

УДК.519.654:620.178.16(045)

Н.А. ХОДАК, О.А. ВИШНЕВСКИЙ, А.С. ДАВЫДОВ

Национальный авиационный университет, Киев, Украина

АППРОКСИМАЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ УСОВЕРШЕНСТВОВАННЫМ НЕТРАДИЦИОННЫМ МЕТОДОМ ПОВЫШЕННОЙ ТОЧНОСТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОГРАММНО-КОМПЬЮТЕРНЫХ СРЕДСТВ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Рассматриваются вопросы процесса обработки экспериментальных данных по зависимостям абразивного износа поверхностей конструкционных материалов вертолетных авиационных газотурбинных двигателей (ГТД) и их покрытий при нежестко закреплённых абразивных частичках и предлагается усовершенствованный нетрадиционный метод их аппроксимации повышенной точности с использованием современных программно-компьютерных средств его моделирования.

аппроксимация экспериментальных зависимостей, нетрадиционный метод, блок-схема, алгоритм, программная реализация, программно-компьютерные средства моделирования

Введение

Абразивное изнашивание газоздушного тракта, в особенности на вертолетных газотурбинных двигателях (ГТД), изменяет геометрические характеристики поперечных сечений лопаток, и это в свою очередь приводит к изменениям силовых факторов, которые действуют на лопатки компрессоров и турбин ГТД и обуславливают параметры растяжения, сгибания и кручения лопаток в рабочем состоянии. Определение напряжений, которые действуют на лопатку при всех этих видах нагрузок, как известно, связано с вычислением величин силовых параметров и геометрических характеристик поперечных сечений лопаток, которые постепенно изменяются в процессе эксплуатации от действия абразивного изнашивания.

Для проведения сравнительного анализа материала на износостойкость необходимо иметь достоверные данные из аппроксимации зависимостей абразивного изнашивания поверхностей соответствующих сплавов и конструкционных материалов и их покрытий в зависимости от пути трения, размеров абразивных частичек и величины силы их взаимодействия с поверхностями деталей.

Повышение точности аппроксимации экспериментальных зависимостей является неотъемлемой составной процесса обработки результатов научных исследований. Более точная аппроксимирующая функция разрешает предусмотреть результаты абразивного износа поверхностей материалов с большей достоверностью. Абразивный износ элементов авиационных конструкций, деталей узлов трения автомобилей, деталей сельскохозяйственных, строительных, горных и других машин играет важную роль в определении долговечности и эффективности этих машин и механизмов. В связи с этим возникает необходимость разработки ускоренных методик и критериев оценки процессов изнашивания материалов и их покрытий, определения вида аппроксимирующих функций экспериментальных зависимостей на ранних стадиях с целью прогнозирования и определения сравнительных характеристик их механических свойств и показателей, а также всестороннего исследования на основе использования математических методов моделирования процессов абразивного изнашивания поверхностей деталей в реальном времени.

Обзор публикаций и анализ нерешенных проблем. Непосредственно вопросами моделирования и аппроксимации экспериментальных зависимостей

процессов абразивного износа разных материалов занимались наиболее известные ведущие специалисты в области трения и износа [1 – 8 и др.]. Однако полученные ими результаты включают ограниченное число характерных параметров, которые влияют на износостойкость, являются достаточно громоздкими и не дают необходимого удобства в широком применении при создании универсальной и обобщенной модели процесса изнашивания, не обеспечивают высокую точность аппроксимации экспериментальных зависимостей при определении сплавов и конструкционных материалов на их абразивную износостойкость при нежестко закрепленных абразивных частичках. В данной работе, которую следует рассматривать как продолжение работы [9], предлагается автоматизировать процесс обработки экспериментальных зависимостей с использованием программно-компьютерных методов моделирования, которые облегчают процесс определения оптимального вида аппроксимирующих функций экспериментальных зависимостей абразивного износа и значительно повышают точность их аппроксимации, что, в свою очередь, дает возможность поднять качество прогнозирования износостойкости материалов и покрытий при разных условиях эксплуатации элементов конструкций на ранних стадиях износа, а также проводить сравнительный анализ материалов на абразивную износостойкость в реальном времени.

Результаты исследований

Для проверки метода были проведены испытания ряда материалов на абразивную износостойкость на машине трения Бринеля [9].

