

УДК 681.322:621.5.041:533.697:532.5

Ю.К. ЧЕРНЫШЕВ*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, Украина***ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ СИСТЕМ ДЛЯ АЛГОРИТМИЗАЦИИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ И ПЛАСТИЧНОСТИ МЕТОДОМ ЧАСТИЦ**

Изотропная среда рассматривается как коллектив модельных частиц, для которых постулируется потенциал парного взаимодействия. Рассмотрены два метода введения подсистем. Один из них оказывается пригодным для решения задач теории пластичности. Даны тестовые примеры вычислений.

система, подсистема, потенциал, упругость, пластичность, деформации**Введение**

Изучение упругого состояния образцов из изотропного вещества при малых деформациях в настоящее время не является актуальным, поскольку разработаны теоретические методы, реализованные в виде стандартных пакетов программ. Авиационные материалы зачастую используются в условиях, когда деформации или скорости деформации велики. Помимо упругости, приходится рассматривать и пластические свойства вещества с учетом диссипации энергии и влияния тепловыделения на пластичность, а также конечность скорости передачи возмущений.

В предлагаемой работе сплошная среда рассматривается в виде совокупности модельных частиц, для которых задается закон парного взаимодействия путем введения потенциала [1]. Применение метода частиц в газовой динамике, теории простых жидкостей, плазмы и при изучении кристаллов описаны в большом количестве работ [2 – 7]. Использование этого метода при изучении деформаций твердого тела требует особых приемов.

1. Формулирование проблемы

Рассматривается система источников потенциала \vec{r}_i , $i = 1, 2, \dots, n$. Потенциал является скалярной

функцией, зависящей от расстояния $\rho_{ij} = |\vec{r}_i - \vec{r}_j|$ между источниками. В качестве модельных в данной работе приняты потенциалы класса Ленарда-Джонса [2]:

$$U(\rho) = A \cdot \left[\left(\frac{s}{\rho} \right)^{4k} - \left(\frac{s}{\rho} \right)^{2k} \right], \quad (1)$$

где величина s подбирается так, чтобы обеспечить минимум потенциала при $\rho = 1$; параметры k и A подлежат дополнительному определению в процессе идентификации модели по результатам эксперимента либо путем сравнения с существующими методами. Предполагается также, что существует предельный радиус ρ_f действия сил притяжения.

В исходном (недеформированном) состоянии потенциальная энергия образца в целом минимальна; она складывается из потенциалов взаимодействия пар модельных частиц:

$$\sum_{j>i} \sum U(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|) \Rightarrow \min. \quad (2)$$

Свойство (2) выполняется автоматически, если образец представлен равномерной треугольной сеткой со сторонами ячеек величины 1, в узлах которой расположены центры модельных частиц (источники потенциалов) [8].

Предположим, к внешней границе приложено усилие, приводящее к деформации образца. Для вы-

полнения свойства (2) требуется преобразовать узлы сетки; это и составляет существо задачи. Проблемой является поиск оптимального вычислительного процесса, обеспечивающего минимизацию суммарной потенциальной энергии. Основные затраты машинного времени приходится на поиск ближайших соседей отдельной модельной частицы [1, 2, 6, 7]. Для преодоления этой трудности предлагается введение подсистем модельных частиц, причем для случаев абсолютной упругости и пластичности требуются свои методы декомпозиции.

2. Расчетная схема при соблюдении абсолютной упругости

В этом случае каждая модельная частица является ведущей для подсистемы, в которую входят также ближайшие к ней, найденные перед началом вычислений. В процессе перемещения модельных частиц структуры подсистем остаются неизменными. Итерационная процедура имеет следующий вид:

$$\vec{r}_i^{N+1} = \vec{r}_i^N + h^N \cdot \vec{n}_i^N, \quad i = \overline{1, n}, \quad (3)$$

где N – номер итерации;

$$\vec{n}_i^N = \frac{\vec{F}(\vec{r}_i^N, B_i)}{|\vec{F}(\vec{r}_i^N, B_i)|};$$

B_i – список номеров частиц, входящих в подсистему, порожденную i -й частицей;

$$\vec{F}(\vec{r}_i^N, B_i) = - \sum_{k \in B_i} \nabla U \left(\left| \vec{r}_i^N - \vec{r}_k^N \right| \right) \quad - \quad \text{равно-}$$

действующая сил, действующих на i -ю частицу со стороны частиц, входящих в подсистему;

h^N – шаг итерации, убывающий к нулю по мере возрастания количества итераций.

Итерационная процедура (3) не учитывает зависимость от температуры.

