

УДК 62.506

В.Н. МИРУНКО¹, А.Н. СИЛЬВЕСТРОВ²¹*Государственное предприятие Полтавастандартметрология*²*Национальный технический университет им. Ю. Кондратюка*

О НЕКОТОРЫХ ПОДХОДАХ К ИДЕНТИФИКАЦИИ СТАТИЧЕСКИХ И ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК РЕАЛЬНЫХ ОБЪЕКТОВ

Изложены методы идентификации динамических и статических (балансировочных) характеристик из динамического полета летательных аппаратов, методы выявления слабой нелинейности и динамики квазистатических преобразователей энергии.

идентификация, динамика, полет, характеристика, летательный аппарат

Введение

Современные летательные аппараты – это динамические объекты, характеризующиеся нестационарностью и нелинейностью аэродинамических характеристик. В какой-то мере то же самое можно сказать и в отношении элементов их бортовых систем, от характеристик простейшего резистора до высотно-скоростных характеристик авиационных двигателей.

Выявить статические (балансировочные) зависимости из аэродинамики летательного аппарата (ЛА) и наоборот, обнаружить “малый параметр” нелинейности и динамики в квазилинейных, квазистатических характеристиках бортовых элементов остается на сегодня актуальной задачей натурных испытаний ЛА, позволяющей получить более адекватную модель. При этом следует сохранить корректность, как правило, некорректной обратной задачи, которой является задача выявления слабых эффектов.

Если задать структуру модели достаточно полную и, как результат, сложную, с большим количеством неизвестных параметров, то задача их оценивания будет некорректной: малые вариации в измерениях приводят к большим в оценках параметров.

Если задать простую, как правило, линейную модель, то ее коэффициенты не будут адекватны искомым физическим величинам. Необходима до-

полнительная информация для разрешения этого противоречия. Такой информацией является априори известное свойство гладкости искомых характеристик, квазилинейность и квазистационарность при малых отклонениях переменных от балансировочных значений на ограниченных временных интервалах.

Рассмотрим несколько примеров корректного решения задачи идентификации параметров и/или характеристик ЛА, учитывающих фундаментальное свойство гладкости их изменения в пространстве переменных и во времени.

1. Определение аэродинамических параметров ЛА по данным летных испытаний

Имеются записи продольного короткопериодического движения ЛА в спокойной атмосфере [1], вызванного последовательностью переключений руля высоты или стабилизаторов $u(t)$ разной амплитуды U_m (здесь и далее примем абстрактные обозначения: $x_i(t)$ – i -е переменные состояния, $u(t)$ – управление и т.п.).

Учитывая фундаментальное свойство гладкости, квазинелинейную зависимость аэродинамического момента $y(t)$ от переменных $x_i(t)$, $u(t)$, в окрестности базового (балансировочного) режима $y_0(x_0)$

можно разложить в ряд Тейлора. Пусть отклонения Δx таковы, что с заданной точностью можно ограничиться линейной и квадратичной составляющими ряда

$$y(t) = y(t_0) + \beta_1 \Delta x(t) + \frac{1}{2} \Delta x^T(t) \beta_2 \Delta x(t), \quad (1)$$

где

$$\beta_1 = \left. \frac{\partial y(t)}{\partial x} \right|_{x_0} = \left(\left. \frac{\partial y}{\partial x_1} \right|_{x_0}, \dots, \left. \frac{\partial y}{\partial x_n} \right|_{x_0} \right);$$

$$\beta_2 = \left. \frac{\partial^2 y(t)}{\partial x^2} \right|_{x_0} = \left[\left. \frac{\partial^2 y(t)}{\partial x_i \partial x_j} \right|_{x_0} \right]_{i,j=\overline{1,n}};$$

$$\Delta x^T(t) = (\Delta x_1(t), \dots, \Delta x_n(t)).$$

Выражение (1) формально представим как линейное

$$\Delta y(t) = \beta \Delta x(t), \quad (2)$$

где β – линейная функция от Δx :

$$\beta = \beta_1 + \frac{1}{2} \beta_2 \Delta x(t), \quad (3)$$

(так как $\Delta x^T(t) \beta_2 = \beta_2 \Delta x(t)$).