Для инженерной практики необходимо прогнозировать величину износа как при действии абразивных частичек разной твердости и размеров, так и при изменении скорости их перемещения по поверхности материалов, а также от длины пути трения и усилий взаимодействия частичек с поверхно-

стью материалов. На рис. 1 показаны экспериментальные зависимости весового износа от длины пути трения для двух материалов, отличающихся своей твердостью. Приведенные экспериментальные зависимости получены при условиях стандартной нагрузки ($P_0 = 44,1\text{Н}$) в соответствии с ГОСТ 23.208-79 и размерами абразивных частичек SiO_2 160-200 мкм.

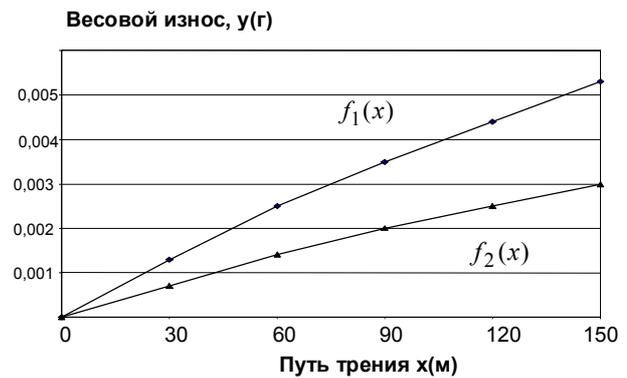


Рис. 1. Экспериментальные зависимости весового абразивного износа поверхностей материалов от величины пути трения для сплава ВТ22 и стали 30ХГСА нормализованной

На рис. 1 график $f_1(x)$ соответствует титановому сплаву ВТ22, а график $f_2(x)$ – стали 30ХГСА нормализованной.

Соотношения между величиной весового абразивного износа исследуемых материалов подтверждаются соответствующими значениями их твердости, приведенными в табл. 1 (измерения твердости проводились на приборе ТШ-2Г).

Таблица 1
Значения твердости исследуемых материалов

Марка	Состояние	НВ(d)	НВ
ВТ22	Отожженный	1,82	271
30 ХГСА	Нормализованная	2,05	217

Для нахождения оптимальных компонент аппроксимирующих функций, представленных экспериментальных зависимостей на рис. 1, рассмотрим усовершенствованный нами способ, который значительно повышает точность аппроксимации и выбора вида эмпирической зависимости. Для этого рассмотрим особый класс монотонных двухпараметрических функций $f(x, a, b)$. Пусть эти функции будут

определены одним из следующих уравнений:

$$y = (ax^p + b)^{1/q}, \text{ если } p \neq 0, q \neq 0; \quad (1)$$

$$y = (a \ln x + b)^{1/q}, \text{ если } q \neq 0; \quad (2)$$

$$y = e^{ax^p} + b, \text{ если } p \neq 0; \quad (3)$$

$$y = bx^q. \quad (4)$$

Как видно, функции (1 – 4) объединены по форме в один класс. Обобщенные средние от положительных величин z_1, z_2, \dots, z_n определим как

$$M_z(t) = \left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n z_k^t \right)^{1/t}. \quad (5)$$

Для определения среднего гармоничного (среднего порядка -1) формула имеет вид

$$H_z = \left(\frac{1}{n} \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \dots + \frac{1}{z_n} \right) \right)^{-1} = M_z(-1), \quad (6)$$

а для среднего геометрического (порядка 0) – вид

$$G_z = (z_1 \cdot z_2 \cdot \dots \cdot z_n)^{1/n} = \lim_{t \rightarrow 0} M_z(t) = M_z(0). \quad (7)$$

Соответственно формулы для вычисления значений среднего арифметического имеют вид

$$A_z = \frac{z_1 + z_2 + \dots + z_n}{n} = M_z(1), \quad (8)$$

а для вычисления среднего квадратичного (порядка 2):

$$S_z = \sqrt{\frac{z_1^2 + z_2^2 + \dots + z_n^2}{n}} = M_z(2). \quad (9)$$

Рассмотрим следующие классы средних величин: среднее порядка 3 и определяемое

$$K_z = \sqrt[3]{\frac{z_1^3 + z_2^3 + \dots + z_n^3}{n}} = M_z(3). \quad (10)$$

При $t = -2$ имеем среднее порядка -2 и определяемое

$$F_z = \left(\frac{1}{n} \left(\frac{1}{z_1^2} + \frac{1}{z_2^2} + \dots + \frac{1}{z_n^2} \right) \right)^{-1/2} = M_z(-2). \quad (11)$$

При этом выполняются соотношения между выше определенными средними положительных величин по формулам (6 – 11):

$$\min z \leq F_z \leq H_z \leq G_z \leq A_z \leq S_z \leq K_z \leq \max z.$$

Определим основное свойство класса функций (1 – 4), которое состоит в равенстве значения функции от обобщенного среднего от p обобщенному среднему от q :

$$f(M_x(p)) = M_y(q).$$

Для функции $y = bx^q$ p и q возьмем равными нулю. Получим $f(M_x(0)) = M_y(0)$.

