

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНЫХ ИМПУЛЬСНЫХ УПРАВЛЕНИЙ В САУ РАСХОДОМ ТОПЛИВА АВИАЦИОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

Г.С. Ранченко, канд. техн. наук, В.Ф. Миргород, канд. техн. наук, А.А. Бевзюк,

КБ «Элемент», г. Одесса, Украина

Общая постановка. Прямое цифровое регулирование исполнительными механизмами (ИМ) является в настоящее время общепринятым способом технической реализации систем автоматического управления различного назначения в авиационном приборостроении. Для большинства практических задач интервалы дискретизации при цифровом представлении сигналов таковы, что ими можно пренебречь по сравнению с характерными постоянными времени регулируемых процессов и цифровые регуляторы проектируются по аналоговому прототипу, реализуя типовые П, ПИ, ПИД законы регулирования. Специфической особенностью САУ расходом топлива (САУРТ) в ГТД через насос-дозатор (НД) с непосредственным приводом дозирующего элемента от электромеханического преобразователя является весьма малая инерционность ИМ, соизмеримая с принятым в САУРТ интервалом дискретизации данных. Таким образом, САУРТ является дискретной по реализации.

Существенное влияние на процессы в системе оказывает нелинейность ИМ в виде момента «сухого» трения, нестабильность, которая обусловлена его физической природой. Таким образом, САУРТ относится к классу дискретных существенно нелинейных систем управления, для которых создание соответствующих алгоритмов управления и их оптимизация являются важной прикладной задачей.

Обзор публикаций. Построение математической модели САУРТ на основе уравнений состояния и идентификации по экспериментальным данным выполнено в [1]. Как это установлено, экспериментальная апробация различных типовых законов регулирования не привела к положительным результатам. Принципиальное решение задачи обеспечения управляемости ИМ во всех режимах было достигнуто пу-

тем использования импульсных законов регулирования, в частности широтно-импульсного [2]. Широтно-импульсная модуляция (ШИМ) управляющего сигнала обеспечивает возможность преодоления момента трения во всем диапазоне регулирования расхода даже в условиях неидентичности характеристик различных ИМ. Достигнутые характеристики САУРТ по быстродействию и точности регулирования являются приемлемыми для эксплуатации, однако еще далеки от предельно достижимых. Дальнейшим шагом является оптимизация параметров РДЦ-450 с ШИМ в целях повышения точности поддержания заданного расхода. Однако классические методы теории оптимальных систем не могут быть непосредственно использованы ввиду нелинейности системы как по управлению (ШИМ), так и по регулируемому объекту. Поэтому представляет интерес использование метода оптимального демпфирования [3], разработанного для импульсных систем В.М. Кунцевичем [4] и в наибольшей степени соответствующего особенностям САУРТ.

Цель исследований. Целью исследований является синтез импульсного управления в САУРТ с ШИМ, основанного на оптимальном демпфировании квадратичного функционала качества для обеспечения повышения точности поддержания заданного расхода топлива.

Результаты. Следуя методу оптимального демпфирования [4], функционал качества задается в виде

$$I = \sum_{n=0}^{\infty} (\Delta W_n + \lambda U_n^2) = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi(x_n, U_n), \quad (1)$$

где W_n – функция Ляпунова, определенная, например, в виде квадратичной формы

$W_n = x_n^T Q x_n, Q \geq 0, \Delta W_n$ – ее первая разность на траекториях САУ;

x_n – вектор координат состояния;

U_n – сигнал управления;

λ – весовой коэффициент.

