

УДК 629.78

Н.М. ДРОНЬ, П.Г. ХОРОЛЬСКИЙ

Днепропетровский национальный университет, Украина

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА БАЛЛИСТИЧЕСКИХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ КА И ОРБИТАЛЬНЫХ БУКСИРОВ С ЭЛЕКТРОРЕАКТИВНЫМИ ДВИГАТЕЛЬНЫМИ УСТАНОВКАМИ

Получены аналитические оценки возможностей КА и орбитальных буксиров с электрореактивными двигательными установками по достижению максимального радиуса круговой орбиты при перелете с такой же орбиты меньшего радиуса. Учтено атмосферное торможение и влияние тени Земли.

баллистическое проектирование, электрореактивная двигательная установка, круговая орбита, радиус орбиты, время перелета, переходная орбита, включение, тень Земли, атмосферное торможение

Введение

Основной проблемой проектирования является принятие решения по выбору оптимального варианта изделия из некоторого известного множества [1]. При проектировании качественно новых изделий имеет место эвристический, в своей основе, синтез искомых вариантов [2]. И здесь, проектанту, как ЛПР, необходимы аналитические оценки проектных параметров. Зачастую применение достаточно грубых аналитических оценок позволяет снизить время на отсеивание заведомо неоптимальных вариантов при реализации разного рода переборных процедур при автоматизированном проектировании.

1. Формулирование проблемы

В схему проектирования ракетно-космической техники входит этап баллистического проектирования, включающий определение ее энергетических и баллистических возможностей. Здесь все также актуальна проблема выработки простых процедур вычислений на базе аналитических и полуаналитических моделей [3].

В последнее время повысился интерес к применению электрореактивных двигательных установок (ЭРДУ) с ядерной и солнечной энергетикой [3, 4]. Рассмотрим данную проблему применительно к

космическим аппаратам и орбитальным буксирам с ЭРДУ. Поскольку таковые являются двигателями малой тяги, то к ним применимы аналитические оценки, приведенные в [5] для простых случаев управления КА. Особенностью оптимизации полета КА с солнечными энергетическими установками является учет их к.п.д., освещенности, деградиационных процессов и др.

Относительная новизна проблемы применительно к ЭРДУ, большое количество баллистических задач, подлежащих решению для них – все это обеспечивает достаточно широкое поле для поиска простых аналитических оценок, удобных для применения проектировщиками на ранних стадиях разработок. Первая проблема, которая должна быть решена при разработке транспортного средства, совершающего перемещение между орбитами, состоит в обеспечении необходимых для этого энергии и запасов рабочего тела. А при заданных энергетике и запасах – определение достигаемых при них предельных орбит.

Настоящая работа посвящена получению аналитических соотношений для оценки предельного радиуса круговой орбиты и времени перехода на нее с круговой орбиты меньшего радиуса для КА, оснащенного ЭРДУ. Выбор типа орбиты объясняется большой частотой ее применения для запусков КА.

1.1. Общие соотношения

Итак, сформулируем постановку проблемы следующим образом. Для КА с ЭРДУ, выведенного на низкую круговую орбиту некоторого радиуса r_0 , определить максимальный радиус круговой орбиты $r_{\max}$ в исходной плоскости, достижимую при заданном запасе рабочего тела, а также время перелета на эту орбиту.

Для круговой орбиты ее радиус r совпадает с большой полуосью. Известно [5], что управление, обеспечивающее максимальную скорость изменения большой полуоси круговой орбиты, заключается в создании тангенциального ускорения. При условии постоянства в течение маневра ускорения $\dot{w}$ на интервале времени от t_0 до $t = \tau$ получим максимальное значение искомого параметра

$$r_{\max} = r_0 \left(1 - \sqrt{\frac{r_0}{\mu}} \dot{w} \tau \right), \quad (1)$$

где μ – гравитационный параметр Земли.

Для получения решения необходимо определить оптимальное значение ускорения и время работы двигателя до исчерпания запаса рабочего тела. Упрощающее предположение о постоянстве ускорения, создаваемого ДМТ, выполняется для КА сравнительно большой массы. С переходом к малым КА, особенно нано- и пикоспутникам, было бы желательным учесть ее переменность.

