

УДК 539.376

А.М. ЛОКОЩЕНКО, В.В. НАЗАРОВ

*Институт механики Московского государственного университета  
им. М.В. Ломоносова, Россия***КИНЕТИЧЕСКИЙ ПОДХОД ИССЛЕДОВАНИЯ ДЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ  
МЕТАЛЛОВ ПРИ ДВУХОСНОМ РАСТЯЖЕНИИ**

Проведено количественное исследование длительной прочности металлов при сложном напряженном состоянии. За основу исследования принята кинетическая теория длительной прочности, учитывающая накопление повреждений в материале в ползучести. Использовано векторное описание процесса накопления повреждений. Получены параметры длительной прочности всех известных материалов, испытанных на длительную прочность при сложном напряженном состоянии. Исследована анизотропия материалов, оказавшая значительное влияние на длительную прочность. Проведено сравнение результатов кинетического и критериального способов описания опытных данных по длительной прочности при двухосном растяжении.

**анизотропия, векторный параметр поврежденности, длительная прочность, кинетический подход, металлы, сложное напряженное состояние**

**Введение**

В расчетах на прочность конструкций, находящихся в условиях ползучести при сложном напряженном состоянии, обычно используются эквивалентные напряжения, представляющие собой различные комбинации характеристик тензора напряжений. В результате применения различных количественных мер суммарного расхождения  $\eta$  экспериментальных и теоретических значений времен разрушения  $t^*$  отдается предпочтение тому эквивалентному напряжению  $\sigma_e$ , которое приводит к минимальному значению  $\eta$  [1 – 2]. В качестве альтернативы этому критериальному подходу в данной работе рассматривается кинетическая теория длительной прочности, реализуемая с помощью учета накопления повреждений в материале в процессе ползучести.

В настоящей работе приведены результаты моделирования экспериментальных данных, полученных в испытаниях цилиндрических образцов при совместном действии внутреннего давления и дополни-

тельной осевой силы, а так же на прямоугольных пластинах, подвергнутых двухосному растяжению. Кроме этого, в расчетах учитывается явление анизотропии испытанных образцов и приводится анализ полученных результатов.

**1. Моделирование длительного  
разрушения металлов в ползучести**

Основой кинетического подхода является введение параметра поврежденности  $\omega$ , характеризующего структурное состояние материала в произвольный момент времени  $t$ . В работе И.В. Наместниковой и С.А. Шестерикова [3] введена векторная характеристика поврежденности  $\vec{\omega}(t)$ . В цилиндрических координатах  $z, \theta, r$  величина этого параметра равна  $\omega = \sqrt{\omega_z^2 + \omega_\theta^2 + \omega_r^2}$ . Проекции  $\omega_k$  вектора  $\vec{\omega}$  на направления главных напряжений  $\sigma_k$  связаны с этими главными напряжениями следующими зависимостями:

$$\frac{d\omega_k}{dt} = \dot{\omega}_k = \begin{cases} f(\sigma_k, \omega_k, \omega) & \text{при } \sigma_k > 0; \\ 0 & \text{при } \sigma_k \leq 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $k = z, \theta, r$ . Для прямоугольных пластин [4] проекции  $\omega_k$  и главные напряжения  $\sigma_k$  рассматриваются в декартовой системе координат, при этом индекс  $k$  принимает значения 1, 2.

Исходному состоянию материала в момент времени  $t = 0$  соответствует значение  $\omega = 0$ . В момент разрушения  $t = t^*$  поврежденность  $\omega(t^*)$  принимает значение 1.

В тонкостенных трубках сочетание внутреннего давления и дополнительной осевой силы приводит к двухосному растяжению  $\sigma_z > 0$ ,  $\sigma_\theta > 0$ ,  $\sigma_r = 0$ , так что  $\omega_r = 0$ . В относительно толстостенных трубках это же сочетание внешних нагрузок приводит к следующим осредненным (по сечению трубы) напряжениям:  $\bar{\sigma}_z > 0$ ,  $\bar{\sigma}_\theta > 0$ ,  $\bar{\sigma}_r < 0$ , согласно (1) в этом случае также только две компоненты вектора  $\bar{\omega}$  отличны от нуля:  $\omega_r = 0$ .