Аналогично можно показать, что $f(G_x) = G_y$.

Рассмотрим данный класс функций со сменными p и q , которые будут принимать значение -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4, а потом определим 27 разных функций, которые часто используются в инженерной практике при моделировании различных процессов. Виды предложенных нами функций взяты из работ [9, 10] и сведены в табл. 2.

Для определения оптимального вида аппроксимирующей зависимости надо отметить параметры p и q на рис. 2 и средние $F_x, H_x, G_x, A_x, S_x, K_x, F_y, H_y, G_y, A_y, S_y, K_y$.

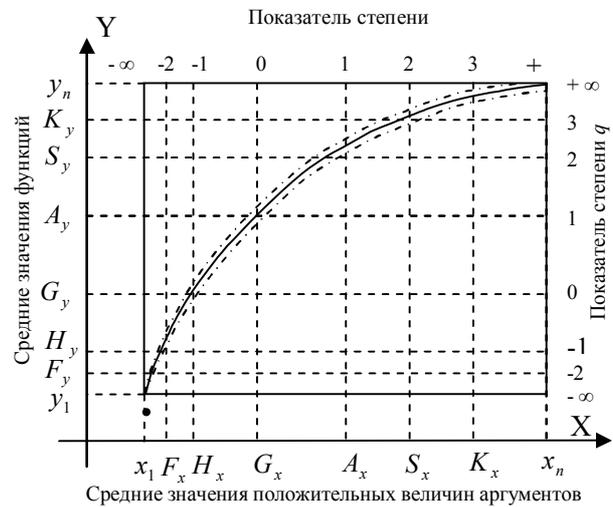


Рис. 2. Алгоритм нахождения оптимальной аппроксимирующей функции

После этого на соответствующих координатных осях надо провести через них прямые линии, параллельные осям. Эти линии пересекутся в тридцати шести точках, каждая из которых отвечает одной из приведенных в табл. 2 функций.

Таблица 2
Виды предложенных функций

№	$y = f(x, a, b)$	p	q	$M_x(p)$	$M_y(q)$
1	$ax + b$	1	1	A_x	A_y
2	ba^x	1	0	A_x	G_y
3	$1/(ax + b)$	1	-1	A_x	H_y
4	$a \ln x + b$	0	1	G_x	A_y
5	$b + a/x$	-1	1	H_x	A_y
6	bx^a	0	0	G_x	G_y
7	$x/(bx + a)$	-	-1	H_x	H_y
8	$ba^{1/x}$	-1	0	H_x	G_y
9	$1/(a \ln x + b)$	0	-1	G_x	H_y
10	$ax^2 + b$	2	1	S_x	A_y
11	ba^{x^2}	2	0	S_x	G_y
12	$1/(ax^2 + b)$	2	-1	S_x	H_y
13	$\sqrt{ax^2 + b}$	2	2	S_x	S_y
14	$\sqrt{ax + b}$	1	2	A_x	S_y
15	$\sqrt{a \ln x + b}$	0	2	G_x	S_y
16	$\sqrt{\frac{a}{x} + b}$	-1	2	H_x	S_y
17	e^{ax+b}	1	0	A_x	G_y
18	e^{ax^2+b}	2	0	S_x	G_y
19	$\sqrt[3]{ax^2 + b}$	2	3	S_x	K_y
20	$\sqrt[3]{ax + b}$	1	3	A_x	K_y
21	$\sqrt[3]{a \ln x + b}$	0	3	G_x	K_y
22	$\sqrt[3]{\frac{a}{x} + b}$	-1	3	H_x	K_y
23	$ax^3 + b$	3	1	K_x	A_y
24	e^{ax^3+b}	3	0	K_x	G_y
25	$\sqrt[3]{\frac{a}{x^2} + b}$	-2	3	F_x	K_y
26	$\sqrt[4]{ax^3 + b}$	3	4	K_x	Q_y
27	$\sqrt{ax^3 + b}$	3	2	K_x	S_y

По приведенному алгоритму определим компоненты аппроксимации экспериментальной зависимости абразивного износа поверхности титанового сплава ВТ22, показанной в виде графика функций $f_1(x)$ на рис. 1. Найдем $A_x, A_y, G_x, G_y, S_x, S_y, K_x,$

K_y, Q_x, Q_y и нанесем полученные значения на оси OX и OY на рис. 3. Построим график экспериментальной зависимости $f_1(x)$ на рис. 3.