В модели (2) число неизвестных параметров β_i равно n , в отличие от квадратичной, где число неизвестных параметров равно $2n + 0,5n(n-1)$. Если $\Delta x_i(t)$ образуют систему линейно независимых функций, то МНК-оценка $\hat{\beta}$ [2] вектора β модели (2) единственна:

$$\hat{\beta} = [\Delta x^T \Delta x]^{-1} \Delta x^T \Delta y, \quad (4)$$

где Δx и Δy – матрицы измеренных на множестве в N дискретов времени t значений переменных $\Delta x(t)$ и $\Delta y(t)$.

При гауссовых “белых шумах” в измерениях $\Delta y(t)$ оценка (4) является эффективной [3], но смещенной на величину

$$\delta \hat{\beta} = [\Delta x^T \Delta x]^{-1} \Delta x^T \frac{1}{2} \beta_2 \Delta x, \quad (5)$$

пропорциональную $\beta_2 \Delta x$, т.е. Δx .

Если получить МНК-оценки для переключений руля высоты Δu разной амплитуды ΔU_m и для каж-

дой компоненты $\hat{\beta}_i$ построить линейную регрессионную зависимость

$$\hat{\beta}_i = \beta_i + K_i \Delta U_m, \quad (6)$$

где ΔU_m имеет не менее двух значений, то коэффициент β_i в (6) будет несмещенной оценкой искомого истинного аэродинамического коэффициента $\partial y / \partial x_i$ в точке $[y(t_0), X(t_0)]$.

Показано [4], что такой подход повышает точность определения аэродинамических коэффициентов в несколько раз. В частности, для семи переключений руля высоты различной амплитуды самолета М-17 получены оценки (4) запаса устойчивости $\hat{\sigma}_n$ по перегрузке $n_y(t)$ и аппроксимированы по ΔU_m моделью (6):

$$\hat{\sigma}_n(\Delta U_m) = 0,22 - 0,075 \Delta U_m.$$

В результате вместо смещенного среднего для семи переключений руля высоты значения $\hat{\sigma}_{n \text{ сред}} = 0,18$ получено более точное значение $\sigma_n = 0,22$, соответствующее балансировочному режиму полета ЛА при $\Delta U = 0$.

2. Определение балансировочных (статических) зависимостей из динамики короткопериодического продольного движения ЛА

Динамическая сущность летательного аппарата, неопределенность и нестационарность его параметров и внешней среды усложняют задачу экспериментального определения балансировочных зависимостей, например, между отклонением рулей высоты и изменением вертикальной перегрузки. В большинстве случаев, особенно для высокоманевренных ЛА, вообще не существует режима с неизменными значениями входных-выходных переменных. В таких ситуациях классический подход [3] предполагает описание нелинейной динамики моделью Гаммерштейна:

$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + y(t) = f(U), \quad (7)$$

где y – перегрузка n_y ; U – перемещение ручки управления рулями высоты, искомая нелинейность $y = f(u)$; a_1, a_2 – неизвестные коэффициенты динамики ЛА.

Нелинейность $f(U)$ задают аналитически в виде степенного ряда степени m :

$$\hat{f}(U) = \sum_{i=0}^m b_i U^i \quad (8)$$

или в базисе ортогональных функций $\varphi_i(U)$:

$$\hat{f}(U) = \sum_{i=0}^m b_i \varphi_i(U). \quad (9)$$

Далее из условия минимума среднего квадрата ошибки

$$\varepsilon(t) = y(t) - \hat{f}(U) - a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} - a_1 \frac{dy}{dt} \quad (10)$$

отыскивают МНК-оценки $m+2$ неизвестных b_i, a_1, a_2 , предварительно прогладив данные и определив производные по времени от $y(t)$. Неточность переменных (особенно их производных) и большая размерность неизвестных параметров приводят к некорректности задачи их оценивания. Для преодоления этой проблемы воспользуемся априори известным свойством гладкости зависимости $f(U)$.

