УДК 629.7.028.6

В.С. ЛЕВШАНОВ, В.В. КИРЮШИНА, М.Ю. РУСИН

Обнинское научно-производственное предприятие «Технология», Россия

ОЦЕНКА ПРОЕКТНОЙ НАДЕЖНОСТИ АНТЕННЫХ ОБТЕКАТЕЛЕЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Построена математическая модель и выбраны алгоритмы расчета вероятности безотказной работы радиопрозрачных обтекателей летательных аппаратов на этапе их эскизного проектирования. Для оценки вероятности безотказной работы по радиотехническим характеристикам предложены два метода: основанные на использовании приближения Судакова и на теории выбросов случайных процессов. Для оценки прочностной надежности применяется метод статистических испытаний. Предложена методика точечной и интервальной оценки проектной надежности обтекателей.

антенные обтекатели, надежность, вероятность безотказной работы, радиотехнические характеристики, случайный процесс, прочность

Антенные обтекатели летательных аппаратов (ЛА) являются одним из наиболее ответственных элементов конструкции, в значительной степени определяющих аэродинамические характеристики и точность наведения на цель [1]. К ним предъявляются высокие требования по массе, достаточной прочности и высокой надежности.

В связи с широким применением инфракрасных и радиолокационных систем управления обтекатели ЛА должны обладать комплексом специальных радиотехнических характеристик (РТХ), при которых радиоволны заданного спектра частот не должны претерпевать искажений и ослаблений мощности электромагнитного потока [2, 3].

Это вызывает необходимость прецизионного обеспечения РТХ обтекателей, предопределяющих надежную эксплуатацию ЛА.

Надежность радиопрозрачных обтекателей летательных аппаратов (РПО ЛА) в основном характеризуется таким количественным показателем, как вероятность безотказной работы (ВБР), или функция надежности [4].

Отказами обтекателей являются их разрушения в широком понимании этого термина: нарушение целостности (потеря прочности), общая или местная потеря устойчивости, появление недопустимых деформаций, усталостное разрушение и т.п. Иными словами, это достижение предельного состояния, т.е. исчерпание несущей способности соответственно по прочности, устойчивости и т.д.

Наряду с разрушением к отказам РПО относятся отклонения РТХ от их допустимых состояний. Обтекатель в идеальном случае должен обеспечить полную защиту антенны от влияния внешних воздействий, не искажая при этом излучаемое и/или принимаемое электромагнитное поле, т.е. должен быть абсолютно радиопрозрачен. Однако выполнению этой задачи препятствует то обстоятельство, что любой предмет, расположенный перед антенной, будет изменять распределение электромагнитного поля в свободном пространстве, вследствие чего изменятся параметры защищаемых антенн.

Для каждой РТХ установлены поля допуска. При выходе РТХ из этих полей нарушается радиопрозрачность обтекателя, что неизбежно влечет за собой ослабление мощности полезного сигнала и появление ошибок в определении направления на цель.

Отказы конструкции могут быть вызваны разнообразными причинами. В каждом конкретном случае расчета надежности, исходя из анализа условий нагружения, конструктивных особенностей и специфики работы рассматриваемого РПО, необходимо определить, какие предельные состояния возможны, и ввести по их числу параметры состояния, величина каждого из которых характеризует близость к соответствующему предельному состоянию.

В качестве параметров состояния РПО, обеспечивающих его надежность, были выбраны радиотехнические характеристики и напряжения, возникающие в конструкции при действующих нагрузках в условиях сверхскоростного полета ЛА.

Согласно условию безотказности ВБР РПО (P) определяется совместной вероятностью двух событий: ненарушением радиопрозрачности, или невыходом РТХ за установленные допуски ($P_П$), и неразрушением конструкции ($P_М$)

$$P = P_П \times P_М .$$

Оценка первой составляющей надежности (параметрическая надежность $P_П$) проводилась двумя методами, первый из которых основан на использовании приближения Судакова [5], второй – на теории выбросов случайных процессов.

При решении задачи первым методом была поставлена многомерная модель отказа: так как РТХ зависит от угла отворота антенны относительно продольной оси обтекателя, ВБР определяется вероятностью невыхода РТХ за установленные допуски в нескольких углах отворота антенны:

$$вер\{C_i - x_i = u_i > 0\},\ i = \overline{1,N},$$

где C_i и x_i – допуск и значение РТХ в i-м значении угла.