На рис. 1 показано последовательное изменение формы образца при осадке, демонстрирующее поведение после потери устойчивости. Оба торца, подвижный и неподвижный, защемлены. Параметр k в

формуле (1) для данного примера был выбран равным 0,25, что соответствует податливому упругому материалу. В положении 3 зафиксировано начало разрушения.

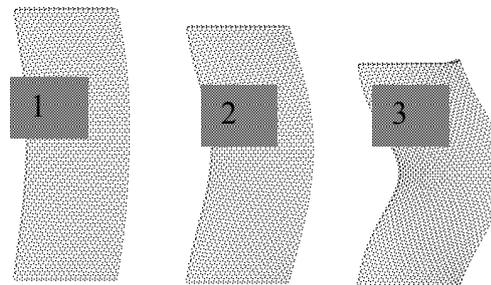


Рис. 1. Осадка упругого образца

При снятии внешних усилий, если не зафиксировано разрушение связей, образец принимает первоначальную форму, что соответствует абсолютной упругости.

До момента потери устойчивости с большой точностью выполняется закон Гука. Малые отклонения от линейности зависимости между напряжением и деформацией связаны с отклонением от параболичности формы потенциальной ямы в выражении (1) в окрестности минимума.

Для практического применения описываемого метода было проведено сравнение с результатами, полученными по стандартному методу конечных элементов для расчета осадки дюралюминиевой пластины (модуль Юнга – 72 ГПа, коэффициент Пуассона – 0,3) длины 10 мм и высоты 100 мм; относительная деформация была принята равной 3%. Толщина по третьей координате незначительна, поскольку рассматривался 2-D случай. Сравнительные результаты приведены на рис. 2. Штриховой линии соответствует давление в 1700 МПа. Можно отметить как качественную схожесть полученных результатов, так и некоторые особенности, обнаруженные при применении рассматриваемого метода, а именно – разрыв производных по длине в концах нижнего торца, в котором задано краевое условие в виде защемления.

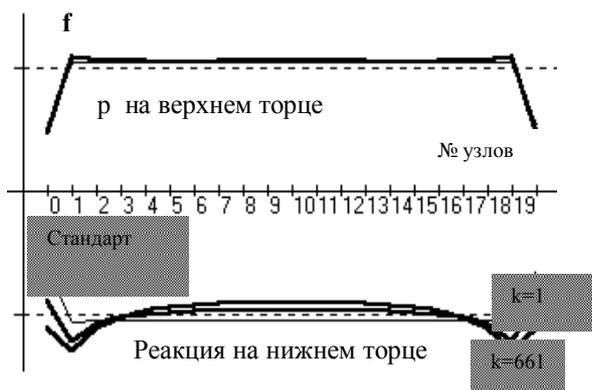


Рис. 2. Распределение усилий на верхнем и нижнем торцах образца при осадке с $\varepsilon = 0,03$

Приведенный пример позволяет определить константы A потенциалов в формуле (1) в зависимости от параметра k в той же формуле.

3. Учет пластичности

В реальном веществе отсутствие абсолютной упругости объясняется изменениями во внутренней микроструктурной структуре [7]. Для применения рассматриваемой расчетной схемы следует учесть возможность преобразования подсистем, определяемых каждой модельной частицей. С этой целью рабочая расчетная область покрывается квадратной сеткой; каждой ячейке приписываются номера тех частиц, центры которых ей принадлежат. Каждая ячейка тем самым образует подсистему [2, 6, 7]. Для определения «соседей» данной модельной частицы следует рассмотреть только те частицы, которые расположены в данной ячейке и прилегающих к ней. Подсистема, в которой ведущей является текущая частица, состоит из тех частиц, которые удалены от нее на расстояние, не превышающее радиуса действия сил ρ_f . В процессе пространственного перемещения модельной частицы приходится следить за тем, какой из ячеек квадратной сетки она принадлежит в текущий момент времени.

В работе [1] модельные частицы интерпретировались как осцилляторы, амплитуды колебаний ко-

торых линейно связаны с тепловой скоростью. При повышении температуры увеличивается вероятность того, что модельная частица «перепрыгивает» в новое положение равновесия [7]. Увеличение производительности ЭВМ и применение методов теории систем позволяет резко увеличить количество модельных частиц. Основа алгоритма состоит в том, что шаг h в итерационной схеме (3) является неизменным (для данной температуры).

При небольших скоростях деформации и умеренных значениях величины шага h моделируемый образец ведет себя как абсолютно упругое тело. На рис. 3 приведена иллюстрация численного эксперимента по поведению прямоугольного образца, если подложке и верхней стенке приписывались потенциалы, равные нулю в рабочей области и резко возрастающие при проникновении модельных частиц в «запрещенную» область.