Рассмотрим возможные модели накопления повреждений в материале:

1. Вектор скорости роста поврежденности зависит только от вектора главных напряжений  $\dot{\omega}_k = \dot{\omega}_k(\sigma_k)$ . График  $\omega = \omega(t)$  представлен отрезком прямой  $\omega = t/t^*$  (рис. 1).

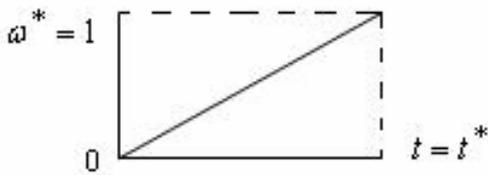


Рис. 1. График  $\omega = \omega(t)$

В качестве зависимости  $f(\sigma_k)$  ниже рассмотрены степенная и дробно-степенная функции:

$$\dot{\omega}_k = \frac{\sigma_k^n}{C};$$

$$\dot{\omega}_k = \frac{1}{D} \left( \frac{\sigma_k}{\sigma_b - \sigma_k} \right)^m, \quad (2)$$

где  $C, D, n, m$  — параметры длительной прочности;  $\sigma_b$  — предел кратковременной прочности при одноосном растяжении. Интегрирование уравнений (2) при учете условия  $\omega^* = \omega(t^*) = 1$  приводит к следующим соотношениям для времени  $t^*$ :

$$t^* = \frac{C}{\sqrt{\sigma_z^{2n} + \sigma_\theta^{2n}}} = \frac{C}{\sigma_{\max}^n \cdot \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \right)^{2n}}};$$

$$t^* = \frac{D \cdot \left( \frac{\sigma_b - \sigma_{\max}}{\sigma_{\max}} \right)^m}{\sqrt{1 + \left[ \frac{\sigma_{\min} \cdot (\sigma_b - \sigma_{\max})}{\sigma_{\max} \cdot (\sigma_b - \sigma_{\min})} \right]^{2m}}}. \quad (3)$$

Под  $\sigma_{\max}$  и  $\sigma_{\min}$  в (3) понимаются максимальное и минимальное значения среди  $\sigma_z$  и  $\sigma_\theta$ .

Из (3) следует, что при достаточно больших значениях показателей степеней  $n$  и  $m$  времена разрушения  $t^*$  при двухосном растяжении для моделей (2) незначительно меньше соответствующих значений  $t^*$  при одноосном растяжении с напряжением  $\sigma_{\max}$ .

Параметры длительной прочности и коэффициент прочностной анизотропии вычислялись из минимального суммарного расхождения экспериментальных значений  $t_s^*$  и теоретических  $t_m^*$  значений времен разрушения. В качестве меры суммарного разброса была принята величина

$$\eta = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left( \lg t_m^* - \lg t_s^* \right)_i^2, \quad (4)$$

где  $N$  — количество испытаний в серии.

2. Уравнения (2) отражают постоянную скорость накопления повреждений в ползучести. Однако, в действительности, скорость накопления повреждений определяется как напряжениями, так и структурным состоянием материала в текущий момент времени  $\dot{\omega}_k = \dot{\omega}_k(\sigma_k, \omega_k)$ . Вид кривой

$\omega = \omega(t)$  для разупрочняющегося материала показан на рис. 2.

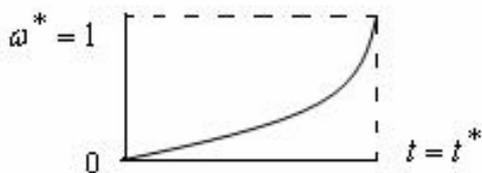


Рис.2. Вид кривой  $\omega = \omega(t)$  для разупрочняющегося материала

Для изотропного материала этот характер зависимости  $\omega$  от  $t$  может быть представлен следующим соотношением, характеризующим степенную зависимость  $\dot{\omega}_k$  от напряжения  $\sigma_k$ :

$$\dot{\omega}_k = \frac{1}{\tilde{C}} \left[ \frac{\sigma_k}{1 - \omega_k} \right]^{\tilde{n}}, \quad (5)$$

где  $\tilde{C}, \tilde{n}$  – параметры длительной прочности материала, разупрочняющегося в процессе ползучести. Интегрируя (5), находим поврежденность при произвольном значении времени  $t$

$$\omega_k = 1 - \left[ 1 - (\tilde{n} + 1) \frac{t \sigma_k^{\tilde{n}}}{\tilde{C}} \right]^{\frac{1}{\tilde{n} + 1}}. \quad (6)$$

Теоретические времена разрушения определяются из условия

$$\omega^* = \sqrt{\omega_z^2 + \omega_\theta^2} = 1,$$

при этом величины  $\tilde{C}$  и  $\tilde{n}$  аналогично п. 1 вычисляются из условия минимума суммарного расхождения (4).