В этом случае можно воспользоваться зависимостями, полученными Мэем в [6] с использованием энергетического подхода:

$$M = M_0 - \dot{m}t = M_0 \exp \left[\frac{-\sqrt{\mu}}{P_{\text{уд}} g_0} \left(\frac{1}{\sqrt{r_0}} - \frac{1}{\sqrt{r}} \right) \right]; \quad (2)$$

$$t = \frac{M_0}{\dot{m}} \left\{ 1 - \exp \left[\frac{-\sqrt{\mu}}{P_{\text{уд}} g_0} \left(\frac{1}{\sqrt{r_0}} - \frac{1}{\sqrt{r}} \right) \right] \right\}, \quad (3)$$

где M – конечная масса КА после выработки всего запаса рабочего тела;

M_0 – начальная масса КА;

$\dot{m}$ – секундный расход массы КА;

t – текущее время;

$P_{\text{уд}}$ – удельная тяга ЭРДУ;

g_0 – ускорение силы тяжести на поверхности Земли.

1.2. Постановка задачи

Если мощность $N_{\text{ДУ}}$, потребляемая ЭРДУ, превышает мощность солнечной энергоустановки $N_{\text{ЭУКА}}$, то приходится принимать конструктивные или иные меры для реализации орбитального перехода. В случае регулируемого ЭРДУ это может быть движение на пониженной тяге. Для нерегулируемого двигателя необходимо применение аккумулятора. В этом случае схема движения представляет собой чередование пассивных участков, на которых происходит зарядка аккумулятора, и активных участков включения ЭРДУ. Приведенные выше формулы Мэя получены для случая непрерывной работы ДМТ и нуждаются в уточнении.

Полет на низких высотах, в пределах верхней атмосферы, сопровождается аэродинамическим торможением, которое желательно учесть для малых КА, обладающих довольно большими, по сравнению с тяжелыми спутниками, значениями баллистического коэффициента B_K . Кроме того, при попадании аппарата в тень Земли солнечная энергоустановка прекращает питание аккумулятора, что увеличивает время перелета.

Задача состоит в нахождении простых аналитических оценок максимально достижимого радиуса круговой орбиты и времени перелета с учетом вышеприведенных условий движения КА.

2. Решение проблемы

Примем, что непрерывная тяга, создаваемая ЭРДУ, придает КА ускорение столь малое, что форми-

руемая траектория перелета мало отличается от круговой орбиты. В этом случае можно считать, что скорость КА всегда равна скорости на круговой орбите, сила тяжести всегда нормальна к вектору этой скорости, изменение полной удельной энергии при каждом включении двигателя равно приращению удельной кинетической энергии.

Примем также во внимание дополнительное обстоятельство: происходящую с течением времени деградацию источников питания и вызванное этим изменение электрической мощности на борту КА. Ставя дополнительное условие обеспечения минимума этого изменения, приходим к задаче максимального быстродействия. Поэтому, как в случае нерегулируемого, так и в случае регулируемого двигателя следует принять $\dot{m}$ постоянным и соответствующим максимальному ускорению. Тогда применимы зависимости Мэя и из (2) получим

$$r_{\max} = \frac{r_0 \mu}{\left(\sqrt{\mu} + \sqrt{r_0} P_{\text{уд}} g_0 \ln\left(\frac{M}{M_0}\right) \right)^2}. \quad (4)$$

Время перелета t_{Σ} равно

$$t_{\Sigma} = \tau = \frac{M - M_0}{\dot{m}}. \quad (5)$$

Если в течение интервала времени $t_{\text{ЭУКА}}$ производится накопление энергии для работы ЭРДУ, а в течение $t_{\text{ДУ}}$ — реализуется его включение, то полное время перелета составит

$$t_{\Sigma} = \sum_{i=1}^I t_{\text{ДУ}i} + \sum_{i=1}^{I-1} t_{\text{ЭУКА}i}, \quad (6)$$

где I — число включений ЭРДУ до полной выработки запаса рабочего тела.

В точке орбиты, соответствующей середине участка включения, формируется ее перигей. Однако, с ростом высоты орбиты увеличивается период обращения. При $t_{\text{ЭУКА}} \approx \text{const}$, $t_{\text{ДУ}} \approx \text{const}$ середины участков работы ЭРДУ смещаются в обратном к движению направлении. Поэтому при достаточно

большом числе включений на виток переходной орбиты и/или большой длительности перехода происходит ее округление за счет взаимной компенсации влияний включений, каждое из которых приводит к возникновению эллиптичности траектории. Следовательно, и в случае периодического включения двигателя наши предположения и условия получения зависимостей Мэя также выполняются.

