

УДК 528.2:629.78

Э.Н. Хомяков¹, В.Н. Медведев¹, Е.Э. Наумова²

¹*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»*

²*Харьковский институт экономики и бизнеса, Украина*

**СОВМЕСТНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ВЕКТОРА СОСТОЯНИЯ
НЕПОДВИЖНОГО ПОТРЕБИТЕЛЯ
И ЗЕНИТНОЙ ТРОПОСФЕРНОЙ ЗАДЕРЖКИ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СИГНАЛОВ НАВИГАЦИОННЫХ
КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ GPS**

Рассмотрена задача оценки расширенного вектора состояния неподвижного потребителя. Безионосферные комбинации псевдодальностей и псевдоскоростей используются как входные данные. Фильтр Калмана применяется для оценок трех координат, частотных и временных смещений, зенитной тропосферной задержки сигналов. Приведены результаты имитационного моделирования синтезированного алгоритма обработки данных.

навигационные космические аппараты, расширенный вектор состояния потребителя, зенитная тропосферная задержка сигналов, фильтр Калмана

Введение

В типовой аппаратуре потребителей решается задача оценки вектора состояния, который обычно включает три координаты, три составляющие вектора скорости и частотно-временные расхождения. Для неподвижного потребителя размерность вектора состояния равна пяти, поскольку компоненты вектора скорости в гринвичской системе координат известны и равны нулю и их можно исключить из обработки.

С целью ослабления влияния медленноменяющихся атмосферных погрешностей измерения псевдодальностей и псевдоскоростей, обусловленных тропосферной и ионосферной рефракцией, применяется дифференциальный режим функционирования спутниковой радионавигационной системы [1]. В одночастотных приемниках применяется также коррекция атмосферных погрешностей на основе их математических моделей [2]. В двухчастотных приемниках имеется возможность устранить эффект ионо-

сферной рефракции и обрабатывать так называемые безионосферные комбинации псевдодальностей и псевдоскоростей. При этом тропосферные погрешности остаются.

Представляет интерес задача оценки расширенного вектора состояния неподвижного потребителя с включением в состав этого вектора зенитной тропосферной задержки сигналов. Для анализа полных и среднеквадратических погрешностей оценок расширенного вектора состояния неподвижного потребителя необходимо разработать имитационную модель системы и соответствующий пакет прикладных программ.

1. Математическая постановка задачи и метод решения

Рассмотрим безионосферные комбинации кодовых псевдодальностей \tilde{D}_{kj} и фазовых псевдоскоростей $\dot{\tilde{D}}_{kj}$ в качестве измеряемых функций

$$\tilde{D}_{kj} = D_{kj} + c \cdot \delta T_k - c \cdot \delta T_{sjk} + \delta D_{tr\,jk}; \quad (1)$$

$$\dot{\tilde{D}}_{kj} = \dot{D}_{kj} + c \cdot \frac{\delta f_k}{f_0} - c \cdot \frac{\delta f_{sjk}}{f_0} + \delta \dot{D}_{tr\,jk}, \quad (2)$$

где D_{kj} – геометрическая дальность относительно навигационного космического аппарата с номером j на момент времени t_k по шкале приемника; $\dot{\tilde{D}}_{kj}$ – радиальная скорость; $\delta T_k, \delta T_{sjk}$ – погрешности шкал времени приемника и навигационного космического аппарата соответственно; $\delta f_k, \delta f_{sjk}$ – погрешности частоты опорных генераторов приемника и навигационного космического аппарата соответственно; f_0 – номинальная частота опорных генераторов; $k = 1, 2, \dots, M$ – дискретное время.

Тропосферные погрешности определяются соотношениями:

$$\begin{aligned} \delta D_{tr\,jk} &= m_{jk} \cdot \delta D_0; \\ \delta \dot{D}_{tr\,jk} &= \dot{m}_{jk} \cdot \delta D_0, \end{aligned} \quad (3)$$

где δD_0 – зенитная тропосферная задержка сигналов; m_{jk} – «проектирующая функция», зависящая главным образом от угла β_{jk} возвышения

навигационного космического аппарата над плоскостью местного горизонта,

$$\dot{m}_{jk} = \left. \frac{d}{dt} m_j(t) \right|_{t_k}. \quad (4)$$

Если $\beta_{jk} \geq 10^\circ$, то:

$$\begin{aligned} m_{jk} &= \frac{1}{\sin \beta_{jk}}; \\ \dot{m}_{jk} &= -\frac{\sin \dot{\beta}_{jk}}{\sin^2 \beta_{jk}}. \end{aligned} \quad (5)$$

При более низких углах возвышения навигационных космических аппаратов над горизонтом используют «проектирующую функцию» Марини-Дэвиса [3].

