УДК 519.6 + 621.438

Р.Ю. СТАРКОВ, А.А. СТЕПАНОВ, Т.В. ТОМИЛИНА

ОАО «НПО «Сатурн», Россия

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ПРЯМОГО ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА АЭРОДИНАМИКИ ЛОПАТОЧНЫХ ВЕНЦОВ

Рассмотрена постановка задачи прямого численного моделирования (DNS) применительно к расчету аэродинамики лопаточных венцов газотурбинного двигателя. Приведена численная реализация метода, конечно-разностная аппроксимация производных с высоким порядком точности по времени и пространству. Приведены аэродинамические результаты расчетов DNS межлопаточного канала турбинной лопатки с четвертым порядком аппроксимации пространственных и временных производных.

аэродинамика, DNS (прямое численное моделирование), лопатки турбомашин, модель турбулентности, уравнения Навье-Стокса, экспериментальные данные, численные методы

Введение

В 2006 году вступит в силу четвертая глава ИКАО по допустимым нормам воспринимаемого шума. Существующие в настоящее время эмпирические методики [1] расчета шума базируются на тридцатилетнем опыте экспериментальных данных замеренных на двигателях предыдущих поколений и предсказывают только тональный шум в дозвуковой области течения. Современные лопатки вентилятора имеют сложный трехмерный профиль, полученный с использованием решения совместных задач трехмерной аэродинамики и прочности. Поэтому ощущается острая необходимость в методике расчета акустических характеристик лопатки вентилятора, учитывающей особенности ее трехмерного профиля, которая была бы применима в дозвуковой и сверхзвуковой области течения в межлопаточном канале.

В данной работе предлагается постановка задачи прямого численного моделирования (DNS) для расчета акустических полей в межлопаточном канале турбомашин. В качестве примера представлены результаты расчета турбулентного течения (DNS) при числах $\mathrm{Re} = 5 \times 10^6$ на турбинной лопатке с низким уровнем потерь полного давления. Расчеты выполнены в плоской постановке и проведено сравнение численных результатов расчета с численными моделями другого уровня и экспериментальными данными, сделан анализ результатов и указано дальнейшее направление работ.

1. Математическая модель

Постановка задачи DNS (Direct Numerical Simulation) состоит в решении системы уравнений Навье-Стокса с высоким порядком аппроксимации производных по пространству и времени [2].

Система уравнений Навье-Стокса для сжимаемой жидкости в дивергентном виде [2]:

уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i) = 0\,, \qquad (1)$$

уравнение сохранения импульсов:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_i u_j\right) + \frac{\partial P}{\partial x_i} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}\,, \qquad (2)$$

уравнение энергии:

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(E + P)\,u_j = \frac{\partial}{\partial x_j}\sigma_{ij} u_i - \frac{\partial}{\partial x_j} q_j\,, \qquad (3)$$

тензор вязких напряжений:

$$\sigma_{ij} = \mu S_{ij}\,, \quad S_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\,, \qquad (4)$$

тепловой поток:

© Р.Ю. Старков, А.А. Степанов, Т.В. Томилина

$$q_j = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j}, \qquad (5)$$

уравнение состояния идеального газа:

$$E = \frac{P}{\gamma - 1} + \frac{1}{2}\rho u_j u_j, \qquad (6)$$

где P – статическое давление, Па; u_i – компонента скорости, м/с; ρ – плотность, кг/м^3; E – удельная энергия, Дж/кг; γ – коэффициент адиабаты; μ – молекулярная динамическая вязкость; λ – коэффициент молекулярной теплопроводности; ∂T – шаг по времени, с; T – статическая температура, К.

Высокий порядок точности производных реализован с помощью численной дискретизации частных производных в ряд Тейлора до четвертого порядка. Четвертый порядок точности по пространству [3]:

$$\frac{\partial F}{\partial x} \approx \frac{-F_{i+2} + 8F_{i+1} - 8F_{i-1} + F_{i-2}}{12\Delta x} + O\left(\Delta x^4\right); \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \approx \frac{-F_{i+2} + 16F_{i+1} - 30F_i + 16F_{i-1} + F_{i-2}}{24\Delta x^2} + O\left(\Delta x^4\right). \quad (8)$$

Четвертый порядок точности по времени [3]:

$$\frac{\partial F}{\partial t} \approx \frac{25F^{n+1} - 48F^n + 36F^{n-1} - 16F^{n-2} + 3F^{n-3}}{12\Delta t} + M(x) + O\left(\Delta t^4\right), \qquad (9)$$

где $M(x)$ – функция любого параметра от пространства.

