УДК 532.526 : 519.6

Д.С. ЕРШОВ[1], С.В. ЕРШОВ[2], А.В. РУСАНОВ[2]

[1]Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, Украина
[2]Институт Проблем Машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины, Украина
ООО "FlowER", Украина

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ГИБРИДНЫМИ МЕТОДАМИ RANS/LES

Рассмотрена задача о численном моделировании турбулентного потока гибридными методами, которые позволяют рассчитывать напрямую наиболее крупные вихри. Выполнена запись адаптивных моделей турбулентности в единообразной форме. При помощи решателя газодинамических уравнений ***FlowER-U*** проведен расчет обтекания куба, закрепленного на пластине.

турбулентность, осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса, прямой расчет крупных вихрей, гибридные модели RANS/LES, адаптивные модели турбулентности.

Введение

Моделирование турбулентности представляет собой сложную и практически важную задачу. С одной стороны, в большинстве случаев, течения, представляющих практический интерес, являются турбулентными. С другой стороны, прямое численное решение уравнений Навье-Стокса практически невозможно на доступных компьютерах. Для учета влияния турбулентного движения на основной поток применяют модели турбулентности.

Статистические модели турбулентности [10] для уравнений RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) [1] позволяют учитывать статистическое влияние турбулентности на осредненный поток.

Для прямого расчета крупных вихрей с помощью уравнений LES (Large Eddy Simulation) [9] используют подсеточные модели турбулентности, которые моделируют вклад наиболее мелкомасштабных и универсальных по структуре пульсаций. Недостатком моделей LES являются большие вычислительные затраты.

В последнее время стали применять гибридные модели турбулентного течения [3 – 6], которые при относительно невысокой вычислительной стоимости, могут рассчитывать наиболее крупные турбулентные пульсации, моделируя вклад той турбулентности, которую невозможно разрешить сеткой.

В настоящей работе осуществлена попытка обобщения гибридных моделей и выполнено их сопоставление для простых турбулентных течений.

1. Постановка задачи

Для изучения турбулентных потоков долгое время применялись статистические методы исследования, в которых предполагается, что поля скорости, плотности и давления – случайные поля, а уравнения Навье-Стокса – стохастические дифференциальные уравнения.

Уравнения Рейнольдса (RANS) можно получить из уравнений Навье-Стокса, усреднив их статистически, тогда как уравнения LES могут быть получены подобным образом с применением операции осреднения с пространственным фильтром.

Обобщенно уравнения RANS, LES и гибридной модели можно записать в следующем виде [1, 9, 10]:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_j\right) = 0; \\ \dfrac{\partial (\rho u_i)}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_i u_j\right) = \dfrac{\partial}{\partial x_j}\left(\sigma_{ij} + \tau_{ij}\right); \\ \dfrac{\partial E}{\partial t} + \dfrac{\partial \left(E u_j\right)}{\partial x_j} = \dfrac{\partial}{\partial x_j}\left[u_i\left(\sigma_{ij} + \tau_{ij}\right) + q_j + q_j^T\right], \end{cases}$$

© Д.С. Ершов, С.В. Ершов, А.В. Русанов

где E – полная энергия единицы объема; σ_{ij} – тензор вязких напряжений; τ_{ij} – тензор турбулентных напряжений; q_j – компоненты вектора теплового потока; q_j^T – компоненты вектора турбулентного теплового потока.

Несмотря на то, что уравнения записаны в единообразной форме, способы моделирования, физический и математический смыслы дополнительных членов τ_{ij} и q_j^T различны. В случае уравнений RANS, дополнительные члены представляют собой среднестатистическое влияние турбулентности на средние характеристики полей. В уравнениях LES, дополнительные члены описывают влияние мелкомасштабных, универсальных по своей структуре пульсаций на крупномасштабное турбулентное движение. Для уравнений гибридной модели, турбулентные напряжения и тепловой поток описывают воздействие турбулентности, которую невозможно разрешить на конкретной сетке. В любом случае дополнительные члены моделируют именно ту часть турбулентного движения, которую невозможно разрешить в рамках принятой модели течения.