При наличии N навигационных космических аппаратов имеем вектор наблюдаемых функций

$$\vec{u}_k = \vec{R}_k(\vec{\lambda}_k, \vec{\lambda}_{sk}) + \overset{\circ}{\vec{n}}_k, \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \vec{R}_k^T &= \{ \tilde{D}_{k1}, \dot{\tilde{D}}_{k1}, \dots, \tilde{D}_{kN}, \dot{\tilde{D}}_{kN} \}; \\ \vec{\lambda}_k^T &= \{ x, y, z, \delta T_k, \delta f_k, \delta D_0 \}; \end{aligned}$$

$\vec{\lambda}_{sk}$ – блочный вектор состояния навигационных космических аппаратов;

$\overset{\circ}{\vec{n}}_k$ – вектор случайных погрешностей наблюдений с характеристиками

$$\left\langle \overset{\circ}{\vec{n}}_k \right\rangle = \vec{0}; \quad \left\langle \overset{\circ}{\vec{n}}_k \cdot \overset{\circ}{\vec{n}}_k^T \right\rangle = \underline{N}_k; \quad \left\langle \overset{\circ}{\vec{n}}_k \cdot \overset{\circ}{\vec{n}}_l^T \right\rangle = \underline{0} \quad \text{при } l \neq k. \quad (7)$$

Матрица \underline{N}_k как правило диагональная. Для сравнительно коротких интервалов времени наблюдения погрешности $\overset{\circ}{\vec{n}}_k$ можно полагать стационарными.

Для оценки расширенного вектора состояния неподвижного потребителя можно использовать алгоритм фильтра Калмана.

Система стохастических разностных уравнений для расширенного вектора состояния имеет вид [4]:

$$\begin{cases} x_k = x_{k-1}; \\ y_k = y_{k-1}; \\ z_k = z_{k-1}; \\ \delta T_k = \delta T_{k-1} + \frac{1-\rho}{\alpha \cdot f_0} \cdot \delta f_{k-1} + \eta_{Tk}; \\ \delta f_k = \rho \cdot \delta f_{k-1} + \eta_{fk}; \\ \delta D_{0k} = \delta D_{0k-1}, \end{cases} \quad (8)$$

где α – ширина энергетического спектра частотных флуктуаций;

$$\begin{aligned} \rho &= \exp\{-\alpha \cdot \Delta t\}; \\ \Delta t &= t_k - t_{k-1}; \end{aligned} \quad (9)$$

вектор $\bar{\eta}_k^T = \{0, 0, 0, \eta_{Tk}, \eta_{fk}\}$ имеет нулевое математическое ожидание и характеризуется дисперсионно-ковариационной матрицей Θ_{η} размерностью (6*6), все элементы которой равны нулю за исключением элементов $\Theta_{44}, \Theta_{55}, \Theta_{45} = \Theta_{54}$, определяемых соотношениями [4]:

$$\Theta_{44} = \sigma_f^2 \frac{2 \cdot \alpha \cdot \Delta t + 4 \cdot \rho - \rho^2 - 3}{\alpha^2 \cdot f_0^2}; \quad (10)$$

$$\Theta_{45} = \Theta_{54} = \sigma_f^2 \frac{(1-\rho)^2}{\alpha \cdot f_0}; \quad (11)$$

$$\Theta_{55} = \sigma_f^2 \cdot (1-\rho^2); \quad (12)$$

σ_f^2 – дисперсия частотных флуктуаций. Для системы уравнений (8) начальное условие $\bar{\lambda}_0$ определяется по массиву \bar{u}_0 методом максимального правдоподобия с использованием итерационной процедуры.

Используемая здесь модель поведения шкалы времени и частоты аппаратуры потребителя достаточно хорошо соответствует реальным процессам на небольших отрезках времени наблюдения.

2. Краткая характеристика имитационной модели системы совместного оценивания вектора состояния неподвижного потребителя и зенитной тропосферной задержки сигналов

Имитационная модель системы включает следующие элементы:

- модуль расчета эфемерид навигационных космических аппаратов на заданный интервал времени наблюдения по альманаху параметров орбит;
- модуль расчета геометрических дальностей и скоростей;
- модуль расчета псевдодальностей и псевдоскоростей с использованием процедуры формирования частотно-временных расхождений с заданными параметрами $\alpha, \rho, \sigma_f^2, \Delta T_0, \Delta f_0$;
- модуль формирования случайных погрешностей с заданными характеристиками $\sigma_D, \sigma_{\dot{D}}$;
- модуль расчета тропосферных погрешностей измерения псевдодальностей и псевдоскоростей;
- модуль фильтра Калмана;
- модуль расчета полных погрешностей оценок расширенного вектора состояния неподвижного потребителя.