Численное решение получено с помощью модифицированного метода крупных частиц в ячейках [4]. Модификация численного метода заключается во введении в алгоритм расчета неявной коррекции по давлению [5] которая предназначена для получения устойчивого численного решения при любых числах Маха. Численное решение представляет собой итерационную процедуру решения системы уравнений Навье-Стокса записанную в явном виде относительно искомых величин (плотность, компоненты скорости, удельная энергия и давление).

В качестве граничных условий использовались одномерные соотношения между аэродинамическими величинами:

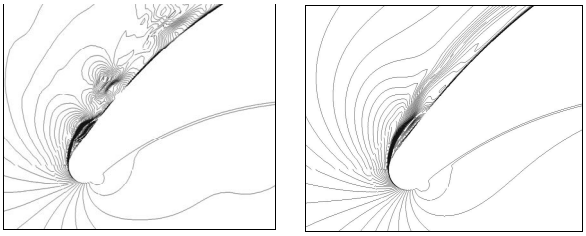
– на входе: полное давление, полная температура и угол набегающего потока;

– на стенках: условие прилипания по скорости;

– на выходе: постоянство левого инварианта Римана.

Следует особо отметить, что постановка задачи с заданием граничных условий по статическому давлению на выходе приводит к волнам отражения в выходной области решения, поэтому применены граничные условия с заданием левого инварианта Римана.

Сходимость задачи контролировалась по осредненным параметрам по времени т.к. в результате решения получено нестационарное решение с интенсивным вихреобразованием (рис. 1).



а – мгновенное поле скорости

б – осредненное поле скорости

Рис. 1. Обтекание входной кромки лопатки

Осреднение по времени скорости определялось соотношением:

$$\overline{u} = \frac{\sum_{n=1}^{n=N} u^n G^n \Delta t}{\sum_{n=1}^{n=N} G^n \Delta t}, \qquad (10)$$

где G^n – мгновенный расход газа; Δt – шаг по времени; u^n – мгновенное значение параметра (скорость). Соответственно, пульсационные величины определялись соотношением:

$$u' = u - \overline{u}. \qquad (11)$$

В качестве контролируемых параметров выбирались осредненные по времени величины (10): полная температура на выходе, полное давление на выходе, расходы газа на входе/выходе.

2. Численные результаты и сравнение с экспериментом

Численные результаты расчетов получены на криволинейной адаптивной сетке (рис. 2) размерами 250 × 110 типа «H» и 2 × 130 × 20 типа «O», общая размерность сетки 32700 ячеек.

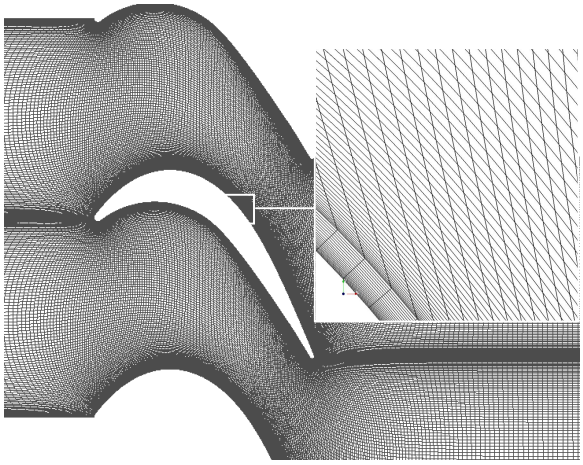


Рис. 2. Расчетная сетка (H-O)

Расчеты DNS выполнены в диапазоне чисел Маха от 0,633 до 0,939 на выходе (M_{2i}), угол на входе задавался равным 39,5° (β) от фронта лопатки. Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными проведено по потерям полного давления определяемых соотношением:

$$\delta P^* = \frac{P_1^* - P_2^*}{P_1^*}, \qquad (12)$$

где P_1^* – полное давление на входе, Па; P_2^* – полное давление на выходе, Па.

Погрешность эксперимента по потерям полного давления составляет ±5% [6] по причине очень низкого уровня потерь от 0,006 до 0,012. Результаты расчета DNS, Vt-92 и экспериментальные данные приведены на рис. 3.