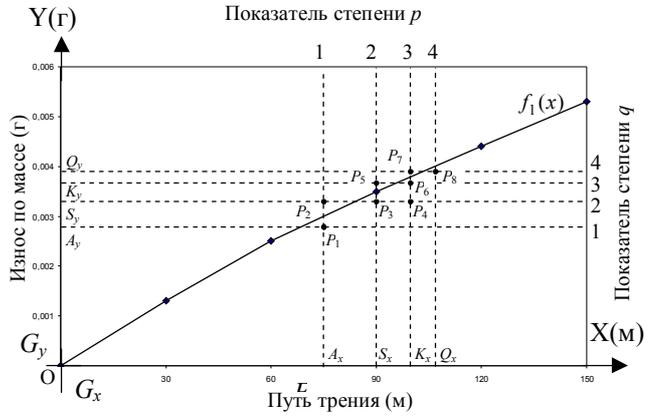


Рис. 3. Метод нахождения оптимальных компонент аппроксимирующих функций на основании экспериментальных зависимостей

Находим точки пересечения прямых:
 $x = G_x, x = S_x, x = K_x, x = Q_x, y = G_y, y = S_y,$
 $y = K_y, y = Q_y.$

Среди шестнадцати точек пересечения этих прямых определяем точки, ближайšie к графику экспериментальной зависимости $f_1(x)$: $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7, P_8$. По табл. 2 определяем оптимальные компоненты аппроксимирующей функции. Точки P_1, P_3, P_6, P_8 соответствуют оптимальной компоненте x . Точкам P_2, P_4, P_5, P_7 соответствуют компоненты $x^{1/2}, x^{3/2}, x^{2/3}, x^{3/4}$.

При реализации данного метода для условия

$$data := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 30 & 0,0013 \\ 60 & 0,0025 \\ 90 & 0,0035 \\ 120 & 0,0044 \\ 150 & 0,0053 \end{pmatrix} \quad (12)$$

оптимальные компоненты определит матрица

$$F(x) := \begin{pmatrix} x^{1/2} \\ x^{2/3} \\ x^{3/4} \\ x \\ x^{3/2} \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Коэффициенты оптимальной аппроксимирующей функции покажет матрица S :

$$S := \begin{pmatrix} 0,020675884839358 \\ -0,058218805834733 \\ 0,041411556984373 \\ -0,002819770143047 \\ 0,00023761508293 \end{pmatrix}.$$

Тогда аппроксимирующая функция имеет вид

$$f_{11}(x) = 0,020675884839358 \cdot x^{1/2} - 0,058218805834733 \cdot x^{2/3} + 0,041411556984373 \cdot x^{3/4} - 0,002819770143047 \cdot x + 0,00023761508293 \cdot x^{3/2}. \quad (14)$$

При этом среднеквадратическая погрешность составляет $\delta_{11} \approx 5,76389615062069 \cdot 10^{-15}$.

При аппроксимации зависимости $f_2(x)$ абразивного износа поверхности образцов из стали 30ХГСА в классической форме методом наименьших квадратов через алгебраический полином с данными

$$data := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 30 & 0,0075 \\ 60 & 0,0014 \\ 90 & 0,0020 \\ 120 & 0,0026 \\ 150 & 0,0030 \end{pmatrix}, \quad (15)$$

и используя [9], получим формулу для аппроксимирующей функции

$$f_{21}(x) = 4,6 \cdot 10^{-14} + 2,5555555553 \cdot 10^{-5} \cdot x + 3,24074074310^{-7} \cdot x^2 - 2,39197530910^{-9} \cdot x^3 + 2,5720164610^{-11} \cdot x^4 - 8,57338810^{-14} \cdot x^5. \quad (16)$$

Погрешность аппроксимации составляет

$$\delta_{21} \approx 6,0689425755234 \cdot 10^{-11}.$$

Для значительного повышения точности аппроксимации необходимо включать в состав аппроксимирующей функции только те компоненты, которые можно найти по новому предложенному алгоритму, показанному на рис. 2, 3.