## 2. Учет анизотропии образцов

При вычислении параметров длительной прочности труб обычно считают материал изотропным. Однако в действительности трубы могут приобрести анизотропию характеристик прочности при их изготовлении. Например, при изготовлении цельнотянутых труб возникает повышенная прочность материала в осевом направлении. Анизотропия может быть

и следствием термомеханической обработки. Анизотропия исходного материала почти всегда приводит к анизотропии характеристик длительной прочности. При исследовании длительной прочности анизотропных материалов в соотношениях (1) – (3) следует произвести замену  $\sigma_z$  на  $\sigma_z / \alpha$ , где  $\alpha$  – коэффициент прочностной анизотропии. Здесь и ниже под коэффициентом прочностной анизотропии  $\alpha$  понимается величина  $\alpha = \sigma_z(t^*) / \sigma_\theta(t^*)$ , где  $\sigma_z(t^*)$  и  $\sigma_\theta(t^*)$  – осевое и поперечное нормальные напряжения, приводящие при растяжении в этих направлениях к разрушению трубы за одно и то же время  $t^*$ . Ранее проведенный учет явления анизотропии при анализе длительной прочности с помощью критериального подхода показал, что в известных испытаниях величина  $\alpha$  практически не зависит от времени  $t^*$ .

## 3. Результаты вычислений

В табл. 1 приведены характеристики испытаний. Указываются литературный источник, марка металла или сплава, температура испытаний  $T$ . При  $j = 9$  приведены результаты испытаний прямоугольных пластин, подвергнутых одноосному и двухосному растяжению. Во всех остальных случаях при  $j = 1 - 8$  и  $j = 10 - 12$  указаны характеристики испытаний цилиндрических труб при комбинации растяжения и внутреннего давления.

Таблица 1

Характеристики испытаний

j	материал	$T, ^\circ\text{C}$	Ссылка на литературу
1	сталь SA 210	510	[11]
2	сталь 20	500	[5]
3	сталь 1X18H9T(A)	650	[6]
4	сталь 1X18H9T(Б)	650	[6]
5	сталь ЭИ694	700	[7]
6	сталь 12ХМФ	590	[8]
7	сталь 12МХФ	595	[9]

8	сталь 1X18H9T	520	[10]
9	сплав Al-Mg-Si	210	[4]
10	сталь X18H10T	850	[12]
11	сталь 12CMVW	575	[13]
12	сталь 1CM	575	[13]

В табл. 2 и 3 представлены параметры длительной прочности и соответствующие меры суммарного разброса экспериментальных и теоретических значений времен разрушения для установившегося накопления повреждений в материале (2).

Таблица 2  
Параметры длительной прочности

$j$	Степенная модель		
	$\lg C$	$n$	$\eta \cdot 10^3$
1	14,690	6,0	7,8
2	15,200	6,0	22,2
3	23,661	9,7	143,9
4	11,948	4,4	30,9
5	9,956	3,5	51,0
6	11,578	4,0	60,6
7	9,130	3,0	19,8
8	27,000	9,8	49,8
9	16,097	7,6	19,5
10	6,429	3,0	28,9
11	28,974	11,9	37,1
12	10,292	3,5	3,3

Таблица 3  
Параметры длительной прочности

$j$	Дробно-степенная модель			
	$D$	$m$	$\sigma_b$	$\eta \cdot 10^3$
1	12,08	4,0	358,7	0,9
2	8,64	4,4	427,7	22,6
3	3630,87	2,1	210,0	108,7
4	1397,41	2,0	196,1	27,9
5	85,15	2,4	345,1	50,9
6	271,66	2,2	385,4	58,4
7	357,31	1,8	286,4	20,6
8	1457,0	3,5	525,5	47,6
9	0,37	5,5	270,3	21,8
10	3,4	2,2	167,4	30,1
11	15803,07	4,0	242,8	13,1
12	95,7	2,6	419,1	2,9

Табл. 4 и 5 содержат результаты вычислений с использованием тех же самых моделей (2) при учете прочностной анизотропии.

