

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ОБОЛОЧКИ С АКУСТИЧЕСКИМ ПОЛЕМ

В.В. Карачун, д-р техн. наук, В.Н. Мельник, канд. техн. наук,

Е.К. Кундеревич, канд. техн. наук, В.Г. Саверченко,

Национальный технический университет Украины «КПИ», г. Киев, Украина

Общая постановка проблемы и ее связь с научно-практическими задачами. Вопросы взаимодействия механических конструкций с акустическими полями в настоящее время представляются достаточно актуальными в машиностроении в целом и в двигателестроении в частности. Звуковое излучение оказывает существенное влияние на свойства элементов конструкции и изделия в целом вследствие генерирования различных по структуре форм колебаний, в том числе резонансных. Это приводит к возникновению особенностей, не предусмотренных паспортными значениями и существенным образом изменяющих параметры изделия.

Обзор публикаций и анализ нерешенных проблем. Lord Rayleigh в 1883 году впервые изучил влияние упругости на колебания конструкции в жидкости [1], а в 1909 году Николаи [2] и в 1920 году Лэмб [3] - при рассмотрении бесконечных по протяженности цилиндрических оболочек. Основное допущение этих исследований состояло в совпадении форм колебаний упругих тел в пустоте и в жидкости. Вопросы взаимодействия оболочек со средой освещались в ряде монографий [4, 5].

Представляет интерес анализ поступательного движения внутреннего цилиндра под действием звуковой волны, прошедшей через наружный коаксиальный цилиндр, с учетом особенностей передачи энергии акустического воздействия – через упругую связь, через жидкость, через упругую связь и жидкость одновременно.

Цель исследований. Целью исследований являлся анализ поступательного перемещения внутреннего абсолютно твердого цилиндра, обладающего двумя взаимно перпендикулярными плоскостями геометрической и массовой симметрии, под действием прошедшей через наружный упругий цилиндр волны акустического давления, фронт которой параллелен обра-

зующей внутреннего цилиндра. Импульс акустического воздействия предполагался конечным по величине.

Результаты исследований. Принятые условия позволяют утверждать, что внутренний цилиндр будет перемещаться только прямолинейно и поступательно в направлении распространяющейся волны давления, то есть вдоль оси Oy . Перемещения за счет ненулевой (отрицательной или положительной) плавучести будем пренебрегать ввиду малости.

Для описания наружной упругой оболочки воспользуемся технической моментной теорией, в соответствии с которой при нормальном падении звуковой волны составляющие смещения поверхности вдоль продольной оси будут отсутствовать [6]:

$$\begin{aligned} \omega^2 \rho V + \frac{\partial^2 V}{\partial \beta^2} + \frac{1-\sigma}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial W}{\partial \beta} = 0; \\ \omega^2 \rho W + \frac{\partial V}{\partial \beta} + c^2 \Delta^2 \Delta^2 W + W + c_1 [W(x_0, \beta, t) - \\ - U(t)] \cdot \delta(x - x_0) = - \frac{1-\sigma^2}{Eh_0} R^2 P_0(r, \beta, t), \end{aligned}$$

где $c^2 = \frac{h_0^2}{12R^2}$;

W и V – радиальные и касательные перемещения поверхности;

c_1 – коэффициент упругости;

$U(t)$ – поступательное перемещение цилиндра;

$\delta(x - x_0)$ – дельта-функция Дирака, указывающая точку приложения силы упругости;

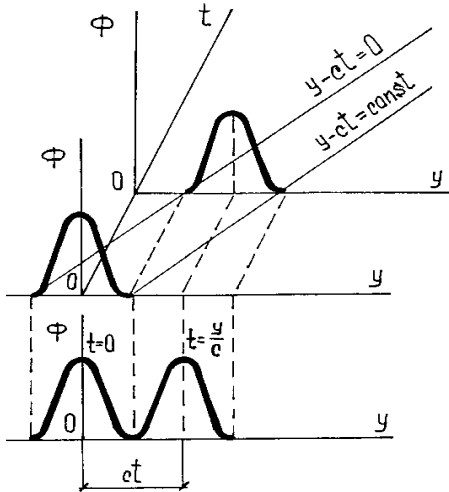
x, β – линейная и угловая безразмерные (в долях радиуса R) координаты точки поверхности; из моментных членов, содержащих коэффициент c^2 , удержан только член $c^2 \Delta^2 \Delta^2 W$;

P_0 – звуковое давление;

σ – коэффициент Пуассона;

h_0 – толщина оболочки.

