

ЗАСТОСУВАННЯ НОМОГРАФУВАННЯ ДО ГЕОМЕТРИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ОБВОДІВ ПЕРЕРІЗІВ ПОВІТРОЗАБІРНИКІВ АВІАДВИГУНІВ ПАРАБОЛО-ЕЛІПТИЧНИХ ФОРМ

М.О. Ходак, канд. техн. наук, доцент,

В.В. Ситниченко, інженер,

О.А. Вишневецький, асистент,

Національний авіаційний університет, м. Київ, Україна

Загальна постановка проблеми та її зв'язок з науково-практичними задачами. Питанням проектування, розрахунку, геометричного моделювання (ГМ) обводів аеродинамічних поверхонь літальних апаратів (ЛА) завжди приділялась достатня увага багатьох вчених і спеціалістів у різний час. Це пов'язано з тим, що більшість важливих і значних технологічних процесів збірки в літако- і ракетобудуванні в своїх витках виходять від геометрії аеродинамічних зовнішніх та внутрішніх обводів, проектування і відтворення яких само по собі є найбільш складним і відповідальним процесом, оскільки вміння задавати, розраховувати і відтворювати аеродинамічні обводи є основою з точки зору подальшого проектування всіх інших технологічних процесів виробництва ЛА в цілому і його окремих конструкцій.

Конструювання, аналітичний опис і розрахунок криволінійних поверхонь авіаційних форм продовжують залишатися однією з основних задач сучасної прикладної геометрії. Проте зараз на перше місце висувається проблема автоматизації процесу конструювання та розробки спеціальних комплексних комп'ютерних технологій. Це обумовлено широким впровадженням в промисловість засобів обчислювальної техніки та пристроїв з програмним управлінням, які забезпечують швидке виготовлення деталей складної криволінійної форми.

Основу сучасного проектування нових авіаційних конструкцій складають методи ГМ поверхонь ЛА та їх обводів з широким застосуванням комп'ютерних технологій та створення на їх базі систем автоматизованого проектування (САПР). Крім цього, розглянемо

задачу ГМ обводу параболо-еліптичної форми повітрозабірника ГТД із застосуванням номографування, що дозволяє значно швидше і обґрунтовано проводити необхідний вибір раціональних поєднань параметрів обводу при його подальшому проектуванні та комп'ютерній візуалізації.

Огляд публікацій та аналіз невирішених проблем.

У загальному вигляді обводи як внутрішніх, так і зовнішніх форм ЛА та повітрозабірників ГТД мають складні геометричні форми, але більшість з них піддаються геометричному моделюванню кривими другого порядку (КДП), а тому метод КДП в літакобудуванні знайшов широке застосування [1-6]. Але його можливості вивчені далеко не повністю, наприклад: не досліджені питання, які пов'язані із розробкою систем автоматизованого проектування (САПР) на основі КДП та інших графічних прийомів в ГМ кривих поверхонь; питання пов'язані із застосуванням комп'ютерних технологій для аналітичного всебічного їх розрахунку; не досліджені питання оптимального ГМ кривих поверхонь та інше. На сьогодні відсутні довідкові відомості про різні способи та прийоми побудови КДП і про інші прийоми графічних побудов складних поверхонь, які дають найменшу кількість команд при застосуванні системи, наприклад, AutoCAD, що має важливе значення для реалізації САПР на всіх її етапах, не досліджені питання розробки номограм та їх застосування при проектуванні та інше.

У зв'язку з цим при проектуванні силової установки літака важливе місце відводиться питанням проектування повітрозабірників авіаційних двигунів, які значною мірою впливають на його економічність,

стійку роботу, лобовий опір ЛА взагалі. При ГМ поверхонь повітрязабірників газотурбінних двигунів (ГТД) ЛА необхідно вирішувати дві задачі: задачу ГМ зовнішніх каналових поверхонь та задачу ГМ внутрішніх каналових поверхонь.