Будем оценивать коэффициенты a_1, a_2 уравнения (7) не из условия минимума среднего квадрата ошибки (10), а из условия гладкости зависимости $f(U)$:

$$(a_1, a_2) = \arg \min_{(a_1, a_2)} \sum_{k=1}^N \left(\frac{d^r y_{ск}(t_k)}{dU^r} \right)^2, \quad (11)$$

где r характеризует степень гладкости $f(U)$;

$y_{ск}(t_k) = y(t_k) - a_1 \frac{dy(t_k)}{dt} - a_2 \frac{d^2 y(t_k)}{dt^2}$ – скомпенсированное по динамике значение $y(t_k)$.

Практически в (11) вместо производных берутся соответствующего порядка разности, которые вы-

числяются по предварительно сглаженным с помощью сплайнов и упорядоченным по возрастанию U массивам данных. В тестовом примере идентификации электродвигателя в качестве $f(U)$ взята зависимость

$$f(U) = 3U - 60 \sin(0,065U), \quad (12)$$

входное воздействие $U(t)$ – последовательность ступенек

$$U(t) = U_{\max} \left[-1 + \frac{1}{8} \sum_{k=1}^{16} 1(t - k\Delta t) \right]. \quad (13)$$

На $y(t)$ наложен 20%-ный “белый шум”. Результаты совместного МНК-оценивания коэффициентов b_i (8) и a_1, a_2 (7) представлены на рис. 1.

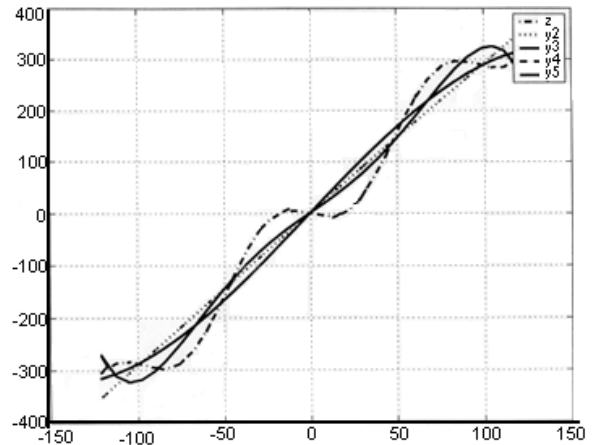


Рис. 1. МНК-оценка нелинейности (8) для $m = 2, 3, 4, 5$

Результат непараметрического оценивания нелинейности (12) из условия (11) гладкости $f(u)$ при $r = 1, 2, 3$ представлен на рис. 2.

Как видно из сопоставления рисунков 1 и 2, непараметрическая оценка $\hat{f}(u)$ с коррекцией динамики из условия (11) существенно ближе к истинной $f(U)$, чем параметрическая МНК-оценка при совместном оценивании коэффициентов линейной и нелинейной части модели Гаммерштейна (7).

Как пример практического применения, на рис. 3 приведена одна из балансировочных зависимостей для самолета М-17, полученная из условия (11)

(кривая 1) и аппроксимированная прямой (линия 2), а также упорядоченная по n_y зависимость, построенная без компенсации динамики (ломаная 3).

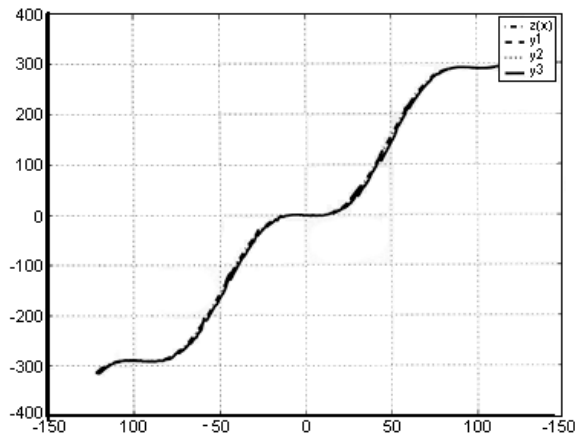


Рис. 2. Оценка нелинейности $f(U)$ из условия ее гладкости

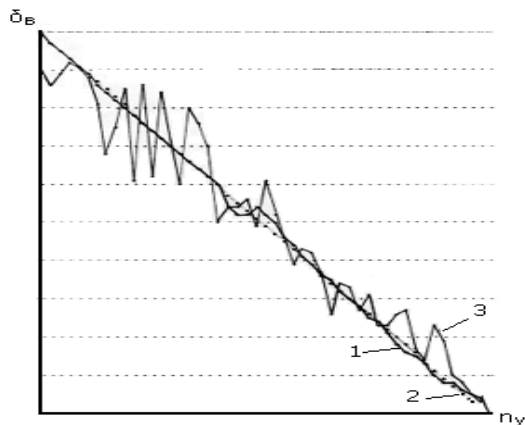


Рис. 3. Балансировочная зависимость рулей высоты (δ_B) от вертикальной перегрузки n_y для одного из режимов полета М-17