Оптимальные компоненты представлены матрицей для $f_2(x)$ с данными (15):

$$F(x) = \begin{pmatrix} x^{1/2} \\ x^{2/3} \\ x^{3/4} \\ x^{4/5} \\ x^{5/7} \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Коэффициенты оптимальной функции можно найти через матрицу

$$S = \begin{pmatrix} -0,804101698267012 \\ 12,1047074541665 \\ 20,1784134111949 \\ -3,54398096394745 \\ -27,947776507409 \end{pmatrix}. \quad (18)$$

При этом оптимальная аппроксимирующая функция примет вид:

$$f_{22}(x) = -0,804101698267012 \cdot x^{1/2} + 12,1047074541665 \cdot x^{2/3} + 20,1784134111949x^{3/4} - 3,54398096394745 \cdot x^{4/5} - 27,947776507409 \cdot x^{5/7}. \quad (19)$$

Аппроксимация по формуле (19) даёт погрешность $\delta_{22} \approx 0,1191 \cdot 10^{-12}$, что на порядок меньше, чем δ_{21} , т.е. погрешность аппроксимации классическим полиномиальным методом наименьших квадратов больше, чем предложенным методом.

Нами предлагается автоматизация процесса обработки информации при аппроксимации экспериментальных зависимостей нетрадиционным усовершенствованным методом повышенной точности с использованием программно-компьютерных средств, которая может быть представлена в виде структурной блок-схемы, показанной на рис. 4.

Если рассматривать поблочно компьютерную реализацию структурной схемы, представленной на рис. 4, то алгоритмический блок вычисления средних значений имеет вид, показанный на рис. 5. Программная реализация данного блока показана на рис. 6.

Наряду с этим рассмотрим компьютерно-алгоритмическую схему реализации блока аппроксимации экспериментальных зависимостей при использовании традиционного классического полиномиального метода наименьших квадратов, представленного на рис. 7.

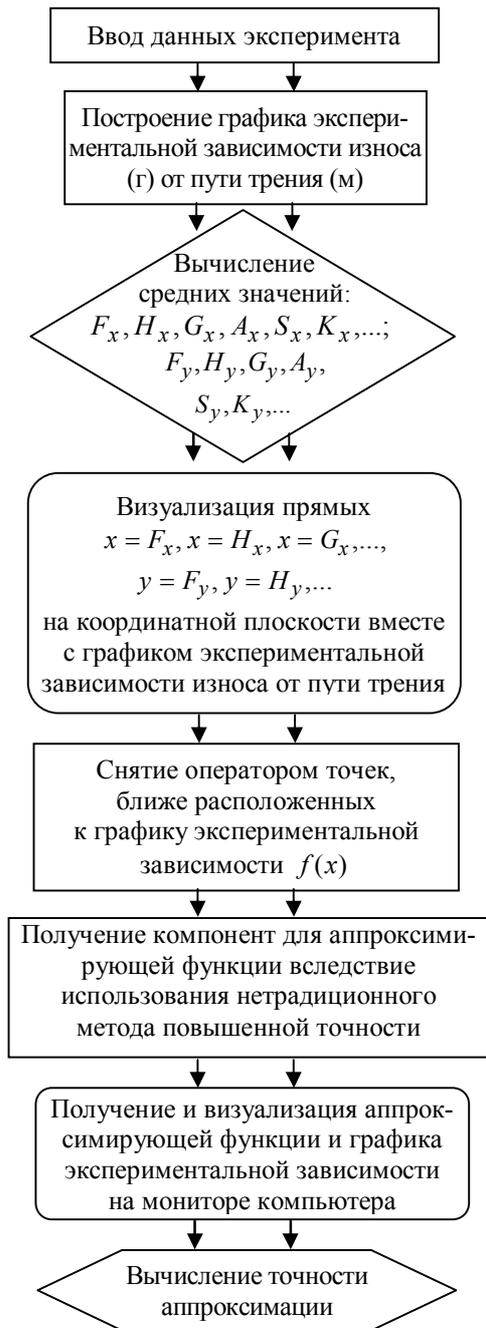


Рис. 4. Структурная блок-схема автоматизации обработки экспериментальных зависимостей абразивного износа поверхностей материалов и их аппроксимации нетрадиционным методом

Подпрограмма $F1$ показана на рис. 8, б, а подпрограмма $F2$ представлена на рис. 8, а.