Для расчета тропосферной погрешности измерения псевдодальностей использована экспоненциальная модель высотного профиля индекса тропосферной рефракции

$$\delta N(h) = \delta N_0 \cdot \exp\left\{-\frac{h}{h_T}\right\}, \quad (13)$$

где δN_0 – приземное значение индекса тропосферной рефракции;

h_T – эффективная высота тропосферы.

Величина δN_0 определяется выражением [1]

$$\delta N_0 = \frac{77,64}{T^\circ} p - \frac{12,96}{T^\circ} p_e + \frac{3,718 \cdot 10^5}{T^{\circ 2}} p_e^2, \quad (14)$$

причем T° – температура в градусах Кельвина; p, p_e – давление воздуха и водяного пара в миллибарах.

Модельное значение зенитной тропосферной задержки сигналов в метрах определяется выражением

$$\delta D_0 = 10^{-3} \int_0^{\infty} \delta N(h) \cdot dh = 10^{-3} \delta N_0 \cdot h_T \quad (15)$$

Алгоритм фильтра Калмана реализует соотношение

$$\tilde{\lambda}_k = \bar{\lambda}_k^* + \underline{H}_k \cdot \left\{ \bar{u}_k - \bar{R}_k \left(\bar{\lambda}_k^*, \bar{\lambda}_{sk} \right) \right\}, \quad (16)$$

где

$$\bar{\lambda}_k^* = \underline{\Phi} \cdot \tilde{\lambda}_{k-1}, \quad k = 1, 2, \dots, M; \quad \tilde{\lambda}_0 = \hat{\lambda}_0; \quad (17)$$

$$\underline{H}_k = \tilde{\Sigma}_k \cdot \underline{C}_k^T \cdot \underline{N}_k^{-1}; \quad \underline{C}_k = \left. \frac{\partial \bar{R}_k}{\partial \lambda_k} \right|_{\bar{\lambda}_k^*}; \quad (18)$$

$$\tilde{\Sigma}_k = \left[\tilde{\Sigma}_k^{*-1} + \underline{C}_k^T \cdot \underline{N}_k^{-1} \cdot \underline{C}_k \right]^{-1}; \quad (19)$$

$$\tilde{\Sigma}_k^* = \underline{\Phi} \cdot \tilde{\Sigma}_{k-1} \cdot \underline{\Phi}^T + \underline{\Theta}_\eta; \quad \tilde{\Sigma}_0 = \left[\underline{C}_0^T \cdot \underline{N}_0^{-1} \cdot \underline{C}_0 \right]^{-1}. \quad (20)$$

Переходная матрица $\underline{\Phi}$ для системы уравнений (8) имеет размерность 6×6 , причем

$$\Phi_{11} = \Phi_{22} = \Phi_{33} = \Phi_{44} = \Phi_{66} = 1; \quad \Phi_{55} = \rho; \quad \Phi_{45} = \frac{1 - \rho}{\alpha \cdot f_0}. \quad (21)$$

Все остальные элементы этой матрицы равны нулю.

3. Исходные данные и результаты моделирования

Для моделирования выбран сеанс 30.03.2005 с 08:00:00 до 08:05:00 UTC с дискретностью 1 сек. Навигационная обстановка в районе Харькова на 08:00:00 представлена на рис. 1.

Для расчета тропосферной погрешности использованы параметры:

$$t = 5^\circ \text{C}; \quad p = 101050 \text{ Па}; \quad \text{HM} = 58\%; \quad h_T = 7 \text{ км}.$$

В этих условиях имеем:

$$p_\theta = 506,1 \text{ Па}, \quad \delta N_0 = 306,3; \quad \delta D_0 = 2,144 \text{ м}.$$

При моделировании поведения шкалы времени и частоты генератора аппаратуры потребителя использованы параметры:

$$\alpha = 0,21; \sigma_f^2 = 0,37 \text{ Гц}^2;$$
$$\delta T_0 = 0,001 \text{ с}; \delta f_0 = 0,5 \text{ Гц}.$$