Мета досліджень. У процесі випробувань і експлуатації експериментальних зразків повітрязабірників авіаційних ГТД геометричні форми піддаються корекції та конструктивним змінам, що вимагає від методів і прийомів ГМ гнучкості та управління формою розроблюваних конструкцій, в тому числі й управління формою обводів поверхонь за наперед заданими геометричними і спеціальними умовами. Також важливе значення мають для практики ті прийоми комп'ютерного ГМ, які для створення САПР дають найменшу кількість команд згідно з критерієм мінімізації, що, в свою чергу, значно спрощують системи програмування на всіх етапах реалізації САПР.

Результати досліджень. На рис. 1 показано обвід параболо-еліптичної геометричної форми. Оскільки проєктований контур обводу складної геометричної форми неможливо описати будь-якою функцією одного вигляду, то для забезпечення високої точності його ГМ і розрахунку пропонується комбінований спосіб апроксимації.

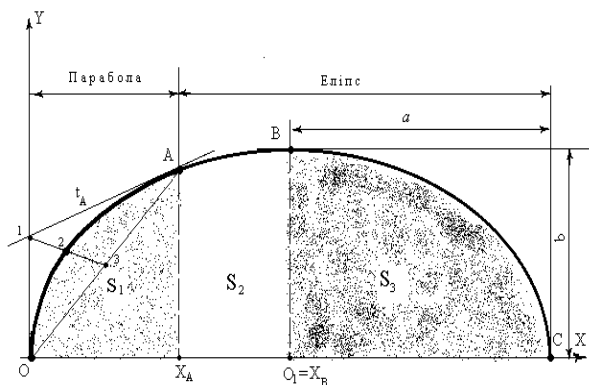


Рис. 1. Геометричне моделювання ХП внутрішнього обводу повітрязабірника параболо-еліптичної форми

Він полягає в тому, що складна крива обводу за наперед заданими геометричними параметрами розбивається на окремі ділянки (ОА, АВ, ВС), найбільш близькі до того чи іншого закону розподілу кривини профілю, що описуються комбінацією КДП, а ступінь

їх випуклості та вид кривої визначаються за дискримінантом.

Окремі ділянки профілю будуються за наперед заданими геометричними параметрами відповідно до того чи іншого способу або геометричного прийому побудови з використанням AutoCAD.

У роботі [7] проведено дослідження побудови обводу даної форми, виходячи із кількості команд на побудову п'яти точок кривої, що забезпечує повну достатність для визначення КДП, що доводиться згідно з теоремою Штейнера, яка в свою чергу базується на теоремах Паскаля і Бріаншона.

Із аналізу можливих варіантів побудов обводу параболо-еліптичної форми оптимальний прийом побудови потребує загальну кількість команд 20, тобто 11 по еліпсу і 9 по параболі, а порівняно з прийомом побудови, який потребує найбільшу кількість команд, – 34 команди, тобто 18 по еліпсу і 16 по параболі, в процентному відношенні оптимальний прийом зменшує кількість команд на 41%, що підтверджує важливість наведених досліджень для подальшого складання програм і організації автоматизованого проєктування.

Розглянемо задачу застосування обводів параболо-еліптичної форми до проєктування характерних перерізів (ХП) прямокутних ПЗ авіаційних ГТД. При цьому важливою розрахунково-геометричною характеристикою ХП ПЗ ГТД є визначення площі його перерізу, що являє інтерес для інженерної практики, бо знання конкретних значень площ ХП необхідно для розрахунків з визначення витрати повітря, епюр полів швидкостей течій повітря в них, забезпечення стійкої роботи авіаційного ГТД.

У зв'язку з цим геометричні параметри вхідної частини каналу ПЗ визначаються необхідною витратою маси повітря через площу входу за формулою

$$F_{\text{вх}} = m_{\text{п}} / v_{\text{вх}} \rho_{\text{вх}}, \quad (1)$$

де $F_{\text{вх}}$ – площа входу;

$m_{\text{п}}$ – секундна витрата повітря через двигун;

$v_{\text{вх}}$ – швидкість повітря на вході;

$\rho_{\text{вх}}$ – щільність повітря на вході [8].

При проектуванні дозвукових ПЗ ГТД їх параметри обираються для основного режиму польоту [8].