Как известно, при обработке экспериментальных зависимостей с использованием классического полиномиального метода наименьших квадратов наиболее рационально решить систему соответствующих линейных уравнений методом Гаусса [11].

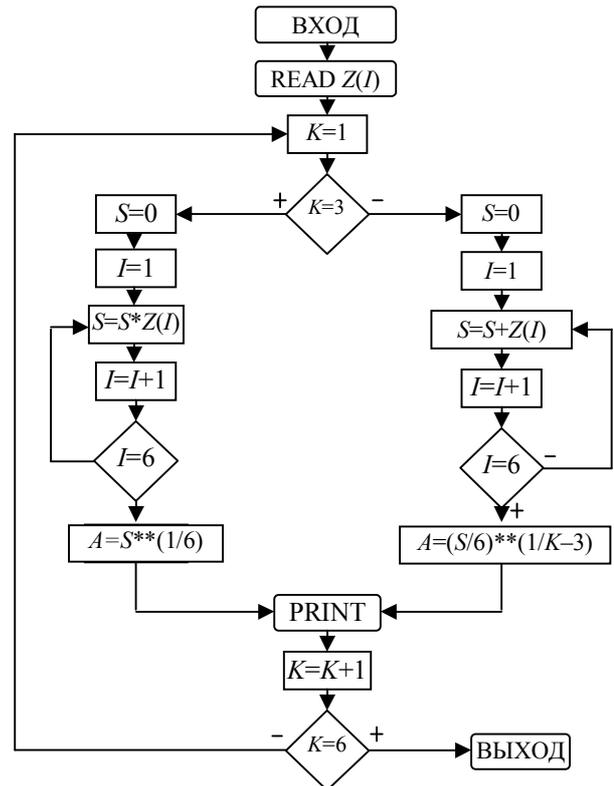


Рис. 5. Блок-схема вычисления средних значений

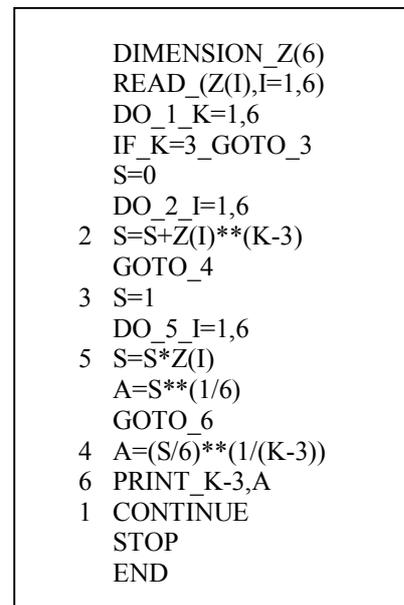


Рис. 6. Программная реализация блока рис. 5

Для этого на рис. 9 представлена алгоритмическая блок-схема определения коэффициентов аппроксимирующего полинома при решении системы методом Гаусса, а реализация алгоритмической блок-схемы подпрограммы метода Гаусса (SUBROUTINE GAUSS [11]) показана на рис. 10.

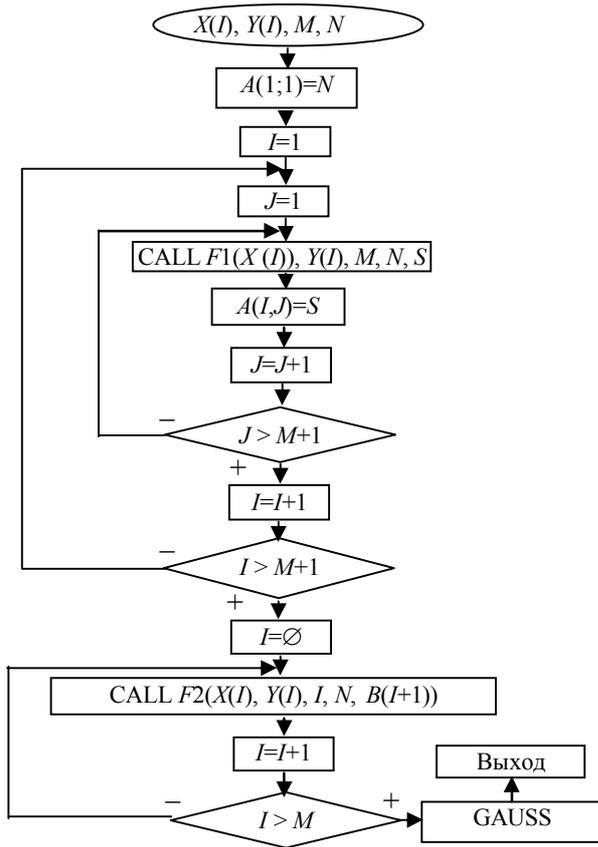


Рис. 7. Алгоритмическая блок-схема обработки экспериментальных зависимостей при использовании классического полиномиального метода наименьших квадратов