3. Восстановление по экспериментальным данным сложных аэродинамических зависимостей

Специфика летных и стендовых испытаний ЛА в аэродинамических трубах состоит в том, что отсутствие информации о структуре нелинейной многомерной зависимости $y(x_1, \dots, x_n)$ не дает возможности применить методику оптимального планирования эксперимента. Как правило, снимаются частные сечения $y(x_i)$ при постоянных x_j ($j = \overline{1, n-1}$,

$j \neq i$). Как и раньше, воспользовавшись свойством гладкости $y(x)$, представим эту зависимость рядом Тейлора или его степенным эквивалентом

$$y(x) = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i x_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \beta_{ij} x_i x_j + \dots \quad (14)$$

Для частного k -го сечения $y(x_k)$ при $x_i = \text{const}$, $i = \overline{1, n-1}$, $i \neq k$, из выражения (14) получим одномерную зависимость

$$y(x_k) = \beta_{0k} + \beta_k x_k + \beta_{kk} x_k^2 + \dots \quad (15)$$

Структура и параметры β_{0k} , β_k , β_{kk} , ... находятся по МНК для (15) при различных, но фиксированных значениях остальных переменных. Далее коэффициенты частных моделей последовательно аппроксимируются как функции этих переменных. Так, на рис. 4 представлены экспериментальные (пунктир) высотно-скоростные характеристики турбовинтового авиадвигателя АИ-20М (зависимость тяги y от высоты x_1 , скорости x_2 и управляющего воздействия x_3).

Математическая модель (сплошные линии) получена из локальных моделей сечений $y(x_3)$ (при $x_1 = c_i$, $x_2 = c_j$):

$$y(x_3) = \beta_0'' + \beta_1'' \cdot x_3 \quad (16)$$

путём МНК-аппроксимации её коэффициентов квадратичной моделью:

$$\begin{aligned} \beta_0'' &= \beta_0' + \beta_{01}' \cdot x_2 + \beta_{02}' \cdot x_2^2; \\ \beta_1'' &= \beta_1' + \beta_{11}' \cdot x_2 + \beta_{12}' \cdot x_2^2 \end{aligned} \quad (17)$$

и далее аппроксимации статистически значимых коэффициентов моделей (17) квадратичной моделью по x_1 :

$$\beta_i' = \beta_{i0} + \beta_{i1} \cdot x_1 + \beta_{i2} \cdot x_1^2, \quad i = 0, 1 \quad (18)$$

В результате полная модель имеет вид

$$\begin{aligned} y &= (\beta_0 + \beta_{01} \cdot x_1 + \beta_{02} \cdot x_1^2) + \\ &+ (\beta_1 + \beta_{11} \cdot x_1 + \beta_{12} \cdot x_1^2) \cdot x_2 + \\ &+ (\beta_2 + \beta_{21} \cdot x_1 + \beta_{22} \cdot x_1^2) \cdot x_3 + \\ &+ (\beta_3 + \beta_{31} \cdot x_1 + \beta_{32} \cdot x_1^2) \cdot x_2 \cdot x_3 + \\ &+ (\beta_4 + \beta_{41} \cdot x_1 + \beta_{42} \cdot x_1^2) \cdot x_2^2. \end{aligned} \quad (19)$$