Если $A_i = \{u_i > 0\}$ – событие, состоящее в невыходе РТХ за границу допуска в i-м значении угла отворота антенны ($i = \overline{1,N}$, где N – количество контрольных углов), то параметрическая надежность будет определяться вероятностью совместного возникновения N событий $A_i \subset R$:

$$P_П = P(\bigcap_{i=1}^{N} A_i) \cdot$$

Вероятность $P(\bigcap_{i=1}^{N} A_i)$ находится с помощью приближения Судакова с ошибкой порядка 2…10% от величины 1 - P.

Определим некоторую функцию $y = y(r_{A_iA_j},\ i = \overline{1,N};\ j = \overline{1,N})$ коэффициентов корреляции $r_{A_iA_j}$ между событиями A_i и A_j

$$r_{A_iA_j} = \frac{P(A_i \cap A_j) - P(A_i)P(A_j)}{\sqrt{P(A_i)P(A_j)[1 - P(A_i)][1 - P(A_j)]}},$$

такую, что при всех $r_{A_iA_j} = 0$ она обращается в нуль, а при всех $r_{A_iA_j} = 1$ – в единицу.

Вероятность $P(\bigcap_{i=1}^{N} A_i)$ является функцией от вектора $(A_1, A_2, ..., A_N)$ и матрицы $\left\| r_{A_iA_j} \right\|$. Предполагая, что вследствие этого $P(\bigcap_{i=1}^{N} A_i)$ может быть выражена как функция от $y = y(\left\| r_{A_iA_j} \right\|)$, имеем

$$P(\bigcap_{i=1}^{N} A_i) = \prod_{i=1}^{N} P(A_i) + \int_0^y \frac{\partial P(\bigcap_{i=1}^{N} A_i)}{\partial y} dy,$$

если $\exists\ \dfrac{\partial P(\bigcap_{i=1}^{N} A_i)}{\partial y}$.

Из этого соотношения следует, что

$$\int_0^1 \frac{\partial P(\bigcap_{i=1}^{N} A_i)}{\partial y} dy = P_m - \prod_{i=1}^{N} P(A_i) = B_0$$

и

$$\int_0^y \frac{\partial P(\bigcap_{i=1}^{N} A_i)}{\partial y} dy = B_0 - \int_y^1 \frac{\partial P(\bigcap_{i=1}^{N} A_i)}{\partial y} dy = B_0 K_N,$$

где $P_m = \min_{1 \le i \le N} P(A_i)$ – минимальное из всех значений $P(A_i)$ при $i \in \overline{1,N}$, $B_0 = P_m - \prod_{i=1}^{N} P(A_i)$ и

$$K_N = 1 - \frac{1}{B_0} \int_y^1 \frac{\partial P(\bigcap_{i=1}^{N} A_i)}{\partial y} dy .$$

В случае нормального распределения $\vec{u}_N = (u_1, u_2, ..., u_N)$ в качестве приближенного значения для K_N можно использовать выражение

$$K_N = \frac{2}{\pi c} \sum_{i<j} \arcsin r_{ij} ,$$

где $c = \frac{N(N-1)}{2}$.

Тогда

$$\hat{P}_П = \hat{P}\left(u_i > 0,\ \ \forall i = \overline{1,N}\right) = \prod_{i=1}^{N} \Phi(h_i) +$$

$$+ \left(\Phi(h_m) - \prod_{i=1}^{N} \Phi(h_i) \right) \hat{K}_N ,$$

где $\Phi(h)$ – функция Лапласа,

$$h_i = \frac{\overline{C}_i - \bar{x}_i}{\sqrt{\sigma_{C_i}^2 + \sigma_{x_i}^2 - 2\sigma_{C_i}^2 \sigma_{x_i}^2 r_{C_i x_i}}} .$$

Для найденной точечной оценки нижняя граница доверительного интервала определяется по формуле

$$\underline{P}_П = \hat{P}_П \left[1 - \sqrt{\left(1 - \frac{\underline{P}_m}{\hat{P}_m} \right)^2 + \Delta'} \right],$$

где $\Delta' = (1 - \hat{K}_N) \left(\prod_{j=1}^{N} \frac{\hat{P}_j}{\hat{P}} \right)^2 \sum_{j=2}^{N} \left(1 - \frac{\underline{P}_j}{\hat{P}_j} \right)^2 ,$

$$\underline{P}_j = \Phi\left(\hat{h}_j - \frac{h_{1-\alpha}}{\sqrt{N}} \sqrt{1 + \frac{\hat{h}_j^2}{2}} \right),$$

$h_{1-\alpha}$ находится по таблицам в зависимости от доверительной вероятности $\gamma = 1 - \alpha$ (при $\alpha = 0{,}05,\ \ h_{1-\alpha} = 1{,}645$).