Площа обводу ХП ПЗ параболо-еліптичної форми, який показаний на рис. 1, може бути розрахована за формулою

$$S_{ХП} = 2(S_1 + S_2 + S_3) = 2 \left(\int_0^{x_A} y_1(x) dx + \int_{x_A}^{x_B} y_2(x) dx + S_3 \right) \quad (2)$$

Для підрахунку площ за формулою (2) необхідно мати конкретні підінтегральні функції зі своїми коефіцієнтами, що відповідають апроксимованим ділянкам обводу.

Стикування окремих ділянок виконується зі збереженням похідної (дотична до обох кривих у точці стику має бути спільною) або із додержанням одного і того ж радіусу кривини в місці стику. Після встановлених значень дискримінанта d і вигляду КДП для підвищення точності ГМ обводу пропонується окремо взяті ділянки КДП перебудувати з використанням того чи іншого відомого геометричного способу або прийому їх побудови.

Відомо, якщо $d > 0,5$, то маємо дугу гіперболи; якщо $d = 0,5$ – дугу параболі; якщо $d < 0,5$ – дугу еліпса.

Для визначення площ згідно з формулою (2) необхідно визначити координату точки стику параболі з еліпсом x_A та аплікату центру еліпса x_B . Їх визначаємо із розв'язку системи двох рівнянь (3), що забезпечують умову виконання стикування:

$$\begin{cases} \frac{(x_A - x_B)^2}{a^2} + \frac{2px_A}{b^2} = 1; \\ \frac{x_A - x_B}{a^2} + \frac{p}{b^2} = 0. \end{cases} \quad (3)$$

В загальному вигляді формула для визначення координати точки стику по осі абсцис (рис.1) має вигляд

$$x_A = \frac{b^4 - a^2 p^2}{2b^2 p}, \quad (4)$$

де a і b – розміри півосей еліпса;

p – відстань від фокуса до директриси.

Аплікату центра еліпса визначається за формулою

$$x_B = \frac{p^2 a^2 + b^4}{2pb^2}. \quad (5)$$

Враховуючи (2) – (5), отримаємо формули для визначення площ S_1 і S_2 . Для частини площі з параболічним обводом S_1 формула має такий вигляд

$$S_1 = \sqrt{2p} \int_0^{x_A} \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} \sqrt{2p} \left(\frac{b^4 - a^2 p^2}{2b^2 p} \right)^{\frac{3}{2}}, \quad (6)$$

а для частини площі з еліптичним обводом S_2 після заміни змінної та ряду алгебраїчних перетворень отримана формула вигляду

$$\begin{aligned} S_2 &= \frac{b}{a} \int_{x_A}^{x_B} \sqrt{a^2 - \left(x - \frac{b^4 + a^2 p^2}{2b^2 p} \right)^2} dx = \\ &= \frac{ab}{2} \left(\arcsin \frac{ap}{b^2} + \frac{ap}{b^4} \sqrt{b^4 - a^2 p^2} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

Тоді загальна площа характерного перерізу ПЗ $S_{ХП}$ з урахуванням (2), (6) і (7) дорівнюватиме:

$$S_{ХП} = ab \left(\frac{\pi}{2} + \arcsin \frac{ap}{b^2} \right) + \frac{2b^4 + p^2 a^2}{3pb} \sqrt{1 - \frac{a^2 p^2}{b^4}}. \quad (8)$$

З'ясуємо умови існування точки стику параболічної та еліптичної частин обводу.

Аплікату точки стику параболі і еліпса та відстань від фокуса до директриси параболі p завжди додатні числа, тобто

$$\begin{cases} x_A > 0; \\ p > 0. \end{cases} \quad (9)$$

Тому вираз формули

$$\frac{b^4 - a^2 p^2}{2b^2 p} > 0,$$

а отже

$$b^4 - a^2 p^2 > 0. \quad (10)$$

Розв'язком нерівності (10) буде нерівність (11):

$$p < \frac{b^2}{a}. \quad (11)$$

Нерівність (11) дає змогу правильно обирати параметри a , b і p при проектуванні обводів перерізів каналових поверхонь з дотриманням умов спільної

дотичної, тобто забезпечувати перший порядок гладкості обводу.

На рис. 2 представлені номограми вибору коректних параметрів a і p при заданому постійному параметрі b , які дозволяють розв'язувати як пряму, так і зворотну задачі при моделюванні обводів, тобто обирати

проміжні значення параметрів функції $S = f(a, b, p)$ при різних варіантах їх поєднань.