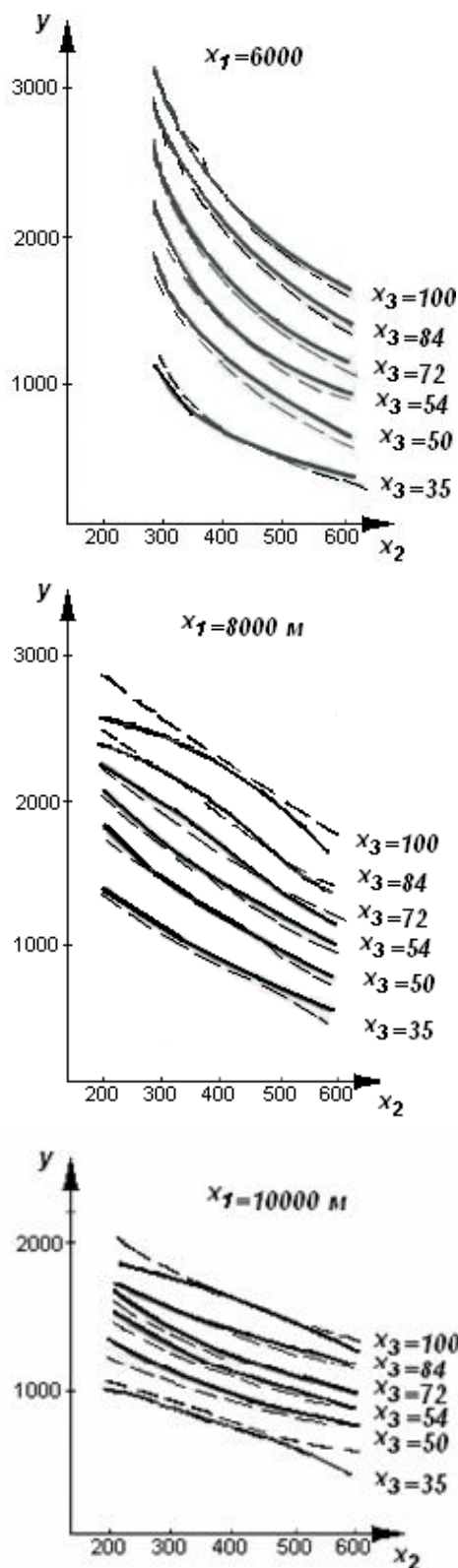


Рис. 4. Измеренные (пунктир) и полученные на модели (линии) высокоскоростные характеристики двигателя

Максимальная ошибка аппроксимации составила 10% от $y_{\max}$.

Практически совпали (рис. 5) продувочные данные с моделью для аэродинамической поправки y в функции угла атаки x_1 и положения закрылок x_2 самолёта ТУ-144.

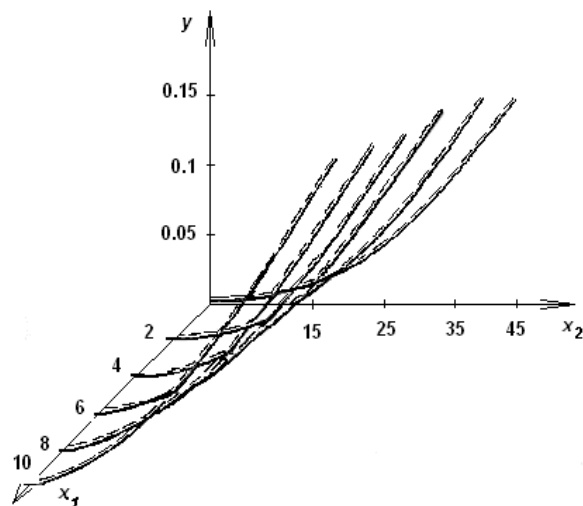


Рис. 5. Измеренная (пунктир) и полученная на модели (линии) зависимость $y(x_1, x_2)$

Из локальных моделей

$$y(x_2) = \beta'_{i1} \cdot x_2 + \beta'_{i2} \cdot x_2^2$$

при

$$x_1(i) = \text{const}, i = \overline{1, 6}, \quad (20)$$

линейной по x_1 аппроксимацией коэффициентов модели (20):

$$\begin{aligned} \beta'_{i1}(x_1) &= \beta_1 + \beta_2 \cdot x_1; \\ \beta'_{i2}(x_1) &= \beta_3 + \beta_4 \cdot x_1 \end{aligned} \quad (21)$$

получена полная модель

$$y = \beta_1 x_2 + \beta_2 x_1 x_2 + \beta_3 x_2^2 + \beta_4 x_1 x_2^2. \quad (22)$$

Ошибка аппроксимации составила 2% от $y_{\max}$.