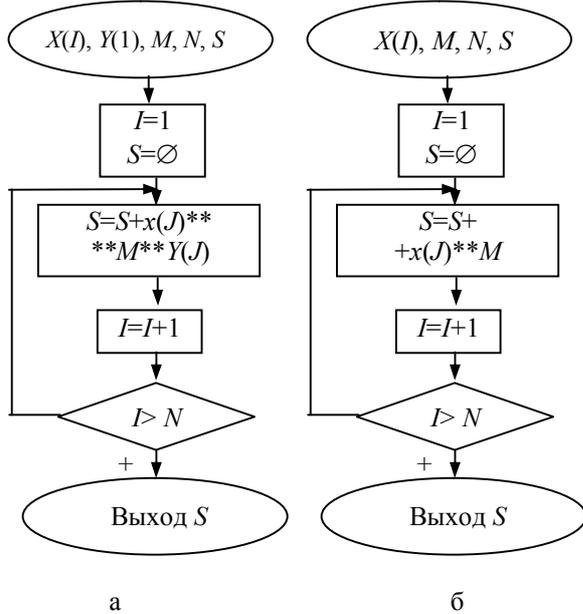


Рис. 8. Алгоритмическая блок-схема реализации подпрограмм F2 (а) и F1 (б)

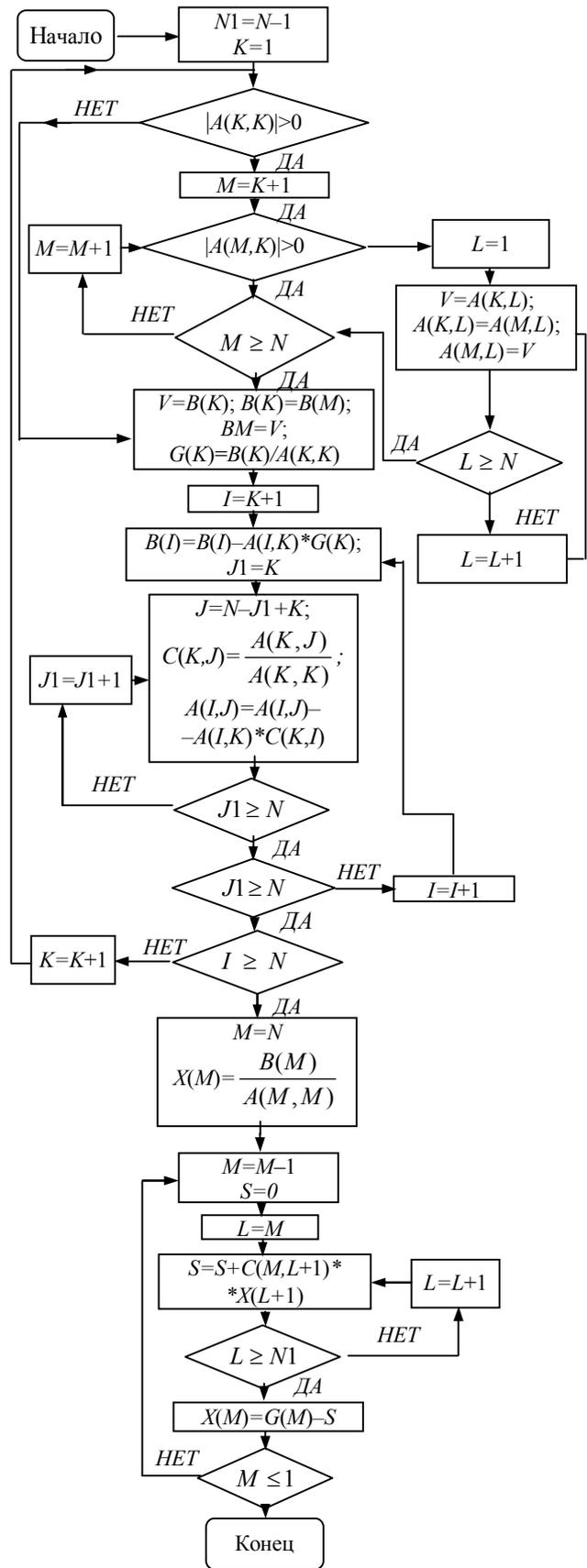


Рис. 9. Алгоритмическая блок-схема подпрограммы GAUSS

```

0001_____ DIMENSION_A(3, 3), B(3)
0002_____ DIMENSION_C(3,3), G(3)
0003_____ DIMENSION_X(3)
0004_____ READ(1, 14)N
0005_____ 1 4 _FORMAT(14)
0006_____ READ(1,15) A,B
0007_____ 1 5 _FORMAT(9F5.2, 3F5.3)
0008_____ PRINT_17, N, A, B
0009_____ 1 7 _FORMAT(' ', 'N=', 14, 12F5.2)
0010_____ CALL_GAUSS(N, A, B, X, C, G)
0011_____ DO_18_I=1,N
0012_____ 1 8 _WRITE(3,16) I, X(I)
0013_____ 1 6 _FORMAT(1X, 'I=', 14, 5X,
X(I) =', E12.5)
0014_____ STOP
0015_____ END

```

Рис. 10. Реализация блок-схемы подпрограммы метода Гаусса

Выводы

Рассмотрен усовершенствованный нетрадиционный метод аппроксимации экспериментальных зависимостей абразивного износа повышенной точности.

Разработаны компьютерные программно-алгоритмические модели автоматизации процесса обработки данных при аппроксимации экспериментальных зависимостей нетрадиционным методом повышенной точности в реальном времени измерения. Отмечается возможность значительного повышения точности моделирования процесса абразивного изнашивания, и его использование для обоснованного и наиболее точного прогнозирования сроков изнашивания поверхностных слоев деталей и их покрытий на ранних стадиях, что способствует научно-обоснованному назначению периодов рациональных осмотров и проведения регламентно-ремонтных работ соответствующих элементов авиационных конструкций.

Литература

1. Костецкий Б.И. Трение, смазка и износ в машинах. – К.: Техника, 1970. – 390 с.
2. Тененбаум М.М. Износостойкость конструкционных материалов и деталей машин при абразивном изнашивании. – М.: Машиностроение, 1966. – 331 с.