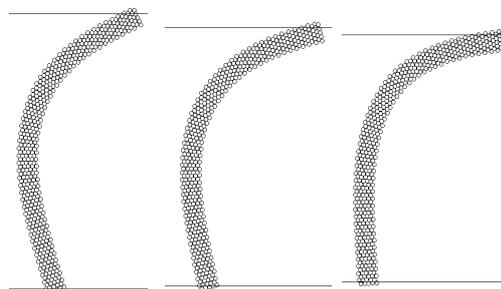


Рис. 3. Соблюдение упругости при перестраиваемых подсистемах

При увеличении скорости деформации и длины шага результирующая форма образца соответствует полученной аналитически в работах по высокоскоростному деформированию [8]. При высоких скоростях деформации существенным становится влияние инерционных сил. Для их учета добавляется зависимость текущей местной скорости от предыдущих перемещений как результат их усреднения за количество итераций, имеющее порядок отношения тепловой скорости к скорости деформации. Изменения в формуле (3) состоят в том, что к величине перемещения следует добавить получаемую оценку век-

тора местной скорости, умноженную на константу, зависящую от плотности вещества. Общий объем необходимой для вычислений памяти при этом возрастает.

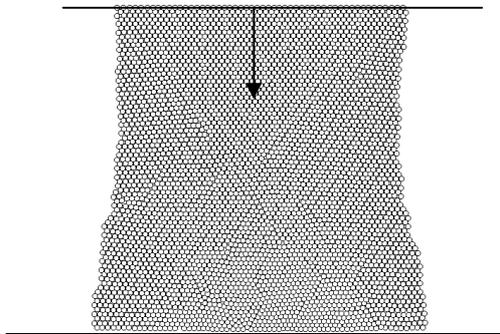


Рис. 4. Одна из форм образца при высокоскоростной осадке

Заключение

В данной работе рассмотрена лишь малая часть задач упругости и пластичности твердых тел, которые могут решаться системным методом модельных частиц. Значительного увеличения общего числа частиц можно достичь введением не только подсистем, как в данной работе, а и «надсистем», что, в принципе, легче, чем для газов; это открывает перспективы для применения многопроцессорных вычислительных систем.

Метод частиц в дальнейшем предполагается применить как для расчетов по прочности, так и для определения усилий, при которых происходит потеря устойчивости, а также для выявления условий разрушения. Описываемый метод применим также для решения задач по определению прочностных свойств многослойных образцов; достаточно соответствующим образом задать потенциалы для различных областей модели образца.

Литература

1. Чернышев Ю.К. Статистическая модель процесса затекания металла в полости штампового пространства // *Высокоскоростная обработка металлов*

давлением. – Х.: ХАИ. – 1978. – Вып. 7. – С. 19 – 21.

2. Хокни Р., Иствуд Дж. Численное моделирование методом частиц. – М.: Мир, 1987. – 638 с.

3. Чернышев Ю.К. Методы снятия информации о состоянии газового потока в процессе молекулярно-динамического моделирования // *Междунар. науч.-техн. конф. «Совершенствование энергетических и транспортных турбоустановок методами математического моделирования, вычислительного и физического экспериментов»*. – Змиев. – 26 – 29 сент. 1994. – Ч. 1. – С. 39 – 40.

4. Чернышев Ю.К. Прямое моделирование течения газа в каналах сложной формы при малых числах Кнудсена // *Междунар. науч.-техн. конф. «Совершенствование турбоустановок методами математического и физического моделирования»*. – Х.: Ин-т проблем машиностроения НАН Украины, 1997. – С. 238 – 240.

5. Белоцерковский О.М., Андрущенко В.А., Шевелев Ю.Д. Динамика пространственных вихревых течений в неоднородной атмосфере. Вычислительный эксперимент. – М.: Янус-К, 2000. – 456 с.

6. Левин С.С., Чернышев Ю.К. Алгоритмизация прямого моделирования методом частиц течения газа по каналам сложной формы при малых числах Кнудсена // *Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии*. – Х.: Нац. аэрокосмич. ун-т им. Н.Е. Жуковского "ХАИ". – 2002. – Вып. 14. – С. 54 – 60.

7. Уэрт Ч., Томсон Р. Физика твердого тела. – М.: Мир, 1969. – 558 с.

8. Горлов А.К., Чернышев Ю.К., Щербина В.А. Особенности формоизменения цилиндрического образца при осадке с высокими скоростями деформирования // *Высокоскоростная обработка металлов давлением*. – Х.: ХАИ. – 1978. – Вып. 7. – С. 14 – 19.

Поступила в редакцию 23.05.2005

Рецензент: канд. техн. наук, доц. В.В. Кириченко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Харьков.