Расчеты длительной прочности для модели поврежденности (5) помещены в табл. 6.

Таблица 4  
Параметры длительной прочности с учетом анизотропии

$j$	Степенная модель			
	$\lg C$	$n$	$\alpha$	$\eta \cdot 10^3$
1	14,690	6,0	1,00	7,8
2	15,499	6,2	1,08	12,1
3	23,992	9,9	1,11	93,5
4	13,754	5,4	1,15	11,1
5	11,313	4,3	1,18	30,4
6	15,258	5,8	1,21	31,0
7	15,117	6,1	1,18	6,2
8	27,000	9,8	1,03	47,8
9	16,096	7,7	1,09	11,0
10	6,700	3,3	1,21	21,6
11	29,084	12,0	1,02	34,8
12	10,292	3,5	1,00	3,3

Таблица 5  
Параметры длительной прочности с учетом анизотропии.

$j$	Дробно-степенная модель				
	$D$	$m$	$\sigma_b$	$\alpha$	$\eta \cdot 10^3$
1	12,08	4,0	358,7	1,00	0,9
2	0,01	5,6	901,1	1,08	12,5
3	3795,87	2,5	210,0	1,10	47,2
4	1376,07	2,5	183,0	1,15	9,7
5	2,91	3,5	547,9	1,18	30,7
6	0,03	5,0	1183,5	1,21	31,2
7	4,12	4,9	400,6	1,18	6,1
8	405,3	4,5	612,6	1,02	46,6
9	0,09	5,8	290,1	1,09	12,0
10	0,77	2,6	195,4	1,20	22,9
11	15803,07	4,0	242,8	1,00	13,1
12	95,7	2,6	419,1	1,00	2,9

Таблица 6  
Параметры длительной прочности

$j$	Степенная модель		
	$\lg \tilde{C}$	$\tilde{n}$	$\eta \cdot 10^3$
1	15,453	5,9	9,1
2	14,823	5,4	26,0
3	19,051	7,1	175,8
4	16,421	6,1	91,6
5	13,165	4,7	83,4

6	11,501	3,6	66,9
7	4,526	0,7	36,1
8	32,308	11,4	50,1
9	15,569	6,8	83,8
10	6,515	2,6	58,4
11	19,420	7,0	285,5
12	11,296	3,7	5,9

В расчетах, проводимых для толстостенных полых цилиндров ( $j = 17 - 23, 27 - 28$ ), при замене характеристик неоднородного напряженного состояния использовались средние по сечению напряжения.

#### 4. Анализ результатов

Сравнение результатов, которые представлены в табл. 2 – 6, показывает преимущество моделей (2) по сравнению с моделью (5).

В [1] приведены результаты анализа всех рассмотренных выше экспериментальных данных с помощью критериального подхода. Показано, что в качестве зависимости времени разрушения  $t^*$  от эквивалентного напряжения  $\sigma_e$  следует использовать функции:

$$t^* = C\sigma_e^{-n} ; t^* = D\left(\frac{\sigma_b - \sigma_e}{\sigma_e}\right)^m ,$$

а в качестве  $\sigma_e$  – разность максимального и минимального главных напряжений [2]. Для сравнения результатов описания опытных данных с помощью обоих рассмотренных подходов введем величину  $\lambda$ , равную отношению суммарного разброса  $\eta$  при кинетическом подходе к суммарному разбросу при критериальном подходе. Из табл. 7 следует, что в целом оба метода описывают результаты испытаний с одинаковой степенью надежности.

Исследование анизотропии было проведено для степенной и дробно-степенной моделей длительной прочности. Получены коэффициенты прочностной анизотропии для всех рассмотренных металлов и

сплавов. Полученные результаты можно считать достоверными, поскольку:

- 1) значения коэффициента прочностной анизотропии находятся в диапазоне  $1 \leq \alpha < 1,21$ , что отвечает реальным материалам;
- 2) получены практически одинаковые значения  $\alpha$  в каждой серии испытаний для разных моделей длительной прочности;
- 3) теоретическое значение  $\alpha = 1,20 - 1,21$  при  $j = 10$  (табл. 4 – 5) хорошо согласуется с экспериментальным значением  $\alpha$ , полученным в результате анализа расположения трещин в разрушенных образцах [14].