Добавим только, что требование малости ускорения можно ослабить, заменив его требованием малости реализуемого в одном включении импульса скорости (приращения характеристической скорости), что обеспечивает в пределах включения и на последующем за ним пассивном участке движение по дугам концентрических окружностей.

Поскольку зависимости (3) и (4) выведены из формулы (2), в которую входит суммарное время работы ЭРДУ

$$\tau = \sum_{i=1}^I t_{\text{ДУ}i}, \quad (7)$$

то $r_{\max}$ определяется только расходом массы по формуле (4). Продолжительность работы ЭРДУ определяется разницей радиусов начальной и конечной орбит и вычисляется по формуле (5) или (3) с соответствующей заменой t на τ . При условии постоянства времен $t_{\text{ЭУКА}}$ и $t_{\text{ДУ}}$ время перелета на орбиту с $r_{\max}$ составит

$$t_{\Sigma} = \tau + (I-1) \cdot t_{\text{ЭУКА}} = I \cdot t_{\text{ДУ}} + (I-1) \cdot t_{\text{ЭУКА}}, \quad (8)$$

$$I = \text{entier} \left(\frac{M_0 - M}{\dot{m} \cdot t_{\text{ДУ}}} + 0,5 \right), \quad (9)$$

где entier — операция выделения целой части числа.

Предположение о малости изменения радиуса орбиты за виток вследствие работы ЭРДУ позволяет применить принцип суперпозиции для учета влияния атмосферы, т. е.

$$\hat{r}_{\max} = r_{\max} - \delta r, \quad (10)$$

где $\hat{r}_{\max}$ — максимальный радиус орбиты, определенный с учетом влияния атмосферы;

δr – модуль падения высоты за счет атмосферного торможения.

Учет последнего позволяет определить нижнюю границу ускорения, создаваемого ЭРДУ: в случае непрерывной работы оно должно превышать величину аэродинамического ускорения, определенного для максимальной плотности атмосферы на высоте r_0 в ожидаемом интервале времени запуска КА. В случае же периодического включения двигателя – импульс скорости должен превышать абсолютное значение изменения круговой скорости за счет атмосферного торможения для соответствующих высот и максимальной плотности воздуха за интервал времени между первым и вторым включениями.

На практике $\dot{w}$ превышает аэродинамическое ускорение $\dot{w}_a$ в несколько раз. Кроме того, изменение плотности воздуха ρ на одной высоте имеет динамический характер и представляет собой случайный процесс. Аэродинамические коэффициенты имеют случайный разброс ~20% и больше, что сравнимо с разбросом плотности. Поэтому оценка $\dot{w}_a$ может быть достаточно грубой.

Границей атмосферы считается высота 1500 км [7]. Если $r_a > r_0$, где r_a – радиус орбиты, соответствующий этой границе, то учет ее влияния целесообразен. Определим среднее на интервале высот полета в атмосфере ускорение $\dot{w}_a^{av}$:

$$\dot{w}_a^{av} = \frac{1}{r_{max} - r_0} \int_{r_0}^{\min(r_{max}, r_a)} \dot{w}_a dr. \quad (11)$$

В свою очередь

$$\dot{w}_a \approx B_K \cdot \rho \cdot v_{кр}^2 = B_K \cdot \rho \cdot \frac{\mu}{r}, \quad (12)$$

где $v_{кр}$ – круговая скорость на текущей высоте полета $h = r - R_E$;

ρ – плотность воздуха на этой высоте;

r – радиус круговой орбиты, соответствующий h ;

R_E – радиус сферической Земли.

Для экспоненциальной модели атмосферы

$$\dot{w}_a = B_K \cdot \rho_0 \cdot \exp(-\beta(r - r_0)) \cdot \frac{\mu}{r}, \quad (13)$$

где ρ_0 – плотность воздуха на высоте, соответствующей r_0 ;

β – коэффициент, соответствующий изменению плотности воздуха с высоты $h_0 = r_0 - R_E$.

Тогда

$$\dot{w}_a^{av} = \frac{B_K \cdot \rho_0 \cdot \mu \cdot \exp(\beta \cdot r_0) \cdot [Ei(-\beta r_0) - Ei(-\beta r)]}{r_{max} - r_0}, \quad (14)$$

где Ei – интегральная показательная функция.

Падение высоты полета δr определяется по формуле (1)

$$\delta r = r_0 \left(1 - \sqrt{\frac{r_0}{\mu} \dot{w}_a^{av} t_{\Sigma}^a} \right), \quad (15)$$

где t_{Σ}^a – время полета до минимальной из высот, соответствующих r_a или r_{max} , определяется по формуле (3).