При решении задачи методом, основанным на теории выбросов случайных процессов (СП) [6], в качестве математической модели был выбран стационарный гауссовский СП.

Пусть *x(t)* – реализация СП длительностью *T*. Будем интересоваться только положительными пересечениями высокого уровня допуска *C*, т.е. когда $C > \sigma_x$, где σ_x – среднеквадратическое отклонение СП.

Для вычисления вероятности $P_П$ необходимо знать закон распределения числа выбросов *p(n, T)*, т. е. вероятность того, что за время *T* появится *n* точек, где *n* = 0, 1, 2, …

На высоких уровнях средняя частота появления положительных выбросов $N^+(C,T)$ мала, а среднее расстояние между выбросами велико, так как $1/N^+(C,T) > \tau_k$, где τ_k – время корреляции рассматриваемого СП. Поэтому моменты появления положительных выбросов можно считать приближенно независимыми и распределенными по закону Пуассона

$$p(n^+, T) = \frac{\left[N^+(C,T)\right]^{n^+}}{n^+!} \exp\left\{-N^+(C,T)\right\},$$

$$n^+ = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots$$

Необходимое условие применимости закона Пуассона состоит в выполнении равенства дисперсии числа выбросов и их среднего значения $\sigma_{N^+}^2(C,T) = N^+(C,T)$. Тогда оценка вероятности невыброса СП за заданную границу поля допуска определяется как

$$\hat{P}_П = \exp\left\{-N^+(C,T)\right\}.$$

Для нахождения средней частоты появления положительных выбросов использовалась теорема о числе нулей непрерывной функции. При оговоренной гладкости (дифференцируемости) СП *x(t)* и непрерывности кривой допуска *c(t)* полное число нулей некоторой реализации $\eta(t)=x(t)-c(t)$ на интервале $(t_0,\ t_0+T)$ равно

$$n_c(T)=\int_{t_0}^{t_0+T}|\dot{\eta}(t)|\delta(\eta(t))dt\cdot$$

Для детерминированной функции *c(t)* и фиксированных других условиях число нулей $n_c(T)$ будет разным для разных реализаций; оно изменяется случайным образом от одной реализации к другой. Среднее число нулей находится как математическое ожидание $n_c(T)$:

$$N_c(T)=Mn_c(T)=$$

$$=\int_{t_0}^{t_0+T}dt\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}|\dot{\eta}(t)|\delta(\eta(t))w(x(t),\dot{x}(t))dxd\dot{x}\cdot$$

Интегрирование по *x* здесь легко выполняется, если воспользоваться известным фактом для непрерывной в точке z_0 функции *f(z)*

$$\int_{z_0-\varepsilon}^{z_0+\varepsilon}f(z)\delta(z-z_0)dz=f(z_0),\ \ \varepsilon>0\cdot$$

В результате получаем окончательную формулу для среднего числа пересечений СП *x(t)* с функцией *c(t)* на интервале $(t_0,\ t_0+T)$:

$$N_c(T)=\int_{t_0}^{t_0+T}dt\int_{-\infty}^{\infty}|\dot{x}(t)-\dot{c}(t)|w(c(t),\dot{x}(t))d\dot{x}\cdot$$

Пусть t_i – моменты времени, соответствующие пересечениям СП *x(t)* с функцией *c(t)* на рассматриваемом интервале, т. е. $x(t_i)=c(t_i)$, $t_0<t_i<t_0+T$. Случайное число пересечений для каждой реализации можно представить в виде суммы:

$$n_c(T)=n_c^+(T)+n_c^-(T),$$

где $n_c^+(T)$ – число пересечений с положительным наклоном $(\dot{x}(t_i)>\dot{c}(t_i))$,

$n_c^-(T)$ – число пересечений с отрицательным наклоном $(\dot{x}(t_i)<\dot{c}(t_i))$.

Тогда среднее число пересечений с положительным наклоном

$$N_c^+(T)=Mn_c^+(T)=$$

$$=\int_{t_0}^{t_0+T}dt\int_{0}^{\infty}\dot{\eta}(t)w(c(t),\dot{c}(t)+\dot{\eta}(t))d\dot{\eta},$$

где $\dot{\eta}(t)$ – производная функции $\eta(t)$.