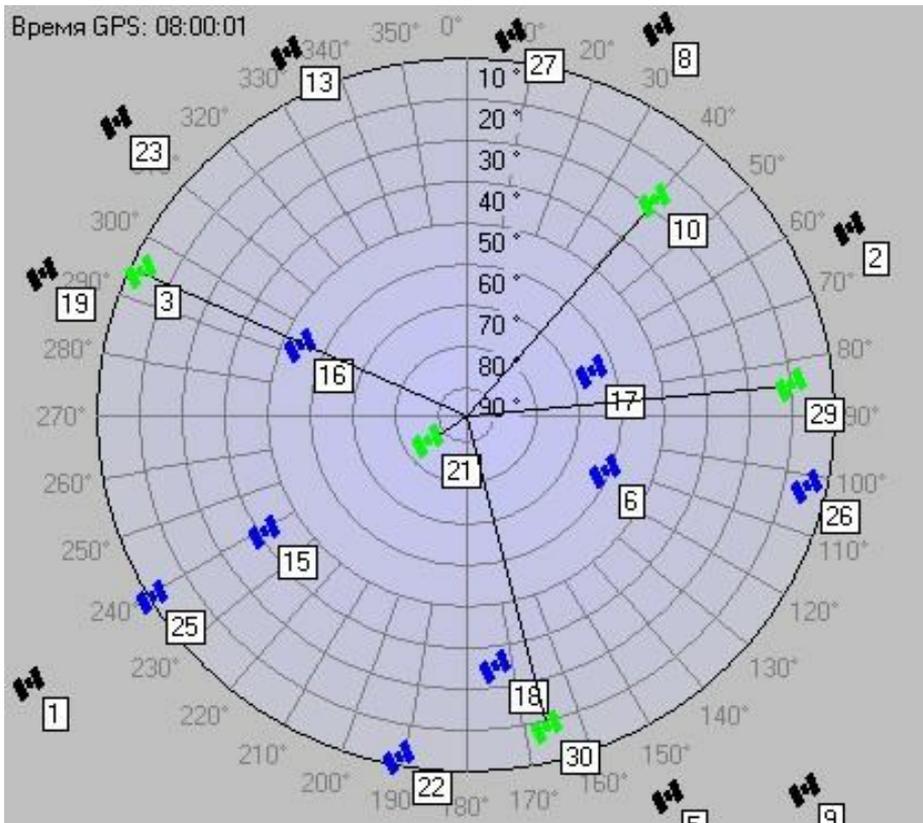


Рис. 1. Навигационная обстановка в сеансе связи

На момент времени $t_M = 08:05:00$ тропосферные погрешности измерения псевдодальностей оказались равными:

- 2,17 м для НКА № 21;
- 7,06 м для НКА № 10;
- 10,29 м для НКА № 29;
- 17,32 м для НКА № 30;
- 25,38 м для НКА № 3.

Полные и среднеквадратические погрешности оценок расширенного вектора состояния неподвижного потребителя на этот же момент времени были равны:

$$\begin{aligned}\Delta x &= -0,0028 \text{ м}; \sigma_x = 0,023 \text{ м}; \Delta y = -0,0083 \text{ м}; \sigma_y = 0,0535 \text{ м}; \\ \Delta z &= -0,0081 \text{ м}; \sigma_z = 0,0549 \text{ м}; \Delta\delta_{D_0} = 0,001 \text{ м}; \sigma_{D_0} = 0,063 \text{ м}; \\ \Delta\delta_T &= -0,09 \text{ нс}; \sigma_{\delta_T} = 0,28 \text{ нс}; \Delta\delta_f = -0,016 \text{ Гц}; \sigma_{\delta_f} = 0,0234 \text{ Гц}.\end{aligned}$$

Оценка эффективной высоты тропосферы равна 7,0033 км.

Полная погрешность данной оценки равна 3,3 м.

Среднеквадратическая погрешность оценки эффективной высоты тропосферы оказалась равной 20,7 м.

На рис. 2 – 4 приведены полные погрешности оценок координат X, Y, Z. На рис. 5 представлена зависимость от времени оценки зенитной тропосферной задержки в метрах.

Рис. 6 иллюстрирует зависимость от времени оценки эффективной высоты тропосферы в километрах, а на рис. 7 приведена полная погрешность оценки расхождения шкалы времени потребителя от системного времени.

Следует заметить, что попытка оценить расширенный вектор состояния неподвижного потребителя при работе по четырем навигационным космическим аппаратам оказалась неудачной. Оценки расходились. Хорошие результаты имели место при наличии пяти и более навигационных космических аппаратов в зоне видимости потребителя.

Заключение

Представленный алгоритм совместного оценивания вектора состояния неподвижного потребителя и зенитной тропосферной задержки сигналов навигационных КА GPS по наблюдениям псевдодальностей и псевдоскоростей расширяет возможности типовой аппаратуры потребителей, позволяя частично решать задачу оперативной диагностики тропосферной рефракции.