Радиус орбиты $\hat{r}_{max}$ уточняется в результате нескольких итераций по приведенным выше формулам.

Попадание КА в тень Земли также носит случайный характер и зависит от конкретной даты запуска, которая на ранних этапах проектирования чаще всего не определена. Тень представляет собой фигуру вращения. Для околоземных орбит достаточно принять ее цилиндрической. Очевидно, что время пребывания в тени на разных витках различно и, при неизвестной дате запуска и влиянии различных случайных факторов, также случайно. Наличие аккумулятора позволяет реализовывать включение ЭРДУ и в тени. Поэтому можно считать, что ее влияние скажется только на увеличении времени полета. Поскольку в настоящем исследовании используются только детерминированные модели, оценим минимальное и максимальное влияние этого фактора.

В первом случае КА за все время перелета ни разу не попадает в тень и верны все предыдущие оценки. Во втором случае можно получить достаточно простую, но несколько завышенную оценку из следующих соображений. Считаем, что плоскость орбиты всегда проходит через ось цилиндрической тени. Витки траектории, реально представляющей собой расходящуюся спираль, очень близки к концу перехода на конечную орбиту почти полностью закрашивают область движения, образуя кольцо между окружностями радиусов r_0 и $\hat{r}_{\max}$. Тень вырезает плоскую фигуру, ограниченную двумя параллельными прямыми, находящимися на расстоянии $2R_E$, и дугами двух концентрических окружностей радиусов r_0 и $\hat{r}_{\max}$. Доля времени пребывания в тени равна отношению площадей этой фигуры и кольца. С учетом простых геометрических соображений [8] получим уточненное время перелета $t_{\Sigma\Sigma}$:

$$t_{\Sigma\Sigma} \cong t_{\Sigma} \left\{ 1 + \frac{2R_E}{\pi(\hat{r}_{\max}^2 - r_0^2)} \times \left[\hat{r}_{\max} \left(\frac{5}{3} - \frac{2}{3} \cos \arcsin \frac{R_E}{\hat{r}_{\max}} \right) - r_0 \left(\frac{5}{3} - \frac{2}{3} \cos \arcsin \frac{R_E}{r_0} \right) \right] \right\} \quad (14)$$

Заключение

Получены простые расчетные соотношения для определения баллистических возможностей КА с ЭРДУ по достижению круговых орбит максимального радиуса. Они удобны для предварительного проектного анализа и синтеза и могут быть выполнены даже разработчиками-любителями, появление которых характерно для современного этапа развития космонавтики. Точность полученных соотношений соответствует точности исходных зависимо-

стей. Дальнейшие исследования должны быть связаны с учетом конкретных особенностей аппаратов.

Литература

1. Разработка САПР. Системотехнические задачи создания САПР: В 10 кн. Кн. 2 / А. Н. Данчул, Л.Я. Полуян; Под ред. А.В. Петрова. – М.: Высш. шк., 1990. – 144 с.
2. Мітрахович М.М. Евристичні методи експертизи і контролю проєктованих складних систем // УСиМ. – 1997. – № 6. – С. 26 – 28.
3. Суханов А.А. Оптимизация перелетов с малой тягой // Космические исследования. – 1999. – № 2. – С. 182 – 191.
4. Баллистический анализ межпланетных полетов космических аппаратов с электрореактивными двигателями / Т.М. Эннеев, Р.З. Ахметшин, Г.Б. Ефимов и др. / Математическое моделирование. – 2000. – № 5. – С. 33 – 38.
5. Управление и навигация искусственных спутников Земли на околокруговых орбитах / М.Ф. Решетнев, А.А. Лебедев, В.А. Бартенев и др. – М.: Машиностроение, 1988. – 336 с.
6. Мэй Д.Х. Энергетический подход к решению задач межорбитального перехода // Аэрокосмическая техника. – 1986. – № 8. – С. 167 – 172.
7. Атмосфера Земли верхняя. Модель баллистических расчетов искусственных спутников Земли. ГОСТ 25645.115-84. – М.: Издательство стандартов, 1985. – 39 с.
8. Выгодский М. Я. Справочник по элементарной математике. – М.: Наука, 1976. – 335с.

Поступила в редакцию 19.07.2004

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.С. Хорошилов, начальник сектора ГKB "Южное", Днепропетровск.