Учитывая тот факт, что ограничения на РТХ обтекателя задаются в основном в виде $-C_j<x(t)<C_j$, где $j=1,2,\ldots k$ – число участков с различным значением границ допуска, среднее число выбросов будет равно

$$N_{\pm C}(T)=\sum_{j=1}^{k}\Delta t_j\int_{0}^{\infty}\dot{x}(t)\times$$
$$\times\left[w(C_j,\dot{x}(t))+w(-C_j,-\dot{x}(t))\right]d\dot{x},$$

где $\dot{x}(t)$ – производная СП,

$$w(x(t),\ \dot{x}(t))=\frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_{\dot{x}}}exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{(x-m_x)^2}{\sigma_x^2}+\frac{\dot{x}^2}{\sigma_{\dot{x}}^2}\right)\right]$$

– совместная плотность распределения СП и его производной, m_x – математическое ожидание *x(t)*.

Математическое ожидание $\dot{x}(t)$ $m_{\dot{x}}=0$, т.к. процесс стационарен. Легко заметить, что совместная плотность есть произведение одномерных плотностей, т.к. стационарный гауссовский СП в совпадающие моменты времени некоррелирован, а следовательно, и независим со своей производной.

На этапе проектирования значения РТХ получают теоретически за счет того, что известны параметры конструкции (геометрия и толщина стенки, материал и его диэлектрические параметры) и защищаемой антенны.

При оценке прочностной составляющей надежности необходимо описать ситуации, когда происходит разрушение обтекателя. Предсказание разрушения не представляет особых проблем, если рассматриваемая конструкция находится в условиях одноосного статического напряженного состояния. Так как РПО при действующих механических и тепловых нагрузках находится в условиях сложного напряженного состояния, предсказать разрушение можно введением гипотез разрушения.

Нами использовался критерий наибольших нормальных напряжений, предполагающий, что разрушение происходит именно в том случае, когда наибольшее возникающее в оболочке напряжение достигает своего предельного состояния. И разрушающее σ_P, и действующее $\sigma_Д$ напряжения носят случайный характер. В случае нормального распределения коэффициента запаса прочности η оценка прочностной ВБР определяется как

$$\hat{P}_M = \hat{P}(\sigma_P > \sigma_Д) = \hat{P}\left(\sigma_P / \sigma_Д = \eta > 1\right) = \Phi(h),$$

где $h = \dfrac{\mu_1 - \mu_2}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2r_{12}\sigma_1\sigma_2}}$,

μ_1 и σ_1^2 – среднее значение и дисперсия для σ_P;

μ_2 и σ_2^2 – среднее значение и дисперсия для $\sigma_Д$;

r_{12} – коэффициент корреляции.

Для полученной точечной оценки надежности РПО нижняя граница доверительного интервала находится по формуле

$$\underline{P} = \Phi\left(\hat{h} - h_{1-\alpha}\sqrt{1 + \frac{\hat{h}^2}{2}}\right).$$

Оценки параметров нормального распределения μ_1 и σ_1^2 для разрушающего напряжения σ_P находятся по результатам измерений предела прочности конструкционного материала, из которого изготовлена оболочка.

Оценка действующего напряжения $\sigma_Д$ производится путем проведения расчета напряженно-деформированного состояния обтекателя, однако ее величина при этом детерминирована алгоритмом расчета. Ввести элемент случайности в этот параметр можно с помощью метода статистических испытаний (метода Монте-Карло). Согласно этому методу проводится многократный прочностной расчет конструкции обтекателя. При этом на каждой реализации расчета величины нагрузок на обтекатель принимают случайные значения, определяемые по формуле

$$q_i = q_i^{ном}\left(1 + \xi_k d_{qi}\right),$$

где q_i – текущее значение i-го параметра на k-й реализации;

$q_i^{ном}$ – номинальное значение i-го параметра;

d_{qi} – относительный допуск на i-й параметр;

$\xi_k = \sqrt{\dfrac{12}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}\left(\gamma_i - \dfrac{n}{2}\right)^2}$ – случайная величина с распределением $N(0,1)$;

$\gamma_i \sim U[0,1]$ – величина, выдаваемая генератором случайных чисел.

Таким образом, проведя k прочностных расчетов обтекателя, можно получить статистический ряд значений действующего значения $\sigma_Д$ или функцию ее распределения в виде оценок μ_2 и σ_2^2.

Изложенная методика была использована для оценки надежности разрабатываемых РПО. Так, для стеклокерамического обтекателя были получены оценки параметрической надежности: $\hat{P}_{П1} = 0{,}9899$ по методу непревышения и $\hat{P}_{П2} = 0{,}9905$ по теории выбросов СП. Нижняя граница доверительного интервала с уровнем доверия $\gamma = 0{,}95$: $\hat{P}_П = 0{,}9566$.

Обе оценки, полученные с использованием принципиально различных моделей, оказались достаточно близкими между собой, что позволило убедиться в их достоверности.