Пусть возмущающее воздействие передается к внутреннему цилиндру как через упругую связь, так и через жидкость. В окружающей цилиндр среде пусть распространяется нестационарная волна давления с потенциалом $\Phi(y - ct) = \Phi(\xi)$, фронт которой в момент времени $t = 0$ соприкасается с поверхностью исходно неподвижного цилиндра рисунок.



Потенциал скорости падающей волны

В фазовой плоскости (y, t) функция $\Phi(y - ct)$ сохраняет постоянное значение на линиях $y - ct = \text{const}$, поверхность $U = \Phi(y - ct)$ – цилиндрическая с образующими, параллельными прямой $y = ct$, направляющая поверхности – кривая $\Phi(y - ct)$ при $t = 0$. Потенциал дифракционной волны примем $\varphi(x, y, z, t)$, который подчиняется трехмерному волновому уравнению

$$\Delta \varphi(x, y, z, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi(x, y, z, t)}{\partial t^2} = 0,$$

а начальные условия представим в виде

$$\Phi(y - ct)|_{t=0} = 0;$$

$$\varphi(x, y, z, t)|_{t=0} = \frac{\partial \varphi(x, y, z, t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0,$$

причем на поверхности цилиндра имеют место граничные условия

$$\frac{\partial \varphi(x, y, z, t)}{\partial n} = - \frac{\partial \Phi(y - ct)}{\partial n} + \frac{dU(t)}{dt} \cos(\hat{n}, y).$$

Считая внутренний цилиндр, например, свободным от закреплений, дифференциальное уравнение движения можно записать в виде

$$M \ddot{U}(t) = \rho \iint_S \frac{\partial}{\partial t} [\Phi(y - ct) + \varphi(x, y, z, t)] \cos(\hat{n}, y) dS,$$

где M – масса цилиндра;

S – поверхность внутреннего цилиндра;

n – направление внешней нормали;

ρ – плотность жидкости.

В случае вязкого сопротивления либо упругой связи, следует добавить соответствующие слагаемые в уравнение движения.

Тогда закон перемещения внутреннего цилиндра под действием акустического излучения будет следующим:

цилиндры соединены упругой связью и демпфером

$$U(t) = \rho M^{-1} \iint_S \left\{ \int_0^t \exp[-\lambda(t - \tau)] \times \right. \\ \times \left[\cos v(t - \tau) - \frac{\lambda}{v} \sin v(t - \tau) \right] \times \\ \times [\Phi(y - c\tau) + \varphi(x, y, z, \tau)] d\tau \Big\} \cos(\hat{n}, y) dS,$$

где $\lambda = b(2M)^{-1}$; $v^2 = (4M^2)^{-1} (4Mc_1 - b^2)$;

b – коэффициент демпфирования;

цилиндры соединены демпфером

$$U(t) = \rho M^{-1} \iint_S \left\{ \int_0^t \exp[-b(t - \tau)] \times \right. \\ \times [\Phi(y - c\tau) + \varphi(x, y, z, \tau)] d\tau \Big\} \cos(\hat{n}, y) dS,$$

цилиндры соединены упругой связью

$$U(t) = \rho M^{-1} \iint_S \left\{ \int_0^t \cos \mu(t - \tau) \times \right. \\ \times [\Phi(y - c\tau) + \varphi(x, y, z, \tau)] d\tau \Big\} \cos(\hat{n}, y) dS,$$

где $\mu^2 = c_1 M^{-1}$;