4. Определение малых параметров нелинейности и тепловой инерционности резисторного датчика в системе бортовой автоматики

Рассматривается задача уточнения тарифовочной зависимости напряжения y на резисторе, через который проходит измеряемый по напряжению y

ток x . При прохождении тока x резистор нагревается, что приводит к изменению его параметра R – электрического сопротивления. Тогда между выходным сигналом y и входным сигналом x линейная зависимость нарушается:

$$y = R(x) \cdot x, \quad (23)$$

где

$$R(x) \approx R_0(1 + \beta x^2);$$

$$\beta = \frac{\alpha R_0}{K_{mo} \cdot S_{ox}};$$

α – тепловой коэффициент сопротивления R_0 ; K_{mo} – коэффициент теплоотдачи с поверхности S_{ox} охлаждения резистора.

Справедливость (23) и его составляющих вытекает:

– из уравнений баланса электрической и тепловой мощностей

$$K_{mo} S_{ox} \Delta \theta^0 = x^2 \cdot R;$$

– зависимости R от температуры θ^0 :

$$R(\theta^0) = R(\theta_0^0) \cdot [1 + \alpha(\theta^0 - \theta_0^0)];$$

– условия, что $\beta x^2 \ll 1$.

Тарировочная зависимость

$$y(x) = R_0 \cdot x + \beta R_0 \cdot x^2 \quad (24)$$

будет задана, если известны R_0 и β .

МНК-определение β непосредственно из эксперимента проблематично, так как $R_0 \gg \beta \cdot R_0$. Для раздельного оценивания R_0 и β построим эксперимент следующим образом.

1. Для $y_{\max}(x_{\max})$ найдём значение $R_0 + \beta R_0 x_{\max} = y_{\max} / x_{\max}$.

2. Тогда разница между линейной и нелинейной (24) зависимостями будет иметь вид

$$\max_x \Delta y = y_l - y = \beta R_0 (x_{\max}^2 - x^2) \cdot x. \quad (25)$$

3. Найдём значение x_* , при котором разница (25) максимальна:

$$x_* = x_{\max} / \sqrt{3}.$$

4. Вычислим β независимо от R_0 :

$$\beta = \frac{y_l(x_*) - y(x_*)}{(x_{\max}^2 - x_*^2) \cdot x_*} = \frac{3[y(x_{\max}) - \sqrt{3}y(x_*)]}{2x_{\max}^3}.$$

5. Находим R_0 :

$$R_0 = \frac{3\sqrt{3}y(x_*) - y(x_{\max})}{2x_{\max}}.$$

На рис. 6 показана зависимость $y(x)$ линейной и нелинейной тарировок, а также точка x_* их максимального расхождения.

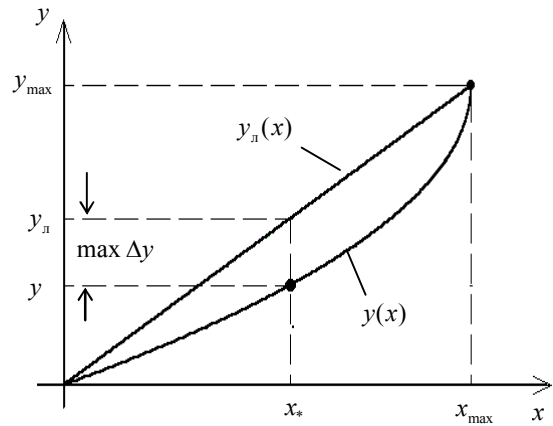


Рис. 6. Линейная и уточнённая нелинейная тарировочные зависимости датчика тока

Эксперименты повторяются в точках $x_{\max}$ и x_* оптимального плана необходимое количество раз для получения оценок β и R_0 с заданной точностью. Чем меньше нелинейность (параметр β), тем больше число повторений.