2. Адаптивные модели турбулентности

Все рассмотренные в настоящей работе модели турбулентности опираются на гипотезу Буссинеска, о пропорциональности турбулентного теплового потока градиенту температуры.

При построении адаптивной модели турбулентности может быть использовано два подхода. Первый из них основывается на предположении о том, что модели турбулентности для уравнений RANS описывают полностью весь спектр турбулентности и вводимая в уравнения турбулентная вязкость не допускает случайных пульсаций. Можно допустить, что уменьшение турбулентной вязкости позволит разрешить часть наиболее крупных пульсаций. Тогда, построение адаптивной модели сводится к определению функции (коэффициента латентности [3, 5]), зависящей как от разрешения разностной сетки, так и от характеристик потока, и обеспечивающей необходимое уменьшение турбулентной вязкости в соответствии с теми масштабами турбулентности, которые можно разрешить. Второй подход основывается на том, что уравнения LES и уравнения RANS имеют одну форму записи. Основная идея второго подхода заключается в том, чтобы построить функцию, которая, в зависимости от характеристик течения и от разностной сетки, обеспечивала бы переход от модели турбулентности RANS (там, где разрешение не достаточное) к подсеточной модели турбулентности (там, где обеспечивается необходимое разрешение разностной сеткой) [4, 6].

За основу при построении адаптивных моделей турбулентности в настоящей работе взяты двухпараметрическая модель турбулентности SST Ментера [8] и дифференциальная подсеточная модель Йошизавы [11]. Тогда, адаптивные модели турбулентной вязкости в обобщенном виде можно записать как:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \rho \cdot k}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x_i}\left[\rho \cdot u_i \cdot k - \left(\mu + \dfrac{\mu_T}{\hat{\sigma}_k}\right)\cdot \dfrac{\partial k}{\partial x_i}\right] = \\ = \alpha_{P_k} \cdot P_k - \alpha_{D_k} \cdot D_k; \\ \dfrac{\partial \rho \cdot \omega}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x_i}\left[\rho \cdot u_i \cdot \omega - \left(\mu + \dfrac{\mu_T}{\hat{\sigma}_\omega}\right)\cdot \dfrac{\partial \omega}{\partial x_i}\right] = \\ = \alpha_{P_\omega} \cdot P_\omega - D_\omega + 2(1-f_1)\sigma_{\omega 2}\dfrac{\rho}{\omega}\dfrac{\partial k}{\partial x_i}\dfrac{\partial \omega}{\partial x_i}, \end{cases}$$

где f_1 – смешивающая функция;

$P_k = \tau_{ij} S_{ij}$ – производство турбулентности;

$D_k = \beta^* \rho k \omega$ – разрушение турбулентности;

$P_\omega = \gamma \rho \tau_{ij} S_{ij} / \mu_T$ – производство удельной скорости диссипации;

$D_\omega = \beta \rho \omega^2$ – разрушение удельной скорости диссипации;

$\mu_T = \alpha \cdot \dfrac{\rho k/\omega}{\max[1, |S| f_2/(a_1 \omega)]}$ – коэффициент турбулентной вязкости.

Рассматриваемые в настоящей работе адаптивные модели отличаются друг от друга способом определения величин α, α_{P_k}, α_{D_k}, и α_{P_ω}. Далее приведены формулы для каждой из рассмотренных моделей:

Модели LNS [3] и FSM [5] имеют следующее представление для величины α:

$$\alpha = \frac{\min\left[C_S\Delta^2|S|, k/\omega + \delta\right]}{k/\omega + \delta}.$$

LNS:

$$\alpha_{D_k} = 1;\ \alpha_{P_k} = \alpha_{P_\omega} = \alpha.$$

FSM:

$$\alpha_{P_k} = \alpha_{P_\omega} = \alpha_{D_k} = 1.$$

Для модели BFM [4] α записывается как:

$$\alpha = \Gamma + (1-\Gamma)\mu_T^{LES}/\mu_T^{RANS},$$

где $\mu_T^{LES} = C_L\rho\Delta\sqrt{k}$ – турбулентная вязкость подсеточной модели Йошизавы;