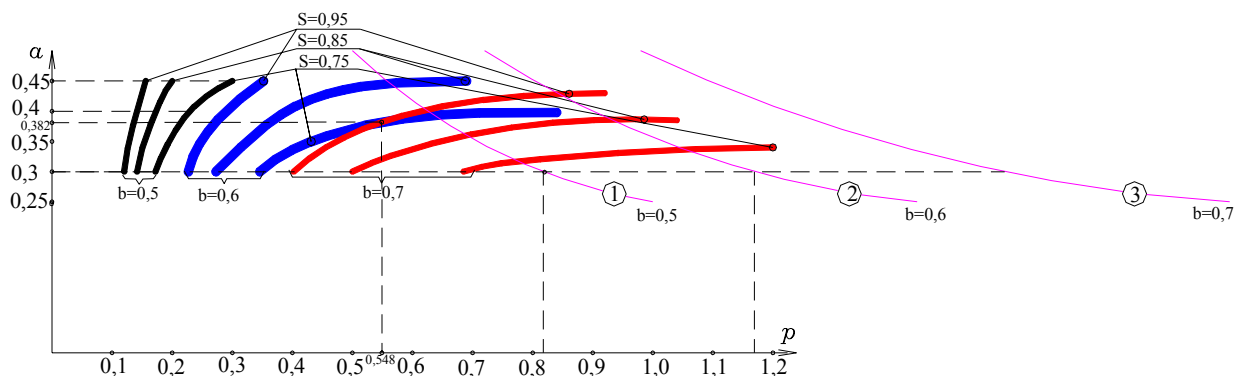


Рис. 2. Номограми вибору коректних значень параметрів обводу параболо-еліптичної форми і його площі

Ключ № 1 до номограми:

Візьмемо конкретне значення параметра еліпса $a = 0,3$. Для визначення коректного параметра параболі p проведемо горизонтальну лінію (показано пунктиром), яка перетинає криві номограми 1, 2, 3. З точок перетину опускаємо перпендикуляри на вісь p і знаходимо граничні значення параболі p відповідні для заданого параметру b . Наприклад, для $b = 0,5$ параметр p повинен бути менше, ніж $0,82$. Цю ж закономірність підтверджує формула (11).

Ключ № 2 до номограми:

Проведемо горизонтальну пряму через $a = 0,4$, яка перетне номограмні криві в точках, які відповідають декільком відповідним значенням p . Користувач даної номограми може обрати те значення p , яке більше відповідає конструктивним особливостям обводів каналових поверхонь, наприклад, виходячи від площі обводу.

Слід також відмітити особливу точку з координатами $(0,548; 0,382)$. Ця точка є точкою перетину двох номограмних кривих, які характеризують різні за формою обводи при заданні двох однакових параметрів, тобто при постійних значеннях $a = 0,382$ і $p = 0,548$. Отримаємо обводи площами $S = 0,75$ і $S = 0,95$ при значеннях $b = 0,6$ і $b = 0,7$ відповідно.

Для зручності проектування повітрязабірників пропонується ввести параметр m , який пов'язаний з великою віссю еліпса залежністю

$$m = a + X_B. \quad (12)$$

Тоді на вході маємо a, b, m , а потрібно знайти p і X_A , де

$$m = a + X_1 = \frac{2apb^2 + b^4 + p^2a^2}{2pb^2}; \quad (13)$$

$$a^2p^2 + 2b^2(a - m)p + b^4 = 0; \quad (14)$$

$$p = \frac{b^2}{a^2} \left(m - a \pm \sqrt{m(m - 2a)} \right). \quad (15)$$

Для існування дійсних значень p треба, щоб

$$m(m - 2a) \geq 0,$$

але $m > 0$, тому $m \geq 2a$.