Таблица 7  
Сравнение кинетического подхода с критериальным

j	$\lambda$	
	Степенная модель	Дробно-степенная модель
1	0,9	1,3
2	3,0	1,3
3	1,4	3,8
4	1,6	1,5
5	1,3	1,4
6	1,2	1,4
7	0,5	0,9
8	1,9	2,6
9	0,3	0,5
10	0,6	0,9
11	0,2	1,1
12	0,6	0,9

#### Заключение

Предложен кинетический подход при исследовании длительной прочности металлов, находящихся в условиях сложного напряженного состояния.

Использовано векторное представление процесса накопления поврежденности в материале.

Рассмотрены три модели длительной прочности: степенная и дробно-степенная зависимости (2), при

которых поврежденность  $\omega$  линейно зависит от времени ползучести  $t$ , а также модель (5), описывающая нелинейный разупрочняющийся характер накопления поврежденности материала.

Дополнительно проведен анализ известных экспериментальных данных с учетом исходной анизотропии испытанных образцов.

Показано, что для описания экспериментальных результатов на длительную прочность в условиях двухосного растяжения предложенный кинетический подход с векторным представлением параметра поврежденности является хорошей альтернативой известному критериальному подходу.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 05-01-00295) и ИНТАС (проект № 03-51-6046).

### Литература

1. Локощенко А.М., Назаров В.В., Платонов Д.О., Шестериков С.А. Анализ критериев длительной прочности металлов при сложном напряженном состоянии // Известия РАН: Механика твердого тела. – 2003. – № 2. – С. 139 – 149
2. Локощенко А.М., Назаров В.В. Выбор критериев длительной прочности металлов при сложном напряженном состоянии // Авиационно-космическая техника и технология. – Х.: ХАИ. – 2004. – № 7. – С. 124 – 128.
3. Наместникова И.В., Шестериков С.А. Векторное представление параметра поврежденности // Деформирование и разрушение твердых тел. Труды Ин-та механики МГУ. – М.: МГУ. – 1985. – С. 43 – 52.
4. Hayhurst D. R. Creep rupture under multi-axial states of stress // Journal of the mechanics and physics of solids/ – 1972. – V. 20, № 6. – P. 381 – 390.
5. Kooistra L.F., Blaser R.U., Tucker J.T. High temperature stress rupture testing of tubular specimens. // Trans. ASME, 1952. – V. 74. – № 5. – P. 783 – 792.
6. Кац Ш.Н. Разрушение аустенитных труб под действием внутреннего давления в условиях ползучести // Энергомашиностроение. – 1957. – № 2. – С. 2 – 5.
7. Зверьков Б.В. Длительная прочность труб при сложных нагрузках // Теплоэнергетика. – 1958. – № 3. – С. 51 – 54.
8. Лагунцов И.Н., Святославов В.К. Испытание пароперегревательных труб из стали 12ХМФ на длительную прочность // Теплоэнергетика. – 1959. – № 7. – С. 55 – 59.
9. Кац Ш.Н. Влияние добавочных осевых усилий на длительную прочность котельных труб // Теплоэнергетика. – 1960. – № 5. – С. 12 – 16.
10. Лебедев А.А. Экспериментальное исследование длительной прочности хромоникелевой стали в условиях двухосного растяжения // Термопрочность материалов и конструкционных элементов. – К.: Наук. думка. – 1965. – С. 77 – 83.
11. Кац Ш.Н. Исследование длительной прочности углеродистых труб // Теплоэнергетика. – 1955. – № 11. – С. 37 – 40.
12. Локощенко А.М., Мякотин Е.А., Шестериков С.А. Ползучесть и длительная прочность стали X18H10T в условиях сложного напряженного состояния // Изв. АН СССР МТТ. – 1979. – № 4. – С. 87 – 94.
13. Brown R.J., Lonsdale, Flewitt The role of stress state on the creep rupture of 1% Cr 1/2% Mo and 12% Cr 1% Mo VW tube steels // Creep and fract. Eng. Mater. And struct. Proc. Int. conf. Swansea (24 – 27. 3.1981) Swansea. – 1981. – P. 545 – 558.
14. Мякотин Е.А. Учет прочностной анизотропии при оценке длительной прочности реальных труб в

---

условиях плоского напряженного состояния //

Проблемы прочности. – 1982. – № 5. – С. 20 – 23.

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Е.Р. Голубовский,  
ЦИАМ им. П.И. Баранова, Москва.

*Поступила в редакцию 20.04.2005*