Наличие тепловой инерционности, связанной с ненулевой массой m и теплоёмкостью c материала резистора, превращает его из статического в динамический объект. Действительно, из уравнения термодинамики

$$dQ = P \cdot dt = cmd\theta^0 + K_{mo} \cdot S_{ox} \cdot \Delta\theta^0 dt,$$

при

$$P \approx const = K_{mo} S_{ox} \Delta\theta^0(\infty)$$

следует, что

$$P = K_{mo} S_{ox} \Delta\theta^0(\infty) = cm \frac{d\Delta\theta^0}{dt} + K_{mo} S_{ox} \Delta\theta^0,$$

или
$$\tau_T \frac{d\Delta\theta^0}{dt} + \Delta\theta^0 = \Delta\theta^0(\infty), \quad (26)$$

где $\tau_T = \frac{cm}{K_{m0} \cdot S_{ox}}$.

Тогда, с учётом линейной зависимости $R(\theta^\circ)$ и экспоненты (рис. 7) решения уравнения (26), а также малости изменения $R(\theta^\circ)$, получим, что

$$x(t) = x(0) \cdot \left[1 - \alpha \Delta\theta^0(\infty) \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_T}} \right) \right].$$

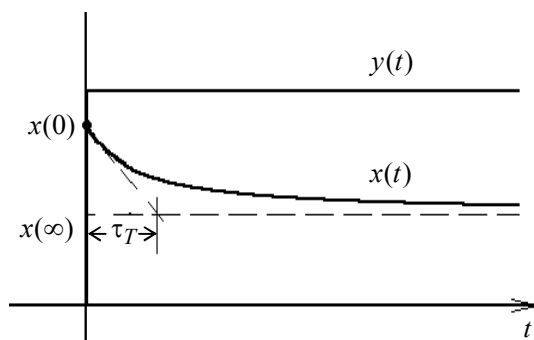


Рис. 7. Зависимость $x(t)$, $y(t)$

Этой зависимости соответствует схема замещения реостатного датчика (рис. 8), где $R_1 = \frac{R_0 R_\infty}{R_\infty - R_0}$,

$$c = \frac{cm(R_\infty - R_0)}{K_{m0} \cdot S_{ox} \cdot R_0 \cdot R_\infty}.$$

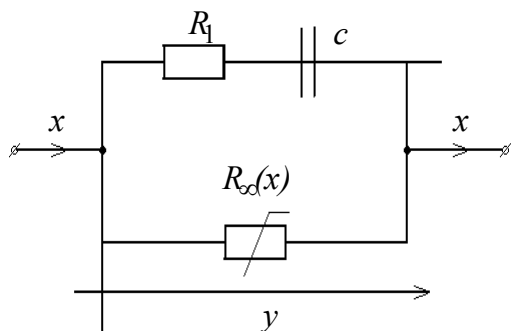


Рис. 8. Схема замещения

Таким образом, при более точном представлении реостатный датчик тока является слабо-нелинейным динамическим звеном бортовой измерительной системы.

Заключение

В статье на конкретных примерах показана эффективность применения предлагаемых методов для:

- определения аэродинамических коэффициентов ЛА;
- построения нелинейных балансирующих зависимостей из динамики движения ЛА;
- аналитического описания многомерных нелинейных зависимостей, представленных таблично (результатов продувки в аэродинамической трубе);
- определения малых нелинейных и динамических параметров квазистатических измерительных преобразователей бортовых систем ЛА.

Дальнейшее развитие работы предполагается в направлении:

- более строгой математической формулировки;
- применения статистически оптимальных решений;
- создания современных программных продуктов для широкого применения представленных методов.

Литература

1. Бюжгенс Г.С., Студнев Р.В. Аэродинамика самолёта. – М.: Машиностроение, 1979. – 350 с.
2. Гаусс К.Ф. Способ наименьших квадратов. Избранные геодезические сочинения. Т.1. – М.: Геодезиздат, 1957. – 137 с.
3. Льюнг Л. Идентификация систем. – М.: Наука, 1991. – 432 с.
4. Сильвестров А.Н. Два альтернативных подхода к идентификации реальных объектов // Проблемы управления и информатики. – 1996. – № 6. – С. 54–65.

Поступила в редакцию 23.12.2004

Рецензенты: д-р техн. наук, проф. Н.Д. Кошевой, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков; д-р техн. наук, проф. П.И. Бидюк, Институт проблем системного анализа НТУУ «КПИ» и НАНУ, Киев.