Качественно результаты DNS по потерям полного давления совпадают с экспериментальными данными, а количественно совпадают с расчетами, выполненными в осредненной постановке с применением модели турбулентности Vt-92. Этот факт легко объясним, так как результаты DNS получены четвертого порядка, а картина течения перестает изменяться при наличии порядка восьмого/десятого [7]. Поэтому, анализируя, интегральные характеристики (потери полного давления) можно сделать вывод, что для четвертого порядка достаточно велика схемная вязкость, и для достижения количественного совпадения результатов расчета DNS с экспериментом необходимо повысить порядок аппроксимации производных до шестого или восьмого.

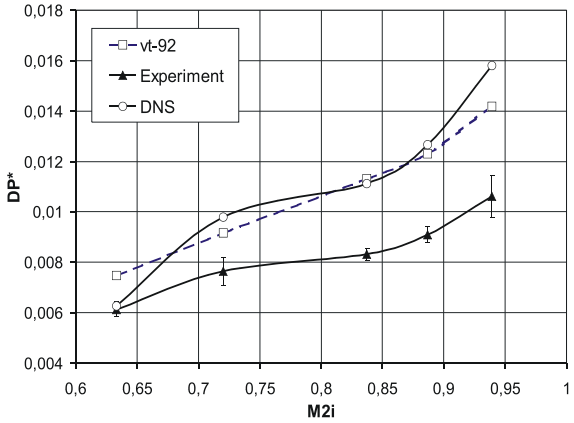


Рис. 3. Потери полного давления

Изменение нестационарных потерь полного давления по времени представлено на рис. 4. Они характеризуются высокой амплитудой, вызванной интенсивным вихреобразованием за счет кромочных и профильных потерь.

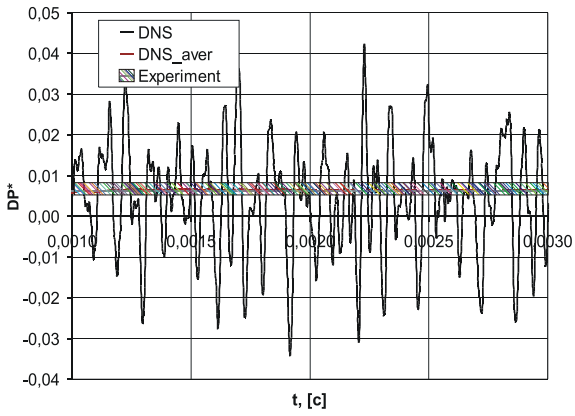
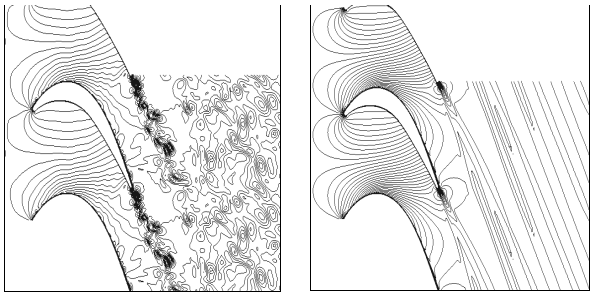


Рис. 4. Нестационарные потери полного давления (M_{2i} = 0,633)

Основной вклад вносит влияние кромочных потерь, это наглядно представлено в виде полей скорости на рис. 5.



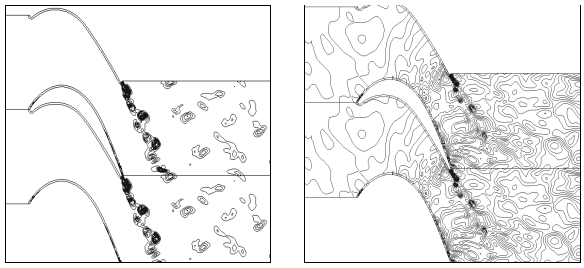
а – мгновенное поле скорости (M<1)

б – осредненное поле скорости (M<1)

Рис. 5. Поле скоростей (Re ≈ 350 000)

На рис. 5, а представлено мгновенное поле скорости при числе Маха на выходе $M_{2i} = 0{,}633$. В расчете DNS принято допущение, что пульсации основных величин (плотность, скорость, давление и энергия) на входе равны нулю, поэтому на входе в межлопаточный канал поток не возмущенный. На рис. 5, б представлено осредненное по времени поле скорости. Течение качественно совпадает с расчетами, выполненными на базе осредненных уравнений Рейнольдса для турбулентного газа. Следовательно, численно смоделировать турбулентность можно не только применяя различные модели турбулентности, но и вычисляя пульсации скорости непосредственно по ходу решения. В качестве примера на рис. 6 приведены поля кинетической энергии турбулентности и пульсаций давления. Пульсации давления наглядно показывают, каким образом происходит распространение звуковых волн, т.к. уровень звукового давления соответствует примерно 60 Па.