Запишемо результат розв'язання рівняння (12) у такому вигляді:

$$p = \frac{b^2}{a} \left(\frac{m}{a} - 1 \pm \sqrt{\frac{m}{a} \left(\frac{m}{a} - 2 \right)} \right) \quad (16)$$

Знайдемо, при яких значеннях параметрів a, b, m параметр p задовольняє умові у

$$p < \frac{b^2}{a},$$

тобто вираз

$$\frac{m}{a} - 1 \pm \sqrt{\frac{m}{a} \left(\frac{m}{a} - 2 \right)} < 1. \quad (17)$$

Для розв'язування нерівності (17) зробимо заміну

$$\frac{m}{a} = t. \quad (18)$$

Після заміни маємо $t \pm \sqrt{t(t-2)} < 2$.

Розв'язком нерівності $t + \sqrt{t(t-2)} < 2$

є множина $\left(-\infty; \frac{a}{2} \right)$, яка не задовольняє умову

$m \geq 2a$. Розв'язком нерівності $t - \sqrt{t(t-2)} < 2$ є

множина $(2a; +\infty)$. З урахуванням умови $m \geq 2a$ маємо $m > 2a$.

Тоді для зручності проектування ПЗ ГТД потрібно спочатку задати параметри a , b , m і за формулою (16) знайти p , а далі визначити X_A за формулою (4).

Висновки. Основним результатом даної роботи слід вважати можливість вибору поєднаних необхідних параметрів при проектуванні ПЗ ГТД літаків, обчислення їх площ в характерних перерізах. Також важливим для конструктора є те, що вдалося накласти обмеження на параметри, котрі відкривають шлях до комп'ютерної обробки даних і подальшої візуалізації процесу моделювання. При цьому використання номограм розширює можливості наочного представлення результатів проектування, спрощує процес проектування і вибір раціональних поєднань параметрів, тобто вперше представлено спосіб розрахунків за допомогою номограмних залежностей із врахуванням граничних умов, які виділяють коректні параметри, що забезпечують гладкість проектного обводу першого порядку.

Перспективи подальших досліджень. Наведене ГМ дозволяє на сучасному рівні автоматизувати процес моделювання обводів із застосуванням сучасних комп'ютерних технологій, забезпечуючи наочність моделювання обводів, управління їх формою за наперед заданими умовами, а розроблене математичне забезпечення дає всі підстави для розробки автоматизованого візуального моделювання даних обводів.

Література

1. Осипов В.А. К вопросу параметризации плоских обводов.- М.: МИРЭА, 1970.-Вып. 12.- 27 с. (Тр. МИРЭА).
2. Осипов В.А., Иванова Ж.Г., Фаина А.П. Проектирование, расчёт и исследование замкнутых плоских обводов типа «шпангоут»: Сб. науч. тр. «Кибернетика графики и прикладная геометрия поверхностей».- М.: МАИ, 1970.- С. 9-17. (Тр. МАИ).
3. Котов И.И., Утишев Е.Г. Обвод кривых с общими кривизнами: Темат. сб. науч. тр.- М.: МАИ, 1977.- Вып. 414.- С. 170-201.
4. Фирсов В.А. Воспроизведение обводов самолёта в системе автоматизированного проектирования.- М.: МАИ, 1978.- 28 с.
5. Якунин В.И. Способы оптимального управления формой обвода, представленного универсальной степенной функцией (УСФ): Сб. науч. тр. // Прикладная геом. и инж. граф.- К., 1981.- С. 59-64.
6. Денискин Ю.И., Якунин В.И. Задание обводов летательных аппаратов полиномом Безье: Сб. науч. тр. // Геометрическое моделирование в авиационном и аэродромном проектировании.- К.: КИИГА, 1993.- С. 28-31.
7. Ходак М.О., Ситниченко В.В. Вибір оптимальної комп'ютерної візуалізації при геометричному моделюванні обводів складних форм характерних перерізів повітрязабірників авіаційних ГТД // Праці Таврійської державної агротехнічної академії; Прикладна геометрія та інженерна графіка.- Мелітополь, 2001.- т. 12, Вип. 4.- С. 83-89.
8. Проектирование самолётов / Под ред. С.М. Егера.- М.:Машиностроение, 1983.- 616 с.

Поступила в редакцию 04.06.03

Рецензенты: д-р техн. наук, профессор И.П. Белокур, зав. каф. НАУ, г. Киев; канд. техн. наук, профессор А.П. Кудрин, Генеральный директор завода 410 ГА, г. Киев.