$\Gamma = 1 - \tanh[L_T/(\beta\cdot\Delta)]^2$ – смешивающая функция между моделью SST и моделью Йошизавы;

$\alpha_{Pk} = \alpha_{P\omega} = \alpha$;

$\alpha_{Dk} = C_{DES}^{-1} L_T/\Delta + \Gamma\left(1 - C_{DES}^{-1} L_T/\Delta\right).$

3. Результаты

С использованием решателя уравнений газовой динамики ***FlowER-U*** [2] проведен численный эксперимент, в котором тестировались рассмотренные адаптивные модели. Изучалось обтекание куба, закрепленного на пластине [7], и статистически осредненные профили скорости, рассчитанные гибридными моделями турбулентного течения, сопоставлялись с данными, полученными с использованием уравнений RANS и модели турбулентности SST Ментера. Данные для осреднения собраны на промежутке времени, который был оценен по характерному временному масштабу, определенному на основании результатов численного решения уравнений RANS.

Исходные данные для расчетов приведены в табл. 1.

На рис. 1 показан профиль продольной компоненты скорости за кубом на расстоянии высоты *h* в плоскости его симметрии. Наблюдается качественное соответствие результатов, полученных по статистической модели RANS и гибридным моделям.

Таблица 1

Условия эксперимента по обтеканию куба

Рабочее тело	Воздух
Высота куба, *h*	0,01 м
Число Рейнольдса, Re	40000
Число Маха невозмущенного потока, M	0,3
Давление на входе	106440 Па
Давление на выходе	100000 Па
Температура на входе	455,7 °K
Плотность на входе	0,813 кг/м^3
Степень турбулентности на входе	0,01

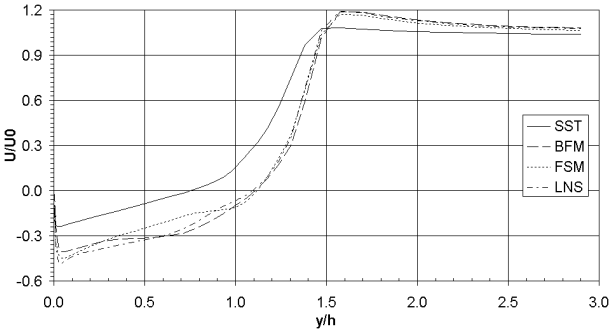

Рис. 1. Продольная компонента скорости

На рис. 2 показаны мгновенные изолинии энтропийной функции в горизонтальной плоскости, проходящей через центр куба, для различных адаптивных моделей турбулентности. Видно, что картины течений, рассчитанные по различным моделям, качественно отличаются, в то время как средние характеристики потока достаточно близки (рис. 1).

По результатам расчета обтекания куба, закрепленного на пластине, обнаружены эффекты, свидетельствующие о наличии нестационарных крупномасштабных турбулентных пульсаций:

- сход вихрей с твердых поверхностей;
- распространение, объединение и разрушение вихрей в свободном потоке;
- нестационарная, квазипериодическая картина течения при отсутствии внешних источников нестационарности.

Заключение

Рассмотрены проблемы гибридного RANS/LES моделирования турбулентных течений. Проведены расчеты турбулентного обтекания куба, стоящего на пластине. Получены обнадеживающие результаты, демонстрирующие возможность качественного описания крупномасштабной турбулентности с помощью рассматриваемого подхода. Для оценки количественной точности гибридных моделей требуются дальнейшие исследования.