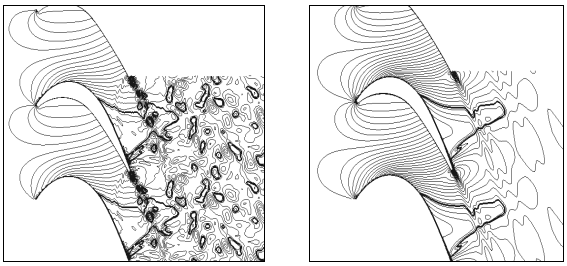
При сверхзвуковом течении в межлопаточном канале (рис. 7, а) сверхзвуковая область течения разбивается кромочным следом, и расположение границы скачка уплотнения изменяется во времени (утолщенной линией показано число Маха равное единице). Осредненная картина течения на рис. 7, б указывает на «поджатие» скачком уплотнения кромочного следа, что в основном наблюдается в результате осредненного решения (RANS).



а – мгновенное поле кинетической энергии турбулентности

б – поле пульсаций давления

Рис. 6. Результаты DNS



а – мгновенное поле скорости (M>1)

б – осредненное поле скорости (M>1)

Рис. 7. Поле скоростей (Re ≈ 518 000)

Качественное и количественное сравнение численных результатов расчета DNS с результатами расчета RANS и экспериментальными данными позволяет сделать ряд выводов:

– прямое численное моделирование системы уравнений Навье-Стокса с четвертым порядком точности позволяет получить качественно правильную картину турбулентного течения;

– при осреднении результатов DNS по времени наблюдается хорошее соответствие с результатами расчета RANS;

– результаты DNS позволяют определить акустические источники (пульсационные составляющие) в турбулентном потоке и рассчитать акустические характеристики венца, как в ближнем, так и в дальнем акустическом поле.

В дальнейшем необходимо провести сравнение результатов DNS в трехмерной постановке с экспе-

риментальными данными, т.к. картина течения в трехмерном случае может достаточно сильно отличатся от двумерного из-за возникающих в нем вторичных течений.

Заключение

Постановка численного моделирования системы уравнений Навье-Стокса в примере межлопаточного канала лопаток турбины показала, что осредненные по времени результаты расчета удовлетворительно согласуются с экспериментом в диапазоне чисел Маха на выходе из решетки от 0,633 до 0,939. Для количественного совпадения результатов расчета с экспериментом необходимо повышение порядка аппроксимации производных до шестого.

В дельнейшей работе планируется провести расчет акустических характеристик простых объектов, таких как цилиндр, сопло и сравнить с доступными экспериментальными данными.

Литература

1. Замтфорт Б.С., Майоров А.И. Методика и программа расчета шума ТРДД с глушителем на нулевом уровне проектирования // Технический отчет. – М.: ЦИАМ, 1977. – 46 с.

2. Olivari D. Advances in turbulence modeling [Text] / D. Olivari; lecture series 1998-05 // von Karman Institute for Fluid Dynamics Chaussee de Waterloo, Belgium. – 1998.

3. Андерсон Д. Вычислительная гидромеханика и теплообмен [Текст]: в 2 т. / Д. Андерсон, Дж. Таннехилл, Р. Плетчер; пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 728 с.

4. Белоцерковский О.М. Метод крупных частиц в газовой динамике [Текст] / О.М. Белоцерковский, Ю.М. Давыдов // Вычислительный эксперимент. – М.: Наука, 1982. – 352 с.

5. Старков Р.Ю. Верификация математической модели газового потока для расчета профильных потерь в межлопаточных каналах газовых турбин [Текст] / Р.Ю. Старков, Ш.А. Пиралишвили // Труды третьей российской национальной конференции по теплообмену: в 8 т. – Т. 2. Вынужденная конвекция однофазной жидкости. – М., 2002. – С. 265 – 268.

6. Sharma O.P., Kopper F.C., Knudsen L.K. [Text] // Report NASA. – 1982. – CR-165592. – 86 p.

7. Липанов А.М. Численное моделирование вязких дозвуковых потоков при числе рейнольдса 10^4 [Текст] / А.М. Липанов, Ю.Ф. Кисаров, И.Г. Ключников // Математическое моделирование. – 1997. – Т. 9, № 3. – С. 3 – 12.

Поступила в редакцию 10.06.2005

Рецензент: д-р физ.-мат. наук М. Я. Иванов, Центральный институт авиационного моторостроения им. Баранова, Москва.