3. Тененбаум М.М., Бернштейн Д.Б. Моделирование процесса абразивного изнашивания // Моделирование трения и износа: Материалы I межотраслевого научного семинара по моделированию трения и износа. – НИИмаш. – 1967. – С. 81 – 92.

4. Крагельский И.В., Добычин М.Н., Комбаров В.С. Основы расчетов на трение и износ. – М.: Машиностроение, 1977. – С. 319 – 326.

5. Гавриков М.В., Мазинг Р.И. Применение наследственно-стареющей модели изнашивания к осесимметричной контактной задаче // Трение и износ. – 1989. – Т. 10, № 6. – С. 981 – 986.

6. Рыжиков А.Л., Гронянов В.М., Тараканчиков Л.Т. Модель абразивного износа алюмооксидной керамики // Трение и износ. – 1991. – Т. 12, № 2. – С. 361 – 364.

7. Сорокатый Р.В. Моделирование поведения трибосистем методом трибоэлементов // Трение и износ. – 2002. – Т. 23, № 1. – С. 16 – 22.

8. Федоров С.В. Обобщенная модель трения // Трение и износ. – 1993. – Т. 14, № 3. – С. 460 – 470.

9. Ходак М.О., Вишневський О.А. Спосіб підвищення точності апроксимації експериментальних залежностей процесу абразивного зносу поверхонь матеріалів та покриттів // Вісник ЖДТУ. Технічні науки. – 2004. – № 4 (31). – Т. 1. – С. 87 – 96.

10. Polejaev V. Choice of optimum form of the relation between two variables // Proceeding of 10th ICGG, 28 July – 2 August 2002. – Kyiv, Ukraine. – P. 226 – 227.

11. Лисицын Б.М., Антоненко В.М., Величко Е.С., Левченко Т.И., Сидорак Д.И. Решение инженерных и экономических задач на ЭВМ. – К.: Вища школа, 1984. – 247 с.

Поступила в редакцию 17.06.2005

Рецензенты: д-р физ.-мат. наук, проф. О.А. Железняк, Национальный авиационный университет, Киев; д-р техн. наук, проф. В.П. Юрчук, Национальный технический университет Украины „КПИ”, Киев.