внутренний цилиндр свободен от закреплений

$$U(t) = \rho M^{-1} \iint_S \left[\Phi^* \cos(\hat{n}, y) + \varphi^* \cos(\hat{n}, y) \right] dS,$$

$$\text{где } \Phi^* = \int_0^t \Phi(y - c\tau) d\tau ;$$

$$\varphi^* = \int_0^t \varphi(x, y, z, \tau) d\tau .$$

Перспективы дальнейших исследований. С учетом сформулированных граничных условий можно найти текущие значения перемещений цилиндра $U(t)$. Если полный импульс давления ограничен, то частицы жидкости получают конечные перемещения и можно ожидать, что в этом случае конечными по величине будут и перемещения цилиндра.

Представляет интерес вычисление конечного перемещения

$$U_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} U(t),$$

то есть

$$U_\infty = M_0 V_\infty + \rho M^{-1} \times (U_\infty - V_\infty)^{-1} \lim_{t \rightarrow \infty} \iint_S \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial n} dS ,$$

где V – перемещение, вызванное падающей волной, то есть такое, которое могло бы быть, если бы цилиндра в жидкости не было.

Выводы. Полученные соотношения могут быть использованы для целого ряда задач, где необходимо учитывать принудительное движение подвижного абсолютно твердого цилиндра. В частности, такая задача представляет интерес для анализа динамики чувствительных элементов систем коррекции. Определив значения

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \iint_S \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial n} dS = \iint_S \varphi_\infty \frac{\partial \varphi_\infty}{\partial n} dS ,$$

$$\varphi_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \varphi = f(x, y, z) ,$$

можно получить предельное значение перемещения. Например, для незакрепленного цилиндра предельное перемещение равно:

$$U_\infty = (1 + \mu_y) \left(\mu_y + M M_0^{-1} \right)^{-1} V_\infty ,$$

где μ_y – коэффициент присоединенной массы.

Эту задачу можно распространить и на случай произвольной формы внутреннего тела. Понятно, что тогда будут иметь место перемещения вдоль всех трех координатных осей.

Таким образом, при заданном значении потенциала скорости Φ падающей и дифракционной волны φ , можно установить закономерности поступательного перемещения внутреннего подвижного цилиндра при принятых упрощающих предположениях. На основании этих соотношений можно провести качественную и количественную оценки степени влияния возмущающего волнового воздействия и свойств акустической среды на динамические характеристики движения и решить задачи оптимизации требуемых параметров механической системы, в том числе с установлением возможностей проявления особенностей.

Если же характер движения цилиндра во времени не представляет интереса, а важны лишь значения его предельных перемещений, то в этом случае удобно воспользоваться выражением для U_∞ , предварительно установив величину коэффициента присоединенной массы μ_y для данной многофазной механической структуры.

Литература

1. Rayleigh. On the vibration of a cylindrical vessel containing Liquid // Philos. Mag.- 1883.- Т. 15.
2. Николаи Е.И. О колебаниях тонкостенных цилиндров // Журн. Русск. физ.-хим. общ-ва.- 1890, Т. 11, отдел. 1.
3. Lamb Н. On the vibration of a elastic plate in contact with water // Proc. Roy. Soc. of London, sre. A.- 1920.- Vol. 98.- P 690.
4. Григорюк Э.И., Горшков А.Г. Взаимодействие слабых ударных волн с упругими конструкциями.- М.: Изд-во Моск. ун-та. Ин-т механики.- 1962.- 180 с.
5. Григорюк Э.И., Горшков А.Г. Нестационарная упругость оболочек.- Л.: Судостроение, 1974.- 208 с.
6. Шендеров Е.Л. Волновые задачи гидроакустики.- Л.: Судостроение, 1972.- 352 с.

Поступила в редакцию 02.06.03

Рецензенты: канд. техн. наук, доц. каф. теоретической механики О.Н. Юдин, НТУ «КПИ», г. Киев; д-р техн. наук, проф. В.А. Касьянов, НАУ, г. Киев.