Разработанная имитационная модель позволяет изучить возможности синтезированного алгоритма в различных условиях обстановки, исследовать влияние различных факторов на точность результата обработки.



Рис. 2. Полная погрешность оценки X



Рис. 3. Полная погрешность оценки Y



Рис. 4. Полная погрешность оценки Z

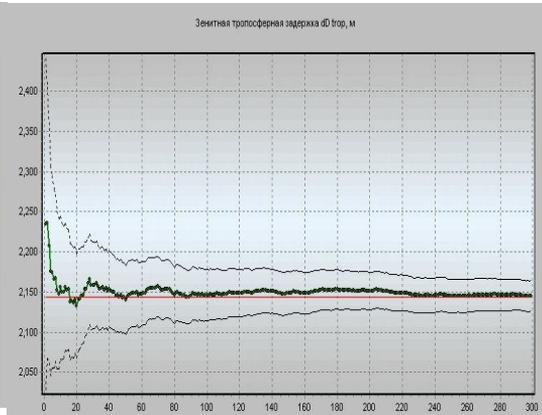


Рис. 5. Оценка зенитной тропосферной задержки

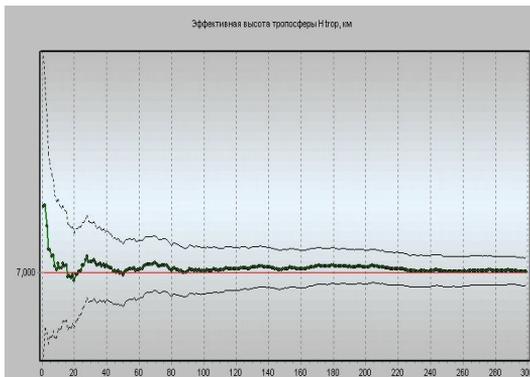


Рис. 6. Оценка эффективной высоты тропосферы времени потребления

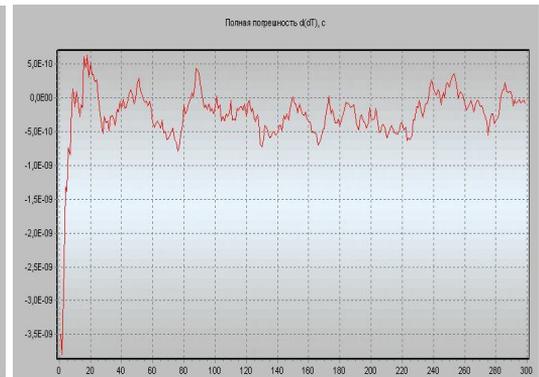


Рис. 7. Полная погрешность смещения шкалы

Судя по результатам моделирования полученная точность оценок координат, частотно-временных расхождений, зенитной тропосферной задержки приемлема для приложений, связанных с мониторингом окружающей среды, в том числе тропосферы. Для экспоненциальной модели высотного профиля показателя преломления в тропосфере при известном приземном значении индекса тропосферной рефракции оценка эффективной высоты тропосферы может оказаться полезной для определения состояния «средней» тропосферы в данный момент времени в данном регионе.

В настоящее время проводятся исследования предложенного алгоритма оценивания расширенного вектора состояния неподвижного потребителя с использованием экспериментальных двухчастотных кодовых измерений псевдодальностей без измерений псевдоскоростей. Предварительные результаты показывают принципиальную возможность оценки координат и зенитной тропосферной задержки сигналов при работе с избыточным количеством навигационных космических аппаратов. Фактически имеет место автокоррекция как тропосферной, так и ионосферной погрешностей измерения псевдодальностей.

Литература

1. Гофманн-Велленгоф Б., Ліхтенеггер Г., Коллінз Д. Глобальна система визначення місцеположення (GPS). Теорія і практика. – К: Наук. думка, 1995. – 332 с.
2. Прокопов А.В. Методы учета влияния земной атмосферы в космической геодезии и навигации / Космічна наука і технологія. – 2001. – Т. 7. – № 4. – С. 57 – 62.
3. Davis J.L., Herring T.A., Shapiro I.I., Rogers A.E.E., Elgered G.. Geodesy by radiointerferometry: Effect of atmospheric modeling errors on estimates of baseline length // Radio Science. – 1985. – Vol. 20, n. 6. – P. 1593 – 1607.
4. Хомяков Э.Н., Наумова Е.Э., Шаповалов С.Г., Трикоз Д.В. Спутниковые системы координатно-временного обеспечения неподвижных потребителей. – Х.: Нац. аэрокосмический ун-т «ХАИ», 2000. – 109 с.

Поступила в редакцию 14.04.2005