Оптимальное демпфирование (1) обеспечивает управление

$$U_n^* = \text{Arg min } \varphi(x_n, u). \quad (2)$$

Для линейных амплитудно-импульсных систем вида

$$x_{n+1} = H(x_n + B u_n),$$

где H – переходная матрица,

B – вектор смены состояния, решение (2) является также линейным:

$$\begin{aligned} U_n^* &= -x_n^T H^T Q H (B^T H^T Q H B + \lambda)^{-1} = \\ &= -x_n^T K^T \end{aligned} \quad (3)$$

В САУ с ШИМ уравнения состояния нелинейны и имеют вид

$$x_{n+1} = H[x_n + B(\tau_n) u_n], \quad (4)$$

где $B(\tau_n) = H(-\tau_n) h(\tau_n)$;

$$h(\tau_n) = h(t)|_{t=\tau_n};$$

$h(t)$ – векторная переходная функция непрерывной части САУ;

$$U_n = U \text{Sign} S_n;$$

S_n – функция переключения полярности импульсов управления.

Целью синтеза является определение параметров ШИМ – модуляционной характеристики $\tau = f(x_n)$ и функции переключения, обеспечивающих оптимальное демпфирование заданного квадратичного функционала качества. Однако, не трудно видеть, что функционал (1) не отражает потери на управление в САУ с ШИМ. Поэтому модернизируем (1), вводя в него слагаемое, связанное с интенсивностью управления:

$$I = \sum_{n=0}^{\infty} [\Delta W_n + \lambda U^2 F(\tau_n)] = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi(x_n, \tau_n, u_n), \quad (5)$$

где $F(\tau)$ – четная положительная неубывающая функция:

$$F(0) = 0, F(\tau) > 0, dF/d\tau \geq 0.$$

Нетрудно видеть, что на траекториях (4) справедливо соотношение

$$\begin{aligned} \min_{\tau, u} \varphi(x_n, \tau, u) &= \min_{\tau, u} \left\{ B^T(\tau) H^T Q H B(\tau) + \lambda F(\tau) \right\} u^2 + \\ &+ 2 x_n^T H^T Q H B(\tau) u \end{aligned} \quad (6)$$

Согласно (6) оптимальный закон переключения полярности управляющих импульсов имеет вид

$$U_n = -U \text{Sign} x_n^T H^T Q H B(\tau_n). \quad (7)$$

С учетом (7) находим из (6) уравнение для определения оптимальной модуляционной характеристики

$$\begin{aligned} U B^T(\tau_n) H^T Q H \frac{dB(\tau)}{d\tau} \Big|_{\tau=\tau_n} + \frac{\lambda U}{2} \frac{dF(\tau)}{d\tau} \Big|_{\tau=\tau_n} - \\ - \left| x_n^T H^T Q H \frac{dB(\tau)}{d\tau} \Big|_{\tau=\tau_n} \right| = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Исследуем свойства полученного решения задачи оптимизации. При насыщении ШИМ $\tau_n = T$ – период дискретизации, $F(\tau_n) = F(T) = \text{const}$ согласно (8)

$$\left[x_n^T + v B^T(\tau_n) \right] H^T Q H \frac{dB(\tau)}{d\tau} \Big|_{\tau=\tau_n} = 0.$$

Следовательно, $x_n^T + U B^T(\tau_n) = 0$ по уравнению движения (4) $x_{n+1} = 0$. При этом $x_n = -U B(\tau) = a_1$ является собственным вектором (4). Таким образом, оптимальное управление при насыщении ШИМ является ниль-потентным

При условии $\tau_n \ll T$, рассматривая отклонения от стационарного режима в первом приближении, $B(\tau_n) \approx B_0 \tau_n$. Тогда из (8) следует

$$\begin{aligned} - \left| x_n^T H^T Q H B_0 \right| + \tau_n U B_0^T H^T Q H B_0 + \frac{\lambda U}{2} \frac{dF(\tau)}{d\tau} \Big|_{\tau=\tau_n} = \\ = 0. \end{aligned}$$

Например, для $F(\tau) = \tau^2$ оптимальным является управление

$$\tau_n^* = \left| x_n^T H^T Q H B_0 \right| \left[U (B_0^T H^T Q H B_0 + \lambda) \right]^{-1}. \quad (9)$$

Как это следует из (9), оптимальное управление является линейным (пропорциональным ШИМ) и совпадает по виду с амплитудно-импульсной модуляцией (АИМ) (3). Эквивалентность систем с ШИМ при малых глубинах модуляции системам с АИМ является известным фактом.

