471	0,589883	0,706592	0,790974
Ra	0,708840	0,847189	0,885775	0,917777
Sm	0,882654	0,934907	0,938895	0,937314
ρ	0,786544	0,922870	0,942796	0,938325
t	0,728752	0,762416	0,935201	0,925425
$\alpha_{\sigma}^{техн}$	0,782296	0,792494	0,860448	0,909326
Hm	0,260933	0,903262	0,924845	0,930094
Sh	0,261854	0,916166	0,931124	0,929578
S	0,337747	0,529289	0,559328	0,648124
$\sigma_{ост}$	0,466749	0,911670	0,915072	0,920491
$h_{ост}$	0,480340	0,480763	0,878131	0,878021
$\sigma_{ост}^{max}$	0,000014	0,749793	0,790195	0,876050
$h_{ост}^{max}$	0,262313	0,929008	0,930747	0,926828

Проверка рациональности числа выделенных факторов выполнена путем вычисления и анализа воспроизведенной корреляционной матрицы, которая близка к исходной в том случае, если факторы выделены рационально. Для анализа несогласованности исходных и воспроизведенных с помощью полученной факторной модели значений парных корреляций, была вычислена матрица остаточных корреляций, как разность между исходной и воспроизведенной матрицами (табл. 5). Так как значения разностей не превышают критическую величину для выбранного уровня значимости можно считать, что полученная матрица остаточных корреляций указывает на "согласие" полученной модели, т.е. на

то, что рассматриваемые коэффициенты корреляции могут быть получены с достаточной точностью на основе выделенных факторов.

Заключение

Таким образом, применение факторного анализа позволило выполнить редукцию исходных данных и сократить общее число переменных, оказывающих влияние на выносливость МПВ диска до трех. Однако, выделенные факторы являются гипотетическими и не могут быть в явной форме использованы для построения модели выносливости дисков в зависимости от технологии их изготовления. Значи-

тельные по величине факторные нагрузки на параметры МПВ (табл. 2) обуславливают высокий уровень внутренней корреляции группы параметров с выделенным фактором. В связи с этим было выдвинуто предположение, что гипотетический фактор может быть заменен одним из параметров состояния поверхностного слоя МПВ, занимающего "лидирующее" положение среди параметров, входящих в фактор. Чтобы сформулировать основные требова-

ния к рационализации параметров поверхностного слоя пазов диска, с целью обеспечения высокого предела выносливости (σ_{-1}), необходимо из имеющегося множества параметров внутри выделенных факторов по возможности исключить зависимые и выявить независимые, наиболее весомо влияющие на выносливость и долговечность ободной части диска, что может быть реализовано с использованием теории графов.

Таблица 5

Матрица остаточных корреляций

	R	r	Ra	Sm	ρ	t	$\alpha_{\sigma}^{техн}$	Hm	Sn	S	$\sigma_{ост}$	$h_{ост}$	$\sigma_{ост}^{max}$	$h_{ост}^{max}$
R	0,13	0,02	0,02	0,01	0,01	-0,02	0,01	0,03	0,02	-0,03	-0,00	0,01	0,05	-0,00
r	0,02	0,39	0,03	-0,03	-0,02	0,00	0,02	-0,05	-0,03	0,06	0,02	-0,05	0,01	0,01
Ra	0,02	0,03	0,11	0,01	0,01	0,01	0,04	0,02	0,02	0,07	0,00	-0,00	0,07	0,01
Sm	0,01	-0,03	0,01	0,06	0,01	0,00	0,01	0,01	0,01	0,02	-0,01	0,01	0,02	-0,01
ρ	0,01	-0,02	0,01	0,01	0,06	-0,00	0,01	0,01	0,01	0,02	-0,01	0,01	0,03	-0,00
t	-0,02	0,00	0,01	0,00	-0,00	0,06	0,02	-0,01	-0,01	0,01	-0,01	0,01	-0,01	-0,00
$\alpha_{\sigma}^{техн}$	0,01	0,02	0,04	0,01	0,01	0,02	0,14	0,01	-0,01	0,06	-0,03	-0,02	0,09	-0,02
Hm	0,03	-0,05	0,02	0,01	0,01	-0,01	0,01	0,08	0,02	-0,01	-0,01	0,00	0,02	-0,01
Sn	0,02	-0,03	0,02	0,01	0,01	-0,01	-0,01	0,02	0,07	-0,01	0,01	0,00	0,00	0,00
S	-0,03	0,06	0,07	0,02	0,02	0,01	0,06	-0,01	-0,01	0,44	-0,02	0,01	0,08	-0,00
$\sigma_{ост}$	-0,00	0,02	0,00	-0,01	-0,01	-0,01	-0,03	-0,01	0,01	-0,02	0,08	-0,00	-0,02	0,03
$h_{ост}$	0,01	-0,05	-0,00	0,01	0,01	0,01	-0,02	0,00	0,00	0,01	-0,00	0,12	-0,03	0,01
$\sigma_{ост}^{max}$	0,05	0,01	0,07	0,02	0,03	-0,01	0,09	0,02	0,00	0,08	-0,02	-0,03	0,01	-0,01
$h_{ост}^{max}$	-0,00	0,01	0,01	-0,01	-0,00	-0,00	-0,02	-0,01	0,00	-0,00	0,03	0,01	-0,01	0,07

Литература

1. Брондз Л.Д. Технология и обеспечение ресурса самолетов. – М: Машиностроение, 1986. – 184 с.
2. Петухов А.Н. Сопротивление усталости деталей ГТД. – М.: Машиностроение, 1993. – 240 с.
3. Богуслаев В.А, Яценко В.К., Притченко В.Ф. Технологическое обеспечение и прогнозирование несущей способности деталей ГТД. – К.: Манускрипт, 1993. – 330 с.
4. Закс Л. Статистическое оценивание / Пер. с нем. – М.: Статистика. – 1976, – 598с.

5. Харман Г. Современный факторный анализ. – М.: Статистика, 1972. – 386 с.

6. Лаули Д., Максвелл А. Факторный анализ как статистический метод. – М: Мир, 1967 – 144 с.

7. Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И.В. Курс теории вероятностей и математической статистики. – М.: Наука. – 1965, – 511с.

Поступила в редакцию 1.06.2005

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Н.П. Щербак, Московский гуманитарно-экономический институт, Калужский филиал, Калуга.