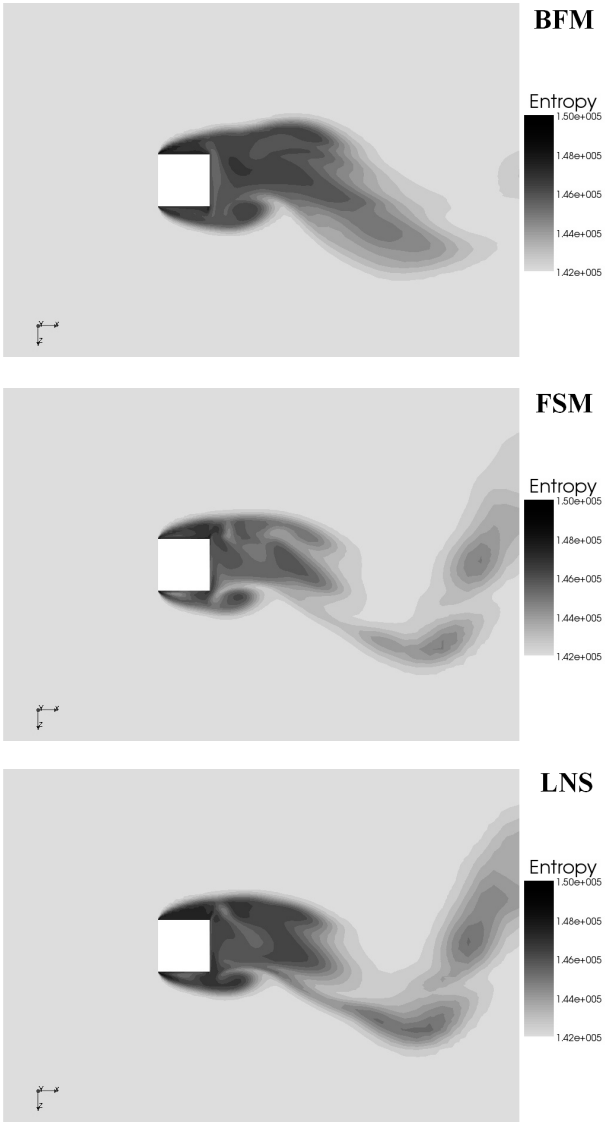

Рис. 2. Мгновенные изолинии энтропийной функции при турбулентном обтекании куба

Литература

1. Лапин Ю.В.; Стрелец М.Х. Внутренние течения газовых смесей. – М.: Наука, 1989. – 368 с.

2. Русанов А.В., Ершов С.В. Метод расчета трехмерных турбулентных течений в проточных частях произвольной формы // Совершенствование турбоустановок методами математического и физического моделирования. Сборник научных трудов. ИПМаш НАН Украины. – 2003. – 1. – С. 132 – 136.

3. Batten P., Goldberg U., Chakravarthy S. LNS – an approach towards embedded LES // AIAA Pap. – 2002. – № 02-0427. – 10 p.

4. Fan T., Xiao X., Edwards J., Hassan H. Hybrid LES/RANS simulations of a mach 3 shock wave / boundary layer interaction // AIAA Pap. – 2003. – № 03-0080. – 12 p.

5. Fasel H., Seidel J., Wernz S. A Methodology for simulations of complex turbulent flows // Transaction ASME. J. Fluids Engineering. – 2002. – 124, № 4. – P. 933 – 942.

6. Forsythe J., Hoffmann K., Cummings R., Squires K. Detachet-eddy simulation with compressibility corrections applied to a supersonic axisymmetric base flow // Transaction ASME. J. Fluids Engineering. – 2002. – 124, № 4. – P. 911 – 923.

7. Martinuzzi, R., Tropea, C. The flow around surface-mounted, prismatic obstacles placed in a fully developed channel flow // Transaction ASME. J. Fluids Engineering. – 1993. – 115, № 1. – P. 85 – 95.

8. Menter F. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // AIAA J. – 1994. – 32, № 8. – P. 1598 – 1605.

9. Pope S. Turbulent flows. – Cambridge University Press. – 2003. – 771 p.

10. Wilcox D. Turbulence modeling for CFD. – DCW Industries. – 2004. – 540 p.

11. Yoshizava A. Statistical theory for compressible turbulent shear flows with application to subgrid modeling // Phys. Fluids. – 1986. – 29. – P. 2152 – 2164.

Поступила в редакцию 1.06.2005

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.Л. Шубенко, Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины, Харьков.