Таким образом, соотношения (6 - 8) позволяют опделить оптимальные параметры цифрового регулятора с ШИМ, обеспечивающие оптимальное демпфирование квадратичного показателя качества (3) и тем самым повышение точности регулирования в САУ с ШИМ.

Для САУРТ структура полученных решений близка к цифровой коррекции ШИМ по сигналу первой разности угла поворота дозирующего элемента, реализованной в РДЦ-450, поскольку координатами состояния САУРТ в приближении (1), (2) являются указанный угол поворота и угловая скорость. Получаемая согласно (8) модуляционная характеристика является существенно нелинейной и определяется параметрами ИМ, однако при цифровой реализации ее воспроизведение не представляет сложностей. Например, для инерционного звена с передаточной функцией $k/(p + \alpha)$ дискретное уравнение движения имеет вид

$$x_{n+1} = e^{-\alpha T} x_n + (1 - e^{-\alpha T}) u_n.$$

Функционал (5) может быть представлен выражением

$$I = \sum (x_n^2 + \lambda U^2 \tau_n^2).$$

Оптимальная модуляционная характеристика определяется согласно (8) соотношением

$$|x_n| = k_v U e^{\alpha T} \left[(e^{-\alpha T} - 1) + \lambda \tau_n e^{-\alpha T} / \alpha \right]$$

и является существенно нелинейной.

Перспективы дальнейших исследований. Дальнейшие исследования по оптимизации параметров САУРТ с ШИМ целесообразно направить на расширение возможностей управления введением дополнительной АИМ, поскольку предлагаемый подход непосредственно обобщается на САУ с комбинированной

модуляцией. Представляется необходимым обоснование вида дополнительного слагаемого в функционале качества и соотношение коэффициентов для конкретных прикладных задач. Для САУРТ необходимо также решить задачу оптимальной оценки координат состояния, поскольку дальнейшее совершенствование системы в условиях неполной информации о координатах состояния не представляется возможным.

Выводы. Повышение точности поддержания расхода топлива в САУРТ с прямым цифровым регулированием, использующим широтно-импульсную модуляцию сигнала управления, может быть достигнуто оптимизацией модуляционной характеристики по квадратичному критерию качества. Для этой цели целесообразно использовать метод оптимального демпфирования, дополнительным достоинством которого является устойчивость по Ляпунову получаемых оптимальных решений.

Литература

1. Параметрическая и структурная идентификация объекта в контуре управления расходом топлива методами активного и пассивного эксперимента / В.И. Колесников, В.А. Седристый, Г.С. Ранченко, Н.Д. Голубев, Д.И. Волков // *Авиационно-космическая техника и технология: Сб. науч. тр. – Харьков: ХАИ, 2002. – Вып. 31. Двигатели и энергоустановки. – С. 228-231.*
2. Цифровое регулирование расхода топлива в системе с существенной нелинейностью типа «сухое трение» / В.И. Колесников, В.А. Седристый, Г.С. Ранченко, Н.Д. Голубев, Д.И. Волков // *Авиационно-космическая техника и технология: Сб. науч. тр. – Харьков: ХАИ, 2002. – Вып. 30. Двигатели и энергоустановки. – С. 191-194.*
3. Зубов В.И. Лекции по теории оптимального управления. – М.: Наука, 1975. – 495 с.
4. Кунцевич В.М., Лычак М.М. Синтез систем автоматического управления с помощью функций Ляпунова. – М.: Наука, 1977. – 400 с.

Поступила в редакцию 01.06.03

Рецензенты: ученый секретарь научно-технического совета Н.П. Волошина, КБ «Элемент», г. Одесса; д-р техн. наук, профессор В.Д. Гогунский, ОНПУ, г. Одесса.