Распределение предела прочности стеклокерамики (σ_P) было получено в [4]. Найдя методом статистических испытаний выборочный ряд для действующего напряжения ($\sigma_Д$) в оболочке, было получено распределение коэффициента запаса прочности

η (рис. 1) с параметрами нормального распределения $\overline{\eta} = 2{,}626$ и $S_\eta = 0{,}402$.

Отсюда оценка прочностной надежности равна

$$\hat{P}_M = P(\eta > 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} S_\eta \int_1^\infty exp\left[-\frac{(\eta_i - \overline{\eta})^2}{2S_\eta^2}\right] d\eta =$$

$$= \Phi\left(\frac{\overline{\eta} - 1}{S_\eta}\right) = \Phi(\hat{h}) = \Phi(4{,}045) = 0{,}99994.$$

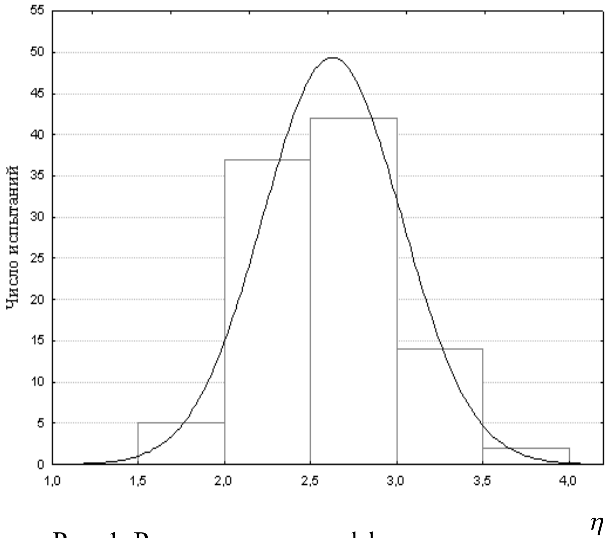

Рис. 1. Распределение коэффициента запаса прочности η для стеклокерамического РПО

Нижняя граница доверительного интервала с уровнем доверия $\gamma = 0{,}95$, определяющая меру точности (интервальную оценку) полученной оценки, находится по формуле

$$\underline{\hat{P}}_м = \Phi\left(\hat{h} - \frac{h_\gamma}{\sqrt{N}}\sqrt{1 + \frac{\hat{h}^2}{2}}\right) = \Phi(3{,}55) = 0{,}99961.$$

И, наконец, оценка полной ВБР стеклокерамического РПО будет такой:

$\hat{P} = \hat{P}_{П1} \times \hat{P}_M = 0{,}9905 \cdot 0{,}99994 = 0{,}99044$ при оценке $\hat{P}_П$ по теории выбросов СП,

$\hat{P} = \hat{P}_{П2} \times \hat{P}_M = 0{,}9899 \cdot 0{,}99994 = 0{,}9898$ при оценке $\hat{P}_П$ по методу непревышения.

Нижняя граница доверительного интервала оценки: $\underline{\hat{P}} = 0{,}99961 \cdot 0{,}9566 = 0{,}9562$, $\hat{P}_П$ по методу непревышения с уровнем доверия $\gamma = 0{,}95$.

Предложенная математическая модель надежности РПО и алгоритм расчета могут быть использованы с некоторыми модификациями для оценки надежности РПО и на стадии их производства.

Литература

1. Радиопрозрачные обтекатели летательных аппаратов. Проектирование, конструкционные материалы, технология производства, испытания: Учеб. пособие / А.Г. Ромашин, В.Е. Гайдачук, Я.С. Карпов, М.Ю. Русин – Х.: НАКУ ХАИ, 2003. – 239 с.
2. Тонкая техническая керамика: Пер. с яп. / Под ред. Х. Янагида – М.: Мир, 1986. – 246 с.
3. Эванс А.Г., Лэнгдон Т.Г. Конструкционная керамика: Пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – 342 с.
4. Карпов Я.С., Левшанов В.С., Русин М.Ю. О возможностях вероятностно-статистической оценки прочности стеклокерамических обтекателей летательных аппаратов для анализа качества технологии их изготовления // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов. Сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Х.: НАКУ ХАИ. – 2003. – Вып. 33(2). – С. 19 – 29.
5. Волков Е.Б., Судаков Р.С., Сырицын Т.А. Основы теории надежности ракетных двигателей. – М.: Машиностроение, 1974. – 400 с.
6. Тихонов В.И. Выбросы случайных процессов. – М.: Наука, 1970. – 392 с.

Поступила в редакцию 13.04.04

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